

Синтез и моделирование цифровых автоматических систем с экстраполяторами нулевого и первого порядков

Губарь Ю. В.
Кафедра ЭВМ ДонНТУ
gubar@cs.dgtu.donetsk.ua

Аннотация

Губарь Ю. В. Синтез и моделирование цифровых автоматических систем с экстраполяторами нулевого и первого порядков. Выполнен синтез параметров цифровых систем управления из условий технического оптимума и приведены результаты математического моделирования их работы с экстраполяторами нулевого и первого порядков.

Анотація

Губарь Ю. В. Синтез і моделювання цифрових автоматичних систем з екстраполяторами нульового і першого порядків. Виконано синтез параметрів цифрових систем керування з умов технічного оптимуму і приведені результати математичного моделювання їхньої роботи з екстраполяторами нульового і першого порядків.

Abstract

Gubar Y.V. Synthesis and simulation of a digital automatic system with first – order and zero – order extrapolators. Synthesis of parameters of digital control systems has been accomplished taking into account conditions of technical optimum. Result of mathematical modeling have been demonstrated for the cases of operation with zero – order and first – order extrapolators.

Введение

Реализация сложных алгоритмов управления динамическими объектами возможна только при использовании средств и методов цифровой вычислительной техники, что приводит к дискретизации процессов. Синтез дискретных устройств управления непрерывными системами может быть выполнен двумя способами [1, 2]:

- на основе непрерывного объекта регулирования синтезируют непрерывное устройство управления, а затем выполняют его преобразование в дискретную форму;
- строят дискретную модель объекта регулирования и на ее основе синтезируют дискретное устройство управления.

В обоих случаях требуется находить дискретную аппроксимацию аналоговых передаточных функций. Обычно это осуществляется с помощью метода z – преобразования. В общем виде построение дискретной модели непрерывного объекта не имеет точного решения. Это связано с тем, что при дискретизации входного сигнала утрачивается информация о его значении между узлами квантования. Поэтому выход дискретной модели от этих значений не зависит, в то время как реакция непрерывной системы зависит от всех значений входного сигнала.

Однако существуют ситуации, при которых дискретная модель может быть копией непрерывной в определенном смысле. Для этого работу дискретной системы целесообразно организовать таким образом, чтобы ее значения в дискретные моменты времени (кратные периоду квантования по времени) совпадали с требуемыми значениями непрерывной функции. Это может иметь место для импульсных систем с амплитудно – импульсной модуляцией первого рода и цифровых систем управления.

В последнем случае дискретный процесс преобразовывается в непрерывный с помощью экстраполяторов, которые устанавливают на входе непрерывного динамического объекта. Наиболее часто используют экстраполяторы нулевого порядка (ЭНП, ZOH – Zero Order Hold), который преобразует решетчатую во времени функцию в ступенчатую. Более перспективным направлением следует считать использование вместо ЭНП экстраполяторов первого порядка (ЭПП, FON – First Order Hold), которые осуществляют кусочно – линейную аппроксимацию дискретного сигнала [3].

В теории и практике автоматизированного электропривода широкое применение нашел метод синтеза цифровых автоматических систем (ЦАС) по модулю амплитудно – частотной характеристике замкнутой системы (“технический оптимум”) [4, 5]. Однако в литературных источниках имеются сведения лишь о синтезе ЦАС этим методом только с ЭНП и практически отсутствует информация для систем с ЭПП.

Исходя из сказанного, целью данной работы является синтез ЦАС с ЭНП и ЭПП из условий модульного оптимума, а также сравнительный анализ показателей их работы методом математического моделирования.

Анализ работы ЦАС с экстраполяторами нулевого и первого порядков

Рассмотрим особенности построения ЦАС с экстраполяторами различного типа. На рис. 1 приведена одноканальная однократно интегрирующая ЦАС, которая включает дискретный регулятор с передаточной функцией (ПФ)

$$D(z) = \frac{k \cdot T \cdot z}{z - 1}, \quad (1)$$

и непрерывный объект с ПФ

$$W_H(p) = \frac{k_0}{T_1 p + 1}, \quad (2)$$

где T - период квантования по времени;
 k - коэффициент передачи ЦАС;
 k_0 - коэффициент передачи объекта;
 T_1 - постоянная времени объекта регулирования.

