

Дудніков О.М., к.т.н.

АДІ ДВНЗ «ДонНТУ», м. Горлівка

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ОБМЕЖЕНЬ СТАНІВ БАГАТОРЯДНИХ ЩІЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ

Узагальнено дані щодо інтенсивності, щільності та швидкості багаторядних транспортних потоків на прикладі трьохрядного руху в одному напрямку, введено поняття коридору коливань залежності «швидкість-щільність», розроблено математичну модель опису обмежень станів багаторядних транспортних потоків, запропоновано просторову діаграму зміни станів вказаних потоків.

Вступ та постановка наукової задачі

В Україні сучасний стан безпеки руху є дуже складним. Кожні 16 хвилин кояться ДТП, майже кожні 2 години гине людина. У середньому за добу в ДТП гинуть 14 і отримують травми різного ступеня тяжкості понад 100 осіб [1]. Тяжкість наслідків ДТП (кількість загиблих у ДТП на 1000 автомобілів) в Україні гірша, ніж у Польщі — 2,5 рази, у Франції — в 5 разів, у Швеції — в 10 разів [1], також гірші показники щодо кількості постраждалих на 100 ДТП і щодо кількості загиблих на 100 постраждалих у ДТП.

Як показує аналіз статистичних даних в Україні відносна кількість загиблих у ДТП в 4-10 разів більша, ніж, відповідно, в країнах європейська конференція міністрів транспорту (ЄКМТ), США та Японії [1,2]. Кількість загиблих у ДТП в Україні становить 13 % від загиблих у ДТП всієї Європи, тоді як кількість автомобілів — лише 2 % від всього європейського автомобільного парку. Кількість загиблих на кожні 1000 автомобілів в 1,3-7 разів вища, ніж у європейських країнах. Тяжкість наслідків ДТП в Україні в 1,5-5 разів вища [1]. Питомі показники аварійності в Україні є одними з найгірших у Європі [3].

Розкриття формування безпеки руху транспортних потоків на ділянках доріг необхідно проводити, насамперед, за допомогою адекватного визначення стану відповідного транспортного потоку на дорозі визначеної довжини та за відповідний період часу. Стан транспортного потоку зараз прийнято оцінювати із застосуванням «основного рівняння транспортного потоку», яке зв'язує три основні його характеристики, що усереднені одночасно за довжиною ділянки та за часом спостереження: інтенсивність N , швидкість V та щільність q [4]:

$$N = V q . \quad (1)$$

Співвідношення (1) з математичної точки зору є невизначеним, бо присутнє одне рівняння й дві невідомі змінні q та V . В графічному плані співвідношення (1) у координатній системі $N—q—V$ відображається як поверхня. Наявність залежності швидкості потоку від його щільності (з математичної точки зору лінійчата поверхня відповідно до вісі N у системі $N—q—V$) разом зі співвідношенням (1) та значенням пропускної здатності дає визначені стани транспортного потоку — групу просторових кривих. Зазначені криві є результатом перетину поверхні „інтенсивність — щільність — швидкість” з обмеженням щодо інтенсивності до рівня пропускної здатності та поверхні „щільність — швидкість” у координатній системі $N—q—V$:

$$\begin{cases} N = qV, \\ N \leq P, \\ q = f(V), \end{cases} \quad (2)$$

де P — пропускна здатність ділянки дороги, *авт/год* [4].

З експериментальної точки зору рівняння (1) є також невизначеним. В умовах натурних досліджень транспортного потоку з застосуванням відповідних методик можливі дві постановки експерименту: в перетині дороги за певний час та на визначеній довжині ділянки дороги у відповідні моменти часу.

