# ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ СИНТЕЗЕ АЛГОРИТМОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ВОДООТЛИВОМ УГОЛЬНЫХ ШАХТ

6 — 10

**Бессараб В.И.**
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра автоматики и телекоммуникаций
E-mail: bvi@fcita.dn.ua

***Abstract***
***Bessarab V.I. Predictive models at synthesis of automatic control algorithms of coal mines drainage applying.*** *The synthetic procedure of optimal control algorithm for technological process of drainage as discrete-event object is proposed, its features are shown. The processing limits on object control and output are formulated. The practical methodology of synthesis optimization problem solution in decent interpretation is proposed, the condition for permissibility of such solution are shown.*

**Общая постановка проблемы.**

Водоотлив глубоких шахт обычно реализуют по различным технологическим схемам [1, 2]: прямой водоотлив с горизонта непосредственно на поверхность; ступенчатый водоотлив с промежуточным водосборником; ступенчатый водоотлив с последовательно соединенными насосами, расположенными на различных горизонтах – схема «насос из насос». Каждая технологическая схема водоотлива имеет свои особенности, достоинства и недостатки [2].

Современные локальные системы автоматического управления насосными установками не позволяют получить требуемое качество и надежность управления водоотливным комплексом. В силу сложившейся специфики автоматизации водоотлива имеющиеся методы построения систем не рассматривают объект управления как взаимосвязанную структуру по технологии и режимам работы. Поэтому используемые принципы построения систем управления не учитывают факт взаимного влияния отдельных звеньев технологической системы водоотведения.

**Постановка задачи исследований.**

В публикациях автора [3] предложен подход к разработке моделей таких процессов в современном базисе, как объектов дискретно-непрерывного класса для описания которых удобно применять аппарат Max-Plus алгебры. В то же время задача синтеза оптимальных законов управления, и в особенности при наличии ограничений на входы и выходы объекта для таких систем проработаны недостаточно.

**Решение задачи и результаты.**

Если рассматривать технологический процесс водоотведения как дискретно-событийный, то при синтезе алгоритма удобно использовать модель с прогностическим управлением.

Алгоритмы управления с прогностическими моделями (в англоязычной терминологии MPC-системы) используют широко распространенный метод синтеза управляющих устройств для дискретных объектов [5]

Обычно рассматривается объект управления с $m$ входами и $l$ выходами, который описывается моделью в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx(k); \end{aligned} \qquad (1)$$

где $x$ представляет собой вектор переменных состояния;

$u$ – вход;

$y$ – выход.

В качестве критерия качества управления принимают следующий функционал, имеющий энергетическую природу:

$$J_0 = J_{out} + \eta J_{in} = \sum_{j=1}^{N_p} \left\| \left( \hat{y}(k+j|k) - r(k+j) \right) \right\|^2 + \eta \sum_{j=1}^{N_p} \left\| u(k+j-1) \right\|^2, \qquad (2)$$

где $\hat{y}(k+j|k)$ – оценка выхода на шаге времени $(k+j)$, основанная на информации, имеющейся на шаге $k$;

$r$ – реальные измерения выхода;

$\eta$ – неотрицательная скалярная величина;

$N_p$ – граница предсказания.

В MPC предполагается, что вход должен быть постоянным с определенной точки $u(k+j) = u(k+N_c-1)$ до $j = N_c, ..., N_p - 1$, где $N_c$ - диапазон управления. Использование диапазона управления ведет к уменьшению количества переменных оптимизации. Это приводит к уменьшению затрат вычислительных ресурсов, сглаживанию сигнала регулятора (вследствие того, что упор делается на среднее (нормальное) поведение в большей степени, чем на случайные помехи) и стабилизирующему эффекту (т.к. выход приводится к установившемуся значению).

В MPC используется принцип смещения границы. На шаге времени $k$ будущая управляющая последовательность $u(k),...,= u(k+N_c-1)$ определена из условия минимизации критерия $J_0$. На шаге $k$ первый элемент оптимальной последовательности $(u(k))$ прикладывается к процессу. В следующий момент (такт) текущая граница сдвигается, корректируется в соответствие с новыми данными измерений и выполняется новая оптимизация на шаге $(k+1)$.

