

УДК 629.1.01

Самородов В.Б., д.т.н., Рогов А.В., к.т.н., Островерх А.О.

НТУ «Харковский политехнический институт», г. Харьков

УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТРИЧНАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТРЕХЗВЕННЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ В АВТОМОБИЛЕ- И ТРАКТОРОСТРОЕНИИ

Найдено внутреннее передаточное отношение несимметричного конического, симметричного конического дифференциала и планетарного ряда с привлечением комплексных чисел. Составлено кинематическое базисное матричное уравнение трехзвенного планетарного механизма для рассматриваемых типов дифференциалов.

Введение

Широкое применение трёхзвенных дифференциальных механизмов (ТПМ) в трансмиссиях автомобилей и тракторов говорит о том, что их усовершенствование и внедрение в автомобиле- и тракторостроение требует постоянного развития. Малые габариты, вес, низкие потери на трение и высокая надежность определяют их широкое использование в транспортном машиностроении. Развитие и универсализация расчетных методов ТПМ является актуальной задачей.

Анализ последних достижений и публикаций

Классический кинематический анализ планетарных механизмов изложен в трудах [1-3]. Проблеме автоматизации анализа и синтеза планетарных передач посвящены десятки работ, из которых наиболее авторитетными трудами являются работы Кудрявцева В.Н., Кирдяшева Ю.Н. [1, 2], Кристи М.К., Красненькова В.И., Вашеца А.Д. [3, 9], Цитовича И.С. [10], Кисточкина Е.С. [11].

Попытка универсализации и автоматизации расчета ТПМ, предпринята в работах [4-8], в которых была построена универсальная матричная методика расчета кинематики планетарных передач, а также универсализирован алгоритм и автоматизирован расчет кинематики планетарных передач, что позволяет определить функциональность и работоспособность ТПМ как элементов трансмиссии.

Цель работы

Построение единой и универсальной матричной методики расчета трёхзвенных дифференциальных механизмов (ТПМ).

Основная часть

Как известно к ТПМ относятся различные дифференциальные механизмы и планетарные передачи.

На основании уравнения Виллиса [1-3] для трёхзвенного планетарного механизма (ТПМ), имеющего в общем случае двухзвенцовые сателлиты, имеем:

$$\frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} = k = \pm \frac{z_{cm1} z_2}{z_{cm2} z_1}, \quad (1)$$

$$\frac{\omega_{cm} - \omega_3}{\omega_1 - \omega_3} = \pm \frac{z_1}{z_{cm1}} = S_1, \quad (2)$$

$$\frac{\omega_{cm} - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} = \pm \frac{z_2}{z_{cm2}} = S_2, \quad (3)$$

$$k = \pm \frac{z_{cm1} z_2}{z_{cm2} z_1} = \frac{S_2}{S_1}, \quad (4)$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — угловые скорости солнечной (1), коронной (2) шестерен, водила (3);

ω_{cm} — угловая скорость спутника;

z_1, z_2 и z_{cm1}, z_{cm2} — числа зубьев на соответствующих шестернях;

S_1, S_2 — характерные параметры спутников, которые имеют физический смысл передаточных отношений зубчатых зацеплений;

k — внутреннее передаточное отношение ТПМ.

В случае одновенцовых спутников $z_{cm1} = z_{cm2} = z_{cm}$:

$$\frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} = k = \pm \frac{z_2}{z_1}, \quad (5)$$

$$\frac{\omega_{cm} - \omega_3}{\omega_1 - \omega_3} = \pm \frac{z_1}{z_{cm}} = S_1, \quad (6)$$

$$\frac{\omega_{cm} - \omega_3}{\omega_2 - \omega_3} = \pm \frac{z_2}{z_{cm}} = S_2, \quad (7)$$

$$k = \pm \frac{z_2}{z_1} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (8)$$

Основное кинематическое уравнение планетарного ряда записывается в виде

$$\omega_1 - k\omega_2 + (k-1)\omega_3 = 0. \quad (9)$$

Легко убедиться, что любое из уравнений (1)-(4) или (5)-(8) есть тождественное следствие трех других уравнений, что в итоге приводит к инвариантности кинематических базисных матриц ТПМ.