Перша постановка експерименту в перетині дороги дає можливість отримати усереднені значення швидкості та інтенсивності транспортного потоку, що проїхав через досліджуваний перетин дороги за відповідний час. Вимірювання щільності транспортного потоку у перетині дороги неможливе, але за допомогою основного рівняння транспортного потоку щільність розраховується. Отримання розрахункового значення щільності потоку вже відводить його дослідження від вимірювання усереднених характеристик до усередненої моделі, яку виражає основне рівняння, з двома усередненими статистичними характеристиками прибуття автомобілів до перетину дороги (інтенсивність та швидкість), за певний час дослідження, та з одною розрахунковою характеристикою (щільність), яка не існує в перетині.

Друга постановка експерименту на ділянці дороги дає можливість отримати усереднені значення швидкості та щільності транспортного потоку на визначеній ділянці дороги у відповідні моменти часу. Вимірювання інтенсивності транспортного потоку на довжині ділянки дороги неможливе, бо невизначено положення відповідного перетину дороги, на якому потрібно фіксувати прибуття автомобілів, також незрозуміло, який час застосовувати для вимірювання, але за допомогою основного рівняння транспортного потоку інтенсивність розраховується. Отримання розрахункового значення інтенсивності потоку, як і в першому випадку, відводить дослідження потоку від вимірювання реальних усереднених характеристик до його усередненої моделі, яку виражає основне рівняння, з двома усередненими статистичними характеристиками руху автомобілів по ділянці дороги (щільність та швидкість), на певній довжині дослідження, та з одною розрахунковою характеристикою (інтенсивність), яка не визначена на довжині.

В таких умовах основне рівняння транспортного потоку неможливо характеризувати як основне або визначальне, бо воно не описує реальний транспортний потік. Воно є одночасно двома моделями потоку в певному перетині та на деякій довжині ділянки дороги. В цьому також видна певна невизначеність об'єкта та предмета дослідження, яка закладена в самому понятті транспортного потоку, як «невизначеної» сукупності автомобілів, що рухаються по дорозі «на невідомій довжині її ділянки та за невідомий час». Дослідження, що були проведені в роботах [5, 6], додатково розкривають розглянуті аспекти математичного опису транспортного потоку. Вказане розкриває відсутність можливості проводити адекватну оцінку станів транспортних потоків в умовах багаторядного руху, який виникає при щільності руху, що перевищує значення щільності на рівні максимальної інтенсивності, тобто для щільних транспортних потоків.

Мета роботи

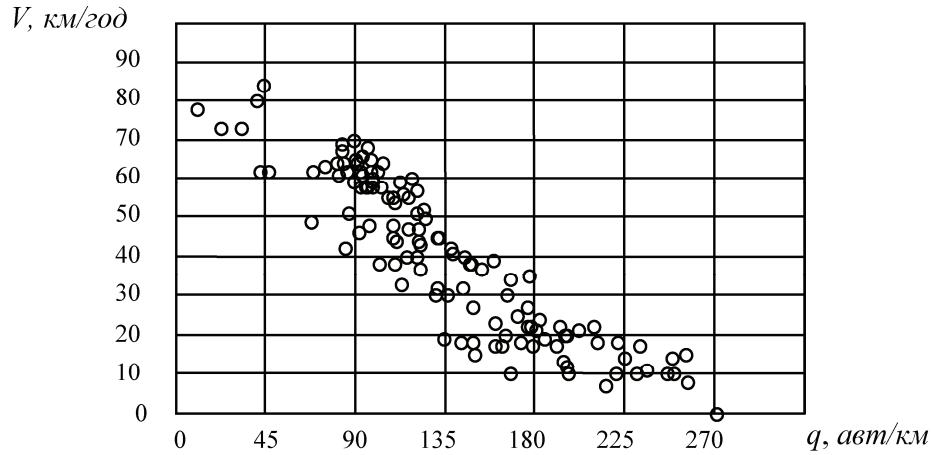
Розробка математичного опису обмежень станів багаторядних щільних транспортних потоків.