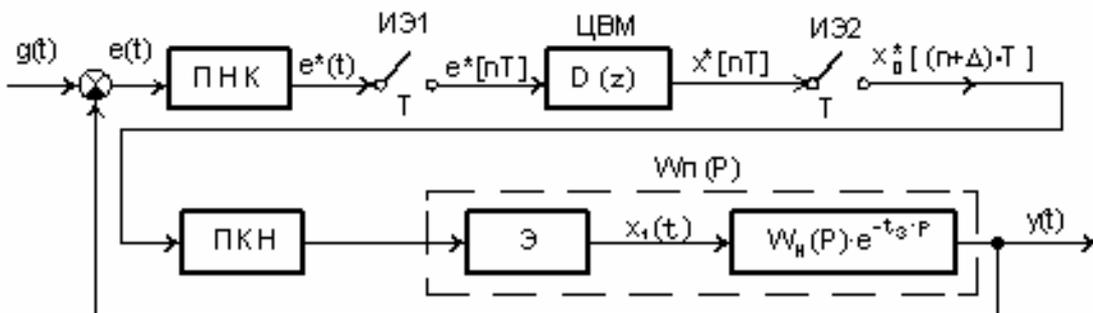


Рисунок 1 – Структурная схема одноканальной ЦАС

Связь непрерывной и цифровой частей ЦАС осуществляется с помощью преобразователей напряжение – код (ПНК), код – напряжение (ПКН), импульсных элементов ИЭ1, ИЭ2 и экстраполятора Э. Время запаздывания $t_3 \leq T$ присуще либо объекту регулирования, либо вносится ЦВМ при реализации алгоритма работы регулятора.

Непрерывный сигнал ошибки регулирования $e(t)$ поступает на линеаризованный входной преобразователь ПКН с коэффициентом передачи $K_{ПКН} = 1/\delta_1$, где δ_1 - цена младшего разряда входного преобразователя. На выходе ПКН сигнал приобретает цифровой вид (безразмерная величина) $e^*(t)$. Далее этот сигнал с помощью импульсного элемента ИЭ1 преобразовывается в решетчатую

цифровую функцию $e^*[nT]$, которая соответствует опросу входных устройств

$$e^*[nT] = e^*(t)_{t=nT} \quad (3)$$

и поступает на вход ЦВМ. Последняя реализует алгоритм работы дискретного регулятора в соответствии с ПФ (1). На выходе ЦВМ формируется решетчатый сигнал $X^*[nT]$, который поступает на вход идеального импульсного элемента ИЭ2. Последний генерирует с периодом T последовательность бесконечно коротких импульсов типа δ -функций, площадь которых пропорциональна сигналу $X_0^*[(n+\Delta)T]$ в промежутки времени $(n+\Delta)T$. Запаздывание в текущем такте работы проявляется в том, импульсный элемент ИЭ2 работает с временным сдвигом t_3 относительно входного импульсного элемента ИЭ1. Здесь обозначено $\Delta = 1 - (t_3 / T)$.

Далее сигнал проходит через линеаризованный выходной преобразователь ПКН с коэффициентом передачи $K_{КН} = \delta_2$, где δ_2 - цена младшего разряда выходного преобразователя, на вход экстраполятора Э. Последний формирует реальные импульсы $X_1(t)$ заданной формы и продолжительности. Этот сигнал поступает на вход непрерывной части системы с передаточной функцией (2).

Введение в систему рис. 1 идеального импульсного элемента ИЭ2 второго рода сделано с целью формального изображения экстраполятора в виде динамического звена с ПФ $W_3(p)$ [3]. Для каждого импульса типа δ -функции, поступающего на вход Э, может быть найдено непрерывное изображение Лапласа, а не z - преобразование. Использование такой ПФ экстраполятора удобно, поскольку последующее звено объекта регулирования с ПФ (2) является непрерывным.