Основное кинематическое уравнение планетарного ряда и относительная угловая скорость спутника ω_s в его относительном движении вокруг водила на основании формул (4) – (6) записываются в виде:

$$\omega_1 - k\omega_2 + (k-1)\omega_3 = 0;$$

$$\omega_s = \omega_{ct} - \omega_3 = S_1\omega_1 - S_1\omega_3; \quad (10)$$

$$\omega_s = \omega_{ct} - \omega_3 = S_2\omega_2 - S_2\omega_3. \quad (11)$$

Кинематические базисные матричные уравнения ТПМ имеют вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & -k & k-1 & 0 \\ S_1 & 0 & -S_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_s \end{bmatrix}^T = 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -k & k-1 & 0 \\ 0 & S_2 - S_2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_s \end{bmatrix}^T = 0. \quad (13)$$

Опишем несимметричный конический дифференциал (рис. 1 а), симметричный конический дифференциал (рис. 1 б), планетарный ряд с одновенцовым спутником (рис. 1 в) с привлечением комплексных чисел. На рис. 1 φ — угол между векторами угловых скоростей солнечной и коронной шестерен.

На основании формул (6-8), найдем внутреннее передаточное отношение несимметричного конического дифференциала:

$$S_1 = \frac{\bar{\omega}_{cm}}{\bar{\omega}_1} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i(\varphi-0)}; \quad (14)$$

$$S_2 = \frac{\bar{\omega}_{cm}}{\bar{\omega}_2} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\varphi-\pi)}; \quad (15)$$

$$k = \frac{S_2}{S_1} = \frac{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\varphi-\pi)}}{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i(\varphi-0)}} = \frac{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot |\omega_1| \cdot e^{i\varphi} e^{-i\pi}}{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot |\omega_2| \cdot e^{i\varphi}} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}. \quad (16)$$