Основний матеріал дослідження

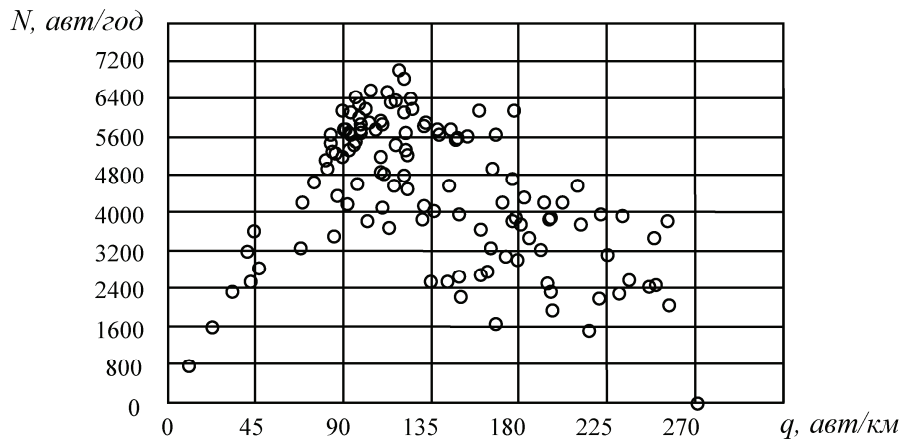
Для запису рівняння просторової кривої зміни станів однорядного транспортного потоку, що належить зазначеній вище поверхні $N - q - V$, необхідна залежність між швидкістю і щільністю потоку. Існує значна кількість наукових праць щодо пошука зазначеної залежності, результати яких сконцентровані у відповідних моделях (аналогія з потоками рідини, газу, тепла, енергії і т.д.), де пропонувалися різні варіанти залежності швидкості від щільності потоку. Вказане необхідно дослідити для багаторядного транспортного потоку.

Аналізуючи експериментальні дані аерофотознімання багаторядного транспортного потоку за трьома смугами руху одного напрямку [7], можна помітити наявність деякої області коливання змін швидкості руху в залежності від щільності потоку, що також можна відстежити в рамках залежностей інтенсивності від швидкості й щільності (рис. 1).

а)



б)



в)

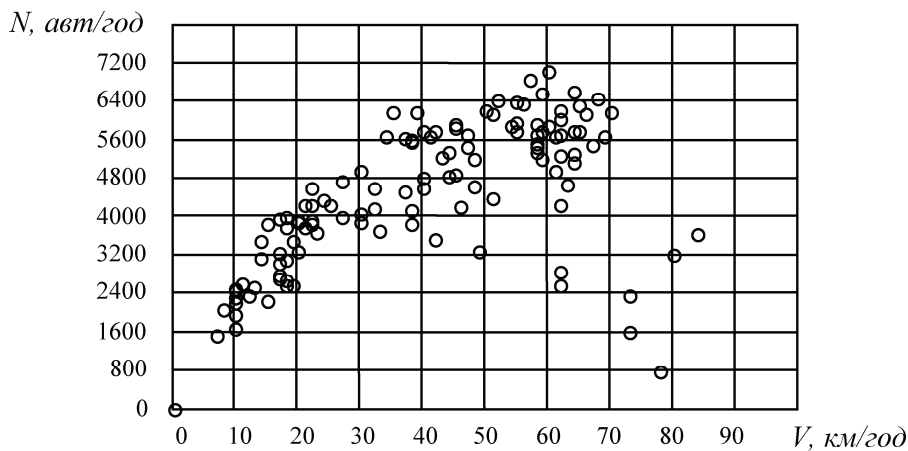


Рис.1. Об'єднані експериментальні дані характеристик багаторядного транспортного потоку за результатами аерофотозйомки [7] за трьома смугами руху:

а) графік групи точок «швидкість — щільність»; б) графік групи точок «інтенсивність — щільність»; в) графік групи точок «інтенсивність — швидкість»