Обозначим через $W_{\Pi}(p)$ - приведенную ПФ непрерывной части ЦАС (рис. 1)

$$W_{\Pi}(p) = W_3(p) \cdot W_H(p). \quad (4)$$

Реакция непрерывной части ЦАС совместно с экстраполятором на единичную импульсную функцию вида

$$\delta_0[nT] = \begin{cases} 1 & \text{при } n = 0; \\ 0 & \text{при } n \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

является приведенной весовой функцией $w_n(nT)$. Знание решетчатой функции $w_n(nT)$ дает возможность найти реакцию импульсной системы на входную величину произвольного вида. Дискретная ПФ

$W(z)$ есть z – преобразование приведенной решетчатой весовой функции

$$W(z) = Z\{w_n[nT]\}. \quad (6)$$

При нахождении ПФ импульсных систем, содержащих экстраполяторы различного вида, удобно использовать для получения изображения Лапласа приведенной весовой функции зависимость [3]:

$$W_{\Pi}(p) = F_{\Pi}(p) \cdot W_H(p), \quad (7)$$

где $F_{\Pi}(p)$ - изображение выходной величины экстраполятора при поступлении на его вход единственной дискреты $\delta_0[nT]$. В этом случае оно совпадает с ПФ экстраполятора.

В экстраполяторах нулевого порядка сигнал на его выходе удерживается постоянным в течение всего такта T . Изображение Лапласа единичного прямоугольного импульса, который будет при поступлении сигнала $\delta_0[nT]$ иметь вид [4]:

$$F_{\Pi}(p) = F_{\text{ЭНП}}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p} = \frac{z - 1}{z p}. \quad (8)$$

Тогда

$$W_{\Pi}(p) = \frac{z - 1}{z p} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot W_H(p) \cdot e^{-tzp}. \quad (9)$$

Дискретная ПФ непрерывной части ЦАС в этом случае может быть определена из формулы:

$$W_0(z) = \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot Z\{W_{\Pi}(p)\} = \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \frac{z - 1}{z^2} \cdot Z_{\Delta}\left\{\frac{W_H(p)}{p}\right\}, \quad (10)$$

где Z_{Δ} - символ модифицированного z – преобразования.

В соответствии с полученными выражениями на рис. 2 показана упрощенная структурная схема ЦАС для случая использования ЭНП.

В экстраполяторах первого порядка сигнал на выходе внутри такта изменяется по линейному закону. При линейном экстраполировании на участке $nT < t < (n+1)T$ используется известная обратная разность

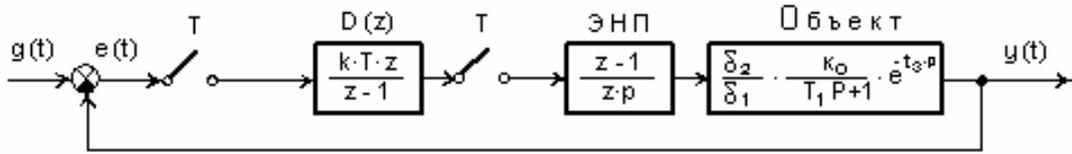


Рисунок 2 – Упрощенная расчетная структурная схема ЦАС с ЭПП

$$X_1(t-nT) = X[nT] + \frac{\nabla X[nT]}{T} \cdot (t-nT), \quad (11)$$

где $\nabla X[nT] = X[nT] - X[(n-1)T]$.

Изображение выходного импульса ЭПП при поступлении на его вход единичного импульса имеет вид [3]:

$$F_{\text{и}}(p) = F_{\text{ЭПП}}(p) = \frac{(z-1)^2}{z^2} \cdot \left\{ \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2 T} \right\}. \quad (12)$$

Тогда с использованием (7) можно определить приведенную ПФ непрерывной части $W_{\text{п}}(p)$, а затем по формуле (6) - дискретную ПФ непрерывной части совместно с преобразователями:

$$W_0(z) = \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \frac{(z-1)^2}{z^2} \cdot Z_{\Delta} \left\{ \frac{W_{\text{п}}(p)}{p} + \frac{W_{\text{п}}(p)}{p^2 T} \right\}. \quad (13)$$

На рис. 3 приведена упрощенная расчетная схема ЦАС с ЭПП.