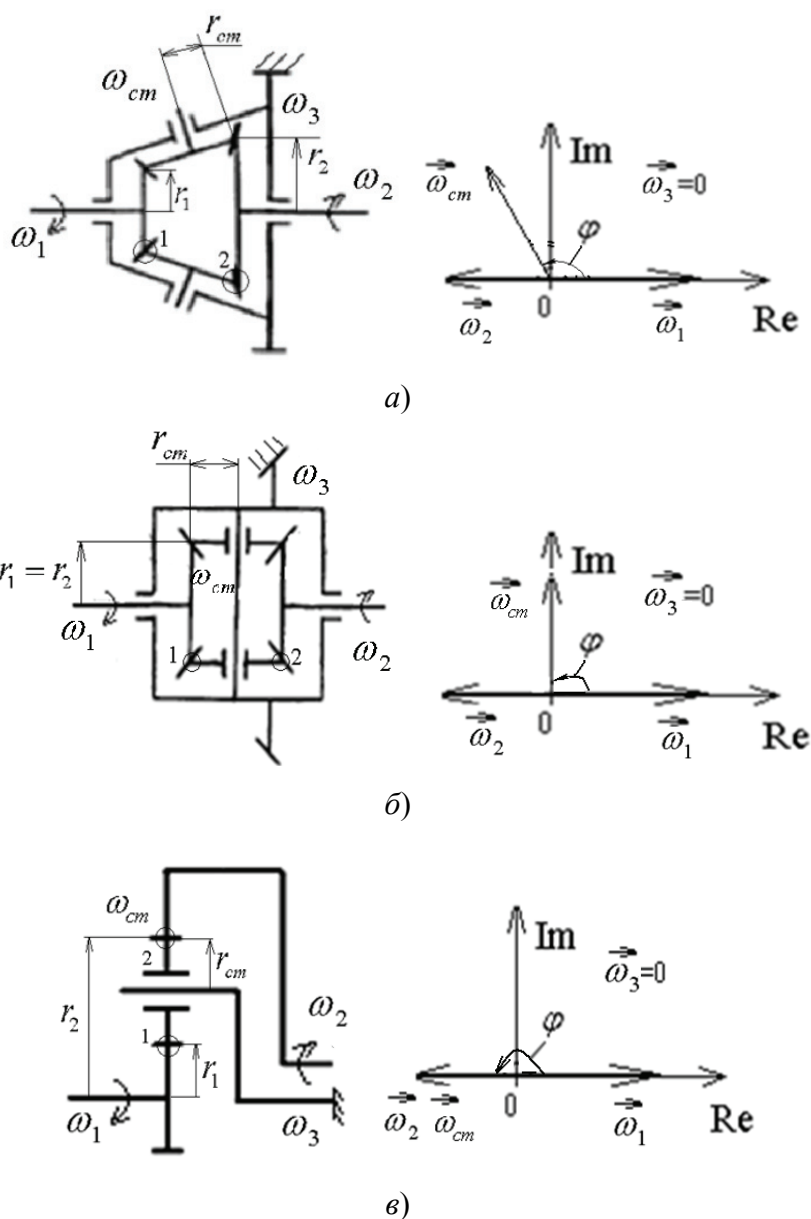


Рис. 1. Дифференциалы и графики векторов угловых скоростей их звеньев:
 а) несимметричный конический дифференциал; б) симметричный конический дифференциал; в) планетарный ряд с одновенцовыми сателлитами

Для симметричного конического дифференциала имеем:

$$S_1 = \frac{\bar{\omega}_{cm}}{\bar{\omega}_1} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i(\varphi-0)} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} i = \frac{z_1}{z_{cm}} i; \quad (17)$$

$$S_2 = \frac{\bar{\omega}_{cm}}{\bar{\omega}_2} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\varphi-\pi)} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\frac{\pi}{2}-\pi)} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}} = -\frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \cdot i = -\frac{z_1}{z_{cm}} \cdot i; \quad (18)$$

$$k = \frac{S_2}{S_1} = \frac{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\varphi-\pi)}}{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i(\varphi-0)}} = \frac{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot \left| \omega_1 \right| \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} e^{-i\pi}}{\left| \omega_2 \right| \cdot \left| \omega_{cm} \right| \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}. \quad (19)$$

Для планетарного ряда имеем:

$$S_1 = \frac{\bar{\omega}_{cm}}{\bar{\omega}_1} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i(\varphi-0)} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i\pi} = -\frac{\omega_{cm}}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_{cm}}; \quad (20)$$

$$S_2 = \frac{\bar{\omega}_{cm}}{\bar{\omega}_2} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\varphi-\pi)} = \left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\pi-\pi)} = \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} = \frac{z_1}{z_{cm}}; \quad (21)$$

$$k = \frac{S_2}{S_1} = \frac{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot e^{i(\varphi-\pi)}}{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_1} \right| \cdot e^{i(\varphi-0)}} = \frac{\left| \frac{\omega_{cm}}{\omega_2} \right| \cdot \left| \omega_1 \right| \cdot e^{i\pi} \cdot e^{-i\pi}}{\left| \omega_2 \right| \cdot \left| \omega_{cm} \right| \cdot e^{i\pi}} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}. \quad (22)$$

На основании формул (6-8) были определены характерные параметры сателлитов — S_1 , S_2 и внутреннее передаточное отношение — k , для соответствующих ТПМ.

На рис. 2 приведен фрагмент программы в среде MathCAD, где проиллюстрирована инвариантность рассматриваемых дифференциалов при использовании кинематических базисных матричных уравнений (12), (13) и найденных внутренних передаточных отношений ТПМ (14-22).

Рассмотрим кинематику дифференциалов.

На рис. 1 изображены ТПМ, с точками 1 и 2 (точки зацепления сателлитов с солнечной и коронной шестернями).

Найдем в точке 1 скорости V_{1A} , V_{1B} (здесь индексы A и B относятся к точкам контакта сателлита с соответствующими им шестернями):

$$V_{1A} = \omega_1 r_1, \quad (23)$$

$$V_{1B} = -\omega_{cm} r_{cm} + \omega_3 r_1. \quad (24)$$

Приравняв V_{1A} , V_{1B} , получим:

$$\omega_1 r_1 - \omega_3 r_1 + \omega_{cm} r_{cm} = 0. \quad (25)$$

Найдем в точке 2 скорости V_{2A} и V_{2B} :

$$V_{2A} = \omega_{cm} r_{cm} + \omega_3 r_2, \quad (26)$$

$$V_{2B} = \omega_2 r_2. \quad (27)$$

Приравняв V_{2A} , V_{2B} , получим:

$$\omega_2 r_2 - \omega_3 r_2 - \omega_{cm} r_{cm} = 0, \quad (28)$$

где

$$r_1 = \frac{m z_1}{2}, \quad (29)$$

$$r_2 = \frac{m z_2}{2}, \quad (30)$$

$$r_{cm} = \frac{m z_{cm}}{2}. \quad (31)$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 - 1 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & -S_1 & 0 & S_1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 - 1 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & S_2 & -S_2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } \text{lsolve}(B_0, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,167 \\ -104,167 \\ 7,292 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(B_1, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,167 \\ -104,167 \\ 7,292 \end{pmatrix}$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 - 1 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & -S_1 & 0 & S_1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 - 1 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & S_2 & -S_2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } \text{lsolve}(B_0, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -95 \\ -105 \\ 8,333 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(B_1, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -95 \\ -105 \\ 8,333 \end{pmatrix}$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 - 1 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & -S_1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 - 1 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & -S_2 & S_2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{в) } \text{lsolve}(B_0, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,717 \\ -104,717 \\ 8,805 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(B_1, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,717 \\ -104,717 \\ 8,805 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Фрагмент программы для дифференциалов при использовании комплексных чисел:
 а) несимметричный конический дифференциал; б) симметричный конический дифференциал;
 в) планетарный ряд с одновенцовыми спутниками

Уравнения (25) и (28) запишем в виде:

$$[\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_{cm}] \cdot [z_1 \ 0 \ -z_1 \ z_{cm}]^T = 0 ; \tag{32}$$

$$[\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_{cm}] \cdot [0 \ z_2 \ -z_2 \ -z_{cm}]^T = 0 . \tag{33}$$

Складывая два уравнения (32) и (33), получаем:

$$\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2 - \omega_3 (z_1 + z_2) = 0 . \tag{34}$$

Разделив уравнение (34) на z_1 , получим основное кинематическое уравнение планетарного ряда (35), что является следствием уравнения Виллиса:

$$\omega_1 - k \omega_2 + \omega_3 (k - 1) = 0 . \tag{35}$$

Определим из уравнений (32), (33) относительную угловую скорость сателлита $\omega_{ст}$:

$$\omega_{cm} = (-\omega_1 + \omega_3) \frac{z_1}{z_{cm}} , \tag{36}$$

$$\omega_{cm} = (\omega_2 - \omega_3) \frac{z_2}{z_{cm}} . \tag{37}$$

Составим кинематические базисные матричные уравнения ТПМ для рассматриваемых типов дифференциалов:

$$\omega_1 - k \omega_2 + \omega_3 (k - 1) = 0 \tag{35}$$

$$\omega_1 \frac{z_1}{z_{cm}} - \omega_3 \frac{z_1}{z_{cm}} + \omega_{cm} = 0 , \tag{38}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -k & k-1 & 0 \\ \frac{z_1}{z_{cm}} & 0 & -\frac{z_1}{z_{cm}} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_{cm} \end{bmatrix}^T = 0 , \tag{40}$$

$$\omega_2 \frac{z_2}{z_{cm}} - \omega_3 \frac{z_2}{z_{cm}} - \omega_{cm} = 0 , \tag{39}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -k & k-1 & 0 \\ 0 & \frac{z_2}{z_{cm}} - \frac{z_2}{z_{cm}} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_s \end{bmatrix}^T = 0 . \tag{41}$$

Проиллюстрируем инвариантность кинематических базисных матриц (40), (41). Подготовительный шаблон с использованием кинематических базисных матриц показан на рис. 3.

ω_d	ω_1	ω_2	ω_3	ω_{cm}	ω_d	ω_1	ω_2	ω_3	ω_{cm}
1					1				
i_1	1				i_1	1			
	K-1	-K	1			K-1	-K	1	
	$-z_1/z_{cm}$		z_1/z_{cm}	1		$-z_2/z_{cm}$	z_2/z_{cm}		-1
		1	-1				1	-1	

Рис. 3. Кинематический подготовительный шаблон

По приведенному кинематическому подготовительному шаблону в среде MathCAD для вектора неизвестных кинематических параметров $\omega = [\omega_d \ \omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_{cm}]^T$ кинематические матричные системы ТПМ имеют решения в виде, приведенном во фрагменте программы на рис. 4.