В матричной форме получаем:

$$\tilde{y}(k) = H\tilde{u}(k) + g(k), \qquad (3)$$

где

$$\tilde{y}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_p|k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{r}(k) = \begin{bmatrix} r(k+1) \\ \vdots \\ r(k+N_p) \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ \vdots \\ r(k+N_p-1) \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1} & CA^{N_p-2}B & \cdots & CB \end{bmatrix}, \; g(k) = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} x(k).$$

Если на вход и выход объекта накладываются ограничения, задача формируется следующим образом:

Найти входную последовательность $u(k),...,= u(k+N_c-1)$, которая минимизирует критерий $J_0$, и выполняются линейные ограничения:

$$E(k)\tilde{u}(k) + F(k)\tilde{y} \le h(k), \qquad (4)$$

где $E(k) \in R^{p \times mN_p}$, $F(k) \in R^{p \times lN_p}$, $h(k) \in R^p$ для некоторого целого $p$, обусловленного принятой границей управляемости

$$u(k+j),\ldots,=u(k+N_c-1) \text{ для } j=N_c, N_c+1,\ldots \tag{5}$$

Минимизация критерия $J_0$ сводится к задаче выпуклого квадратичного программирования, которая может быть легко решена.

Параметры $N_p, N_c$ и $\eta$ - три основных настраиваемых параметра МРС: граница предсказания $N_p$ связана с длительностью (периодом) переходной характеристики, а временной интервал (1, $N_p$) должен включать критические точки динамики процесса. Граница управляемости $N_c \le N_p$ обычно принимается равной порядку системы. С помощью параметра $\eta \ge 0$ достигается компромисс между ошибкой выхода и затратами на управление, и обычно выбирается как можно меньше (пока еще достигается устойчивость).

Но для объектов управления, которые относятся к дискретно-событийным системам, эта методика нуждается в серьезной адаптации.

Как показано ранее [3], технологический процесс водоотведения шахты описывается дискретно-событийной моделью следующего вида:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k), \\ y(k) &= C \otimes x(k); \end{aligned} \tag{6}$$

где $A \in R_\varepsilon^{n \times n}$, $B \in R_\varepsilon^{n \times m}$ и $C \in R_\varepsilon^{l \times n}$;

$m$ – количество входов;

$l$ – количество выходов.

Важное отличие от описания МРС заключается в том, что входные компоненты, выходные и состояние событийны во времени и что счетчик $k$ является счетчиком событий (и моменты наступления событий в общем случае не равноотстоящие). Дискретно-событийную систему, которая представлена моделью (6), называют макс-плюс-линейной инвариантной по времени дискретно-событийной системой или коротко макс-плюс-линейной (MPL) системой.

Для такой системы, полагая, что $x(k)$, состояние на шаге $k$ может быть измерено или оценено с использованием наблюдателя, мы можем использовать (6) для оценки изменения выхода системы для входной последовательности $u(k),\ldots,=u(k+N_p-1)$:

$$\hat{y}(k+j|k) = C \otimes A^{\otimes j} \otimes x(k) \oplus \bigoplus_{i=0}^{j-1} A^{\otimes j-1} \otimes B \otimes u(k+i); \tag{7}$$

или, в матричной записи, $\tilde{y}(k) = H \otimes \tilde{u}(k) \oplus g(k)$, где

$$H = \begin{bmatrix} C \otimes B & \varepsilon & \cdots & \varepsilon \\ C \otimes A \otimes B & C \otimes B & \cdots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C \otimes A^{N_p-1} \otimes \mathrm{B} & C \otimes A^{N_p-2} \otimes B & \cdots & C \otimes B \end{bmatrix},$$

$$g(k) = \begin{bmatrix} C \otimes A \\ C \otimes A^{\otimes 2} \\ \vdots \\ C \otimes A^{\otimes N_p} \end{bmatrix} \otimes x(k).$$

По отношению к составляющим критерия качества $J_0$ принимаются следующие рекомендации, отображающие специфику объекта управления. Для систем водоотведения выходной координатой является объемная производительность главной насосной установки. Поэтому необходимо минимизировать отклонение расчетной производительности (величины расхода s) от текущего значения на принятом цикле управления. Тогда:

$$J_{out} = \sum_{j=2}^{N_p} \sum_{i=1}^{l} \left| \Delta^2 \hat{y}_1 (k + j|k) \right|, \qquad (8)$$

где

$$\Delta^2 s(k) = \Delta s(k) - \Delta s(k-1) = s(k) - 2s(k-1) + s(k-2).$$

Составляющая критерия $J_0$, соответствующая вектору входа объекта в явном виде для дискретно-событийных моделей неприемлема, так как приводит к минимизации входных промежутков времени приложения управляющих воздействий.