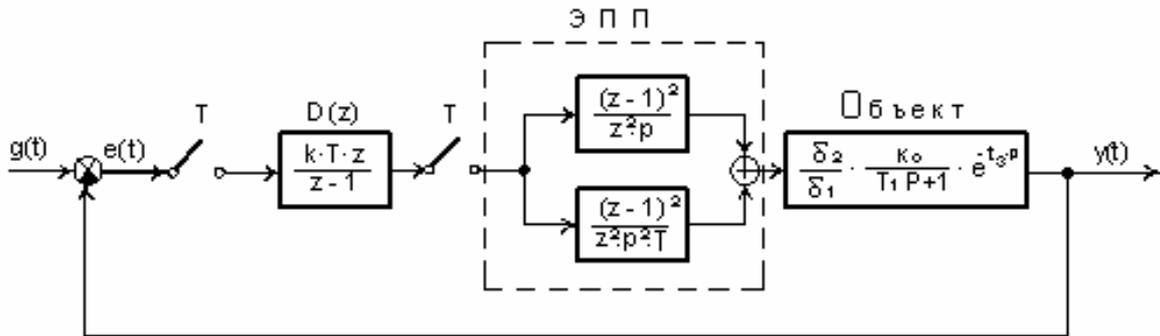


Рисунок 3 – Упрощенная расчетная структурная схема ЦАС с ЭПП

Синтез ЦАС из условий модульного оптимума

Выполним синтез однократно интегрирующей ЦАС с ЭПП (рис. 3) из условий модульного оптимума (МО) [4]. Дискретная ПФ замкнутой системы имеет вид

$$K_{\text{ЦАС}}(z) = \frac{D(z) \cdot W_0(z)}{1 + D(z) \cdot W_0(z)} = \frac{b_0 + b_1 z + b_2 z^2}{a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3}, \quad (14)$$

где $b_0 = h \cdot d_0$; $b_1 = h \cdot d_1$; $b_2 = h \cdot d_2$; $a_0 = b_0$; $a_1 = b_1 + d$; $a_2 = b_2 - (1+d)$; $a_3 = 1$;

$$d_0 = d^\Delta + T a \Delta d - d - a T d^\Delta; \quad d_1 = -2 d^\Delta - \Delta T a + 1 - \Delta T a d + d + 2 a T d^\Delta - a T d;$$

$$d_2 = d^\Delta + \Delta T a + a T - a T d^\Delta; \quad a = \frac{1}{T_1}; \quad d = e^{-aT}; \quad h = \frac{k}{a}.$$

Определим коэффициент усиления разомкнутой системы k из условий МО. Варьируемый параметр один, функция (14) нормирована ($K_{\text{ЦАС}}(1)=1$) и требуется выполнение условия [4]:

$$B_1 + 4B_2 = A_1 + 4A_2 + 9A_3, \quad (15)$$

$$\text{где } B_1 = b_1 \cdot (b_0 + b_2); \quad B_2 = b_0 \cdot b_2; \quad A_2 = a_0 \cdot (a_2 + a_3);$$

$$A_1 = a_1 \cdot (a_0 + a_2) + a_2 \cdot a_3; \quad A_3 = a_0 \cdot a_3.$$

Из последнего уравнения с учетом (14) находим

$$k = \frac{1}{T - 2T\Delta + \frac{2}{a} + \frac{1}{a} \cdot \frac{d+1}{(d-1)^2}}. \quad (16)$$

Точные и приближенные (при $T < T_1$ и $a \cdot T < 1$) формулы для коэффициента усиления k , найденные для регуляторов, выполняющих интегрирование по другим алгоритмам, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Параметры ЦАС с ЭПП

D(z)	K	
	Точная формула	Приближенная формула
$\frac{T \cdot z}{z-1}$	$\frac{1}{T - 2T\Delta + \frac{2}{a} + \frac{1}{a} \cdot \frac{d+1}{(d-1)^2}}$	$\frac{1}{2 \cdot (T_1 - \frac{T}{2} + t_3)}$
$\frac{T}{z-1}$	$\frac{1}{3T - 2T\Delta + \frac{2}{a} + \frac{1}{a} \cdot \frac{3-d}{(d-1)^2}}$	$\frac{1}{2 \cdot (T_1 + \frac{T}{2} + t_3)}$
$\frac{T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$	$\frac{1}{2T - 2T\Delta + \frac{2}{a} + \frac{1}{2a} \cdot \frac{4 - T a \Delta d - a T d + d d^\Delta \cdot (a T - 1)}{(d-1)^2}}$	$\frac{1}{2 \cdot (T_1 + t_3)}$

Аналогичные расчетные формулы для ЦАС с ЭНП приведены в табл. 2.

Таблица 2. Параметры ЦАС с ЭНП

D (z)	К	
	Точная формула	Приближенная формула
$\frac{T \cdot z}{z-1}$	$\frac{1}{T} \cdot \frac{1-d}{1-d+2d^{\Delta}}$	$\frac{1}{2 \cdot (T_1 + t_3)}$
$\frac{T}{z-1}$	$\frac{1}{T} \cdot \frac{1-d}{3 \cdot (1-d) + 2d^{\Delta}}$	$\frac{1}{2 \cdot (T_1 + T + t_3)}$
$\frac{T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$	$\frac{1}{T} \cdot \frac{1-d}{2 \cdot (1-d+d^{\Delta})}$	$\frac{1}{2 \cdot (T_1 + \frac{T}{2} + t_3)}$

Из анализа формул таблиц следует, что при $aT < 1$ запаздывание в ЦАС может быть учтено увеличением инерционности объекта регулирования на величину t_3 . Учет же квантования по времени T зависит от типа цифрового интегратора. Использование ЭНП вместо ЭПП требует увеличения постоянной времени интегрирования системы ($T_{и}=1/k$) на величину периода дискретности T :

$$T_{и}^{\text{ЭНП}} \approx T_{и}^{\text{ЭПП}} + T. \quad (17)$$

Анализ переходных процессов ЦАС

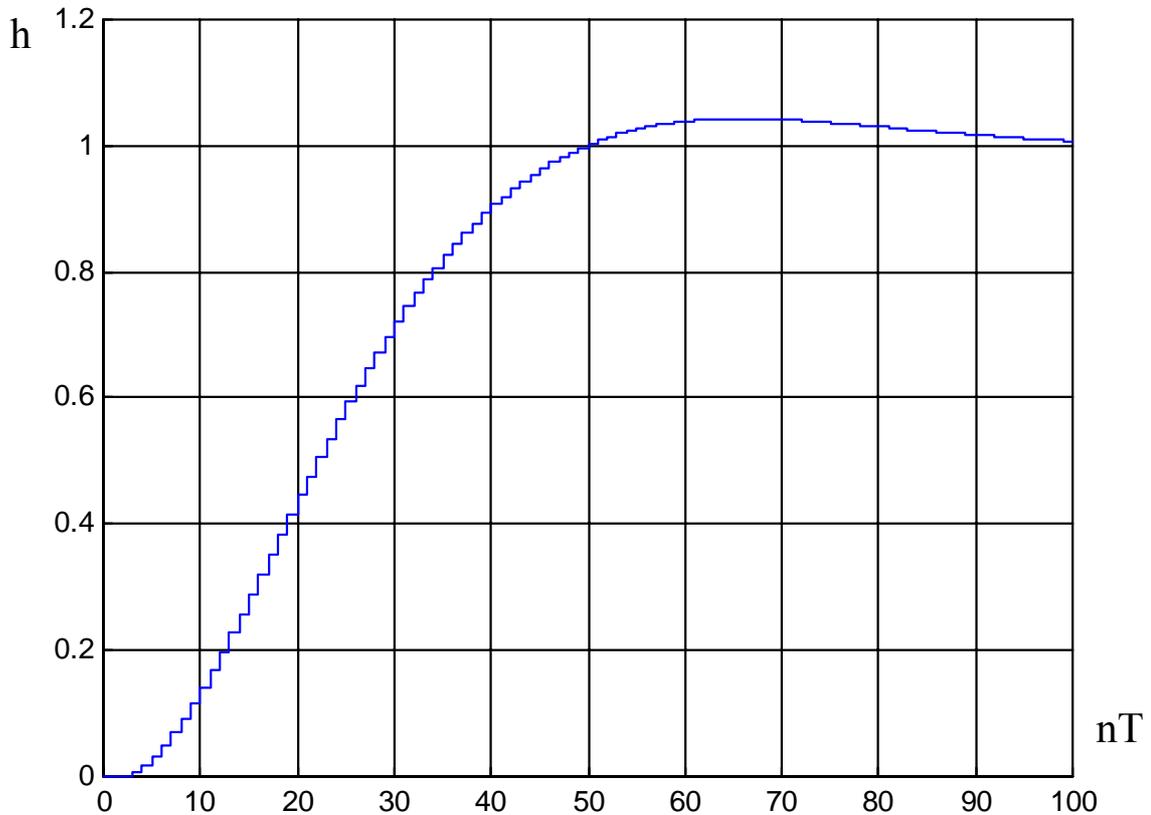
Анализ переходных процессов в рассматриваемой системе проводился методом имитационного моделирования средствами системы Matlab. В табл.3 приведены результаты моделирования (параметры переходных функций), снятые при различных типах цифровых интеграторов, экстраполяторов и временного запаздывания. В табл. 3 введены следующие обозначения: t_c - время первого согласования переходной функции с установившимся значением; t_m - время достижения переходной функцией максимума; σ – величина перерегулирования в %.

В числителе ячеек таблицы приведены данные для работы ЦАС с ЭНП, в знаменателе - с ЭПП. Анализ данных этой таблицы свидетельствует о малой колебательности переходных процессов (величина перерегулирования σ во всех рассмотренных случаях не превышает 5 %). Запаздывание t_3 приводит к уменьшению быстродействия ЦАС. Применение ЭПП вместо ЭНП и использование цифрового регулятора с ПФ (1) позволяют улучшить динамические показатели ЦАС.

Таблица 3. Параметры переходных функций ЦАС

$D(z)$	$\frac{t_3}{T}$	$\frac{t_c}{T}$	$\frac{t_m}{T}$	$\sigma, \%$
$\frac{Tz}{z-1}$	0	49 / 47	64 / 62	4,25 / 4,25
	0,5	51 / 49	66 / 64	4,31 / 4,28
	1	53 / 51	69 / 66	4,31 / 4,3
$\frac{T}{z-1}$	0	51 / 50	67 / 65	4,28 / 4,25
	0,5	53 / 51	69 / 67	4,32 / 4,28
	1	55 / 53	72 / 69	4,32 / 4,3
$\frac{T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$	0	50 / 49	66 / 64	4,28 / 4,26
	0,5	52 / 50	68 / 66	4,33 / 4,29
	1	54 / 52	70 / 68	4,33 / 4,31

В качестве примера на рис. 4 приведены график переходной функции $h[nT]$ в ЦАС с ЭПП и цифровым регулятором с ПФ (1), снятый при следующих параметрах системы: $T_1 = 1$ с; $T = 0,1$ с; $t_3 = 1T$; $\delta_1 = \delta_2 = 1$; При этом получены следующие параметры переходного процесса: $t_c = 51T$; $t_m = 66T$; $\sigma = 4,3\%$.

Рисунок 4 – График переходной функции $h[nT]$

Выводы

1. Определены дискретные передаточные функции и найдены параметры однократно интегрирующей ЦАС с экстраполяторами и цифровыми регуляторами различного типа из условий технического оптимума.

2. Выполнен сравнительный анализ динамики ЦАС методом имитационного моделирования в зависимости от типов экстраполятора, регулятора и временного запаздывания.

3. Следует продолжить исследования ЦАС при других входных воздействиях (например, линейно нарастающего или гармонического), а также при работе с датчиками среднего значения регулируемой координаты.

Литература

1. Гудвин Г. К., Гребен С. Ф., Сальгадо М. Э. Проектирование систем управления. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2004. – 911 с.
2. Дорф Р. Современная теория автоматического управления. – М.: Лаборатория знаний, 2002. - 832 с.
3. Бесекерский В. А. Цифровые автоматические системы. – М.: Изд – во “Наука”, 1976 – 576 с.
4. Коцегуб П. Х., Колчев Е. В., Губарь Ю. В., Светличный А. В. Синтез дискретных систем управления по модульному оптимуму. – Известия вузов. Электромеханика, 1983, № 4, с. 9 – 13
5. Коцегуб П. Х., Губарь Ю. В. Упрощенный синтез дискретных систем управления по модульному оптимуму. – Известия вузов. Электромеханика, 1989, № 3, с. 68 - 73



Губарь Юрий Владимирович.

Кандидат технических наук, доцент. Работает в должности доцента на кафедре “Электронные вычислительные машины” Донецкого национального технического университета.

Научные интересы: цифровые и цифро – аналоговые системы управления электромеханическими объектами.