Сумісний аналіз вказаних експериментальних даних призвів до появи гіпотези щодо наявності певного «коридору» коливань залежності швидкості від щільності багаторядного транспортного потоку. Коливання вказаних залежностей насамперед пов'язані з інженерно-психологічними проявами в формуванні руху багаторядного транспортного потоку. Зазначений «коридор» було запропоновано описувати двома лінійними залежностями «швидкість — щільність». Емпіричні рівняння та рівняння у загальному вигляді мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} V_1 = 100 - 0,336q_1, \\ V_2 = 80 - 0,462q_2, \end{cases} \begin{cases} V_1 = V_{m1} - k_{vq1}q_1, \\ V_2 = V_{m2} - k_{vq2}q_2, \end{cases} \begin{cases} k_{vq1} = \frac{V_{m1}}{q_{m1}}, \\ k_{vq2} = \frac{V_{m2}}{q_{m2}}, \end{cases} \quad (3)$$

де V_1, V_2 — поточні значення верхньої та нижньої меж коливання швидкостей руху багаторядного транспортного потоку, *км/год*;

q_1, q_2 — поточні значення верхньої та нижньої меж коливання щільностей руху багаторядного транспортного потоку, *авт./км*;

V_{m1}, V_{m2} — максимальні значення верхньої та нижньої меж коливання швидкостей руху багаторядного транспортного потоку, *км/год*;

k_{vq1}, k_{vq2} — коефіцієнти інтенсивності зменшення значень верхньої та нижньої меж коливання швидкостей руху багаторядного транспортного потоку в залежності від збільшення щільності руху, *км²/(год·авт.)*;

q_{m1}, q_{m2} — максимальні значення верхньої та нижньої меж коливання щільностей руху багаторядного транспортного потоку, *авт./км*.

Відповідно до рівнянь (3) були отримані рівняння залежності інтенсивності руху від швидкості та щільності руху, які мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} N_1 = 100q_1 - 0,336q_1^2, \\ N_2 = 80q_2 - 0,462q_2^2, \end{cases} \begin{cases} N_1 = V_{m1}q_1 - k_{vq1}q_1^2, \\ N_2 = V_{m2}q_2 - k_{vq2}q_2^2, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{0,336}[100V_1 - V_1^2], \\ N_2 = \frac{1}{0,462}[80V_2 - V_2^2], \end{cases} \begin{cases} N_1 = \frac{1}{k_{vq1}}[V_{m1}V_1 - V_1^2], \\ N_2 = \frac{1}{k_{vq2}}[V_{m2}V_2 - V_2^2], \end{cases} \quad (5)$$

де N_1, N_2 — поточні значення верхньої та нижньої меж коливання інтенсивностей руху багаторядного транспортного потоку, *авт./год*.

У разі введення поняття пропускної здатності ділянки дороги та її відповідного значення в межах коливання вершин парабол, що обмежують максимальні значення інтенсивностей руху, рівняння залежності інтенсивності від швидкості та щільності руху будуть наступними, з урахуванням (3):

$$\begin{cases} N_1 = P_1 - \frac{4P_1}{V_{m1}^2} \left[V_1 - \frac{V_{m1}}{2} \right]^2, \\ N_2 = P_2 - \frac{4P_2}{V_{m2}^2} \left[V_2 - \frac{V_{m2}}{2} \right]^2, \end{cases} \begin{cases} N_1 = P_1 - \frac{4P_1}{V_{m1}^2} \left[\frac{V_{m1}}{2} - k_{vq1}q_1 \right]^2, \\ N_2 = P_2 - \frac{4P_2}{V_{m2}^2} \left[\frac{V_{m2}}{2} - k_{vq2}q_2 \right]^2, \end{cases} \quad (6)$$

де P_1, P_2 — значення верхньої та нижньої меж коливання пропускної здатності ділянки дороги, *авт./год* згідно рис. 2, були прийняті $P_1 = 7500$ *авт./год*, $P_2 = 3500$ *авт./год*.

Рівняння (3)-(6) сумісно з експериментальними даними (рис. 1) графічно зображені на рис. 2, де експериментальні точки були з'єднані лініями по мірі зростання щільності потоку.