а) исходные данные:

$$i_1 = 1, w_d = 100, a = 10, z_1 = 35, z_2 = 25, z_{st} = 20$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -k & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_1}{z_{st}} & 0 & \frac{z_1}{z_{st}} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -k & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_2}{z_{st}} & \frac{z_2}{z_{st}} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} w_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A_0, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,167 \\ -104,167 \\ 7,292 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(A_1, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,167 \\ -104,167 \\ 7,292 \end{pmatrix}$$

б) исходные данные:

$$i_1 = 1, w_d = 100, a = 10, z_1 = 25, z_2 = 25, z_{st} = 15$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -k & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_1}{z_{st}} & 0 & \frac{z_1}{z_{st}} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -k & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_2}{z_{st}} & \frac{z_2}{z_{st}} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} w_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A_0, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -95 \\ -105 \\ 8,333 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(A_1, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -95 \\ -105 \\ 8,333 \end{pmatrix}$$

в) исходные данные:

$$i_1 = 1, w_d = 100, a = 10, z_1 = 28, z_2 = 25, z_{st} = 15$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -k & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_1}{z_{st}} & 0 & \frac{z_1}{z_{st}} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & -k & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{z_2}{z_{st}} & \frac{z_2}{z_{st}} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} w_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A_0, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,717 \\ -104,717 \\ 8,805 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(A_1, W) = \begin{pmatrix} 100 \\ -100 \\ -94,717 \\ -104,717 \\ 8,805 \end{pmatrix}$$

Рис. 4. Фрагмент программы для:

а) несимметричного конического дифференциала; б) симметричного конического дифференциала; в) планетарного ряда с одновенцовыми сателлитами

Выводы

1. Описаны ТПМ с привлечением комплексных чисел и проиллюстрирована инвариантность кинематических матричных систем.
2. Рассмотрена кинематика дифференциалов в точках зацепления сателлитов с солнечной и коронной шестернями, и построена универсальная матричная методика расчета трёхзвенных дифференциальных механизмов.

Список литературы

1. Планетарные передачи: справочник /под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева. — Л.: Машиностроение. — 1977. — 536 с.
2. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи / В.Н. Кудрявцев. — Машиностроение, 1966. — 307 с.
3. Красненьков В.И. Проектирование планетарных механизмов транспортных машин / В.И. Красненьков, А.Д. Вашец. — М.: Машиностроение, 1986. — 272с.
4. Самородов В.Б. Генерация матричных моделей для гидрообъемно-механических трансмиссий произвольного вида / В.Б. Самородов //Системотехника автомобильного транспорта. — Харьков: ХГАДГУ, 1999. — С. 61-68.
5. Самородов В.Б. Системный подход к генерации математических матричных моделей для планетарных механических и гидрообъемно-механических трансмиссий произвольного вида / В.Б. Самородов //Вестник ХГПУ. — 1999. — Вып.46. — С. 51-54.
6. Самородов В.Б. Об инвариантности кинематических базисных матриц планетарных рядов при анализе кинематики трансмиссий транспортных средств / В.Б. Самородов, А.О. Островерх //Вестник НТУ «ХПИ» . — 2008. — Вып.46. — С. 118-125.
7. Самородов В.Б. Универсализация и автоматизация расчета кинематики планетарных передач и трансмиссий транспортных средств / В.Б. Самородов, А.О. Островерх //Восточно-европейский журнал передовых технологий. — 2008. — Вып. 5/4(35). — С. 40-44.
8. Самородов В.Б. Математическое моделирование планетарных передач и трансмиссий транспортных средств с использованием пространственно — топологических взаимосвязей их кинематических параметров / В.Б. Самородов, А.О. Островерх //Восточно-европейский журнал передовых технологий . — 2008. — Вып. 6/5(36). — С. 25-30.
9. Кристи М.К. Новые механизмы трансмиссий / М.К. Кристи, В.И. Красненьков — М.: Машиностроение, 1967. — 216 с.
10. Цитович И.С. Анализ и синтез планетарных коробок передач автомобилей и тракторов / И.С. Цитович, В.Б. Альгин, В.В. Грицкевич. — Мн.: Наука и техника, 1987. — 224 с.
11. Объемные гидромеханические передачи: Расчет и конструирование / О.М. Бабаев, Л.И. Игнатов, Е.С. Кисточкин и др. — Л.: Машиностроение,1987. — 256 с.

Стаття надійшла до редакції 09.10.09

© Островерх О.О., Самородов В.Б., Рогов А.В., 2009