Для системы водоотлива, наоборот, требуется период приложения управления делать максимально большим. На практике это соответствует периоду включения/выключения насосной станции в соответствующем узле гидравлической сети. В этом случае составляющая критерия может быть представлена следующим выражением:

$$J_{in} = -\sum_{j=2}^{N_p} \sum_{i=1}^{l} u_i (k + j|k) \qquad (9)$$

Также как в MPC для MPL систем необходимо рассматривать линейные ограничения:

$$E(k)\tilde{u}(k) + F(k)\tilde{y}(k) \le h(k). \qquad (10)$$

Более того, типичные ограничения для дискретно-событийных систем представляют собой минимальное или максимальное разделение между входными и выходными событиями:

$$a_1(k+j) \le \Delta u(k+j-1) \le b_1(k+j) \text{ для } j = 1,\dots,N_c, \qquad (11)$$

$$a_2(k+j) \le \Delta \hat{u}(k+j|k) \le b_2(k+j) \text{ для } j = 1,\dots,N_p, \qquad (12)$$

которые также могут быть пересчитаны как линейные ограничения вида (10).

Так как для MPL-систем входные и выходные последовательности соответствуют моментам наступления последовательных событий, то они должны быть неубывающими.

В результате мы приходим к следующей задаче синтеза алгоритма управления дискретно-событийным объектом, которая математически формулируется следующим образом:

Найти дискретную последовательность управления $\tilde{u}(k)$ из условия:

$$\min_{\tilde{u}(k)} J_0 = \min_{\tilde{u}(k)} J_{out} + \eta J_{in} \qquad (13)$$

для некоторых $J_{out}, J_{in}$, подчиненных

$$\tilde{y}(k) = H \otimes \tilde{u}(k) \oplus g(k), \qquad (14)$$

$$E(k)\tilde{u}(k) + F(k)\tilde{y} \le h(k), \qquad (15)$$

$$\Delta u(k+j) \ge 0 \text{ для } j = 1,\dots,N_p - 1, \qquad (16)$$

$$\Delta^2 u(k+j) \geq 0 \text{ для } j = N_c, \ldots, N_p - 1. \tag{17}$$

В общем случае задача (13) – (17) – задача нелинейной невыпуклой оптимизации: хотя ограничения (15) – (17) выпуклые по $\tilde{u}$ и $\tilde{y}$, ограничение (14) в общем случае не выпукло. Для ее решения используют стандартные методы нелинейной невыпуклой локальной оптимизации для расчета оптимальной стратегии управления [6, 7].

Детальный анализ ограничений (13) – (17) по отношению к данному конкретному объекту позволяет свести "строгую" задачу МРС к так называемой "нестрогой" задаче. Если в "строгой" переменной является только $\tilde{u}(k)$, так как $\tilde{y}(k)$ может быть исключено с использованием (14), то в "нестрогой" задаче (формальной заменой знака "=" на "≥") мы получаем две независимые переменные $\tilde{u}(k)$ и $\tilde{y}(k)$. В этом случае решение задачи оптимизации значительно упрощается. Как показано в [4], так как функция $F(y)$ является монотонно неубывающей (для рассматриваемого объекта $F(y) \leq F\hat{y}$), то решение "нестрогой" задачи является и решением исходной "строгой" задачи МРС.

**Выводы.**

1. Таким образом, для дискретно-событийного объекта, каким является технологический процесс водоотлива, предложен метод синтеза оптимального алгоритма управления, основанный на известном подходе, который применяется для дискретно-непрерывных систем.
2. Показаны особенности применения метода для дискретно-событийных систем.
3. Сформулированы технологические ограничения на управление и выход объекта и показан подход, как эти ограничения учитываются при синтезе.
4. Предложена практическая методика решения оптимизационной задачи синтеза в "нестрогой" интерпретации и показаны условия когда такое решение является допустимым.

**Литература**

1. Яценко А.М., Коваль А.Н., Паламарчук Н.В., Антонов Э.И. Перспективы развития техники и технологии шахтного водоотлива. // Уголь Украины, №11, - 1997. С. 21-25.

2. Повышение эффективности водоотливных установок: Учебное пособие / С.П. Шевчук. - К.: УМК ВО, 1990. - 104 с.

3. Бессараб В.І. Моделювання динаміки технологічного процесу водовідведення шахт як дискретно-безперервного об'єкту управління // Матеріали XIII Міжнародної науково-технічної конференції з автоматичного управління (Автоматика-2006). – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. – с. 210-213.

4. Bart De Schutter, Ton van den Boom. Model predictive control for max-plus-linear discrete event Systems // Automatica 37 – 2001. - p. 1049 – 1056.

5. Garcia C.E., Prett D.M., Morari M. Model predictive control: Theory and practice – a survey. Automatica, 25(3) – 1989. – p. 335 – 348.

6. Menguy E., Boimond J.L., Hardouin L. Adaptive control for linear systems in max-algebra // Proceedings of the international workshop on discrete event systems (WODES '98) – 1998. - p. 481 – 488

7. Camacho E.F., Bordons C. Model predictive control in the process industry. - Berlin Germany: Springer. 1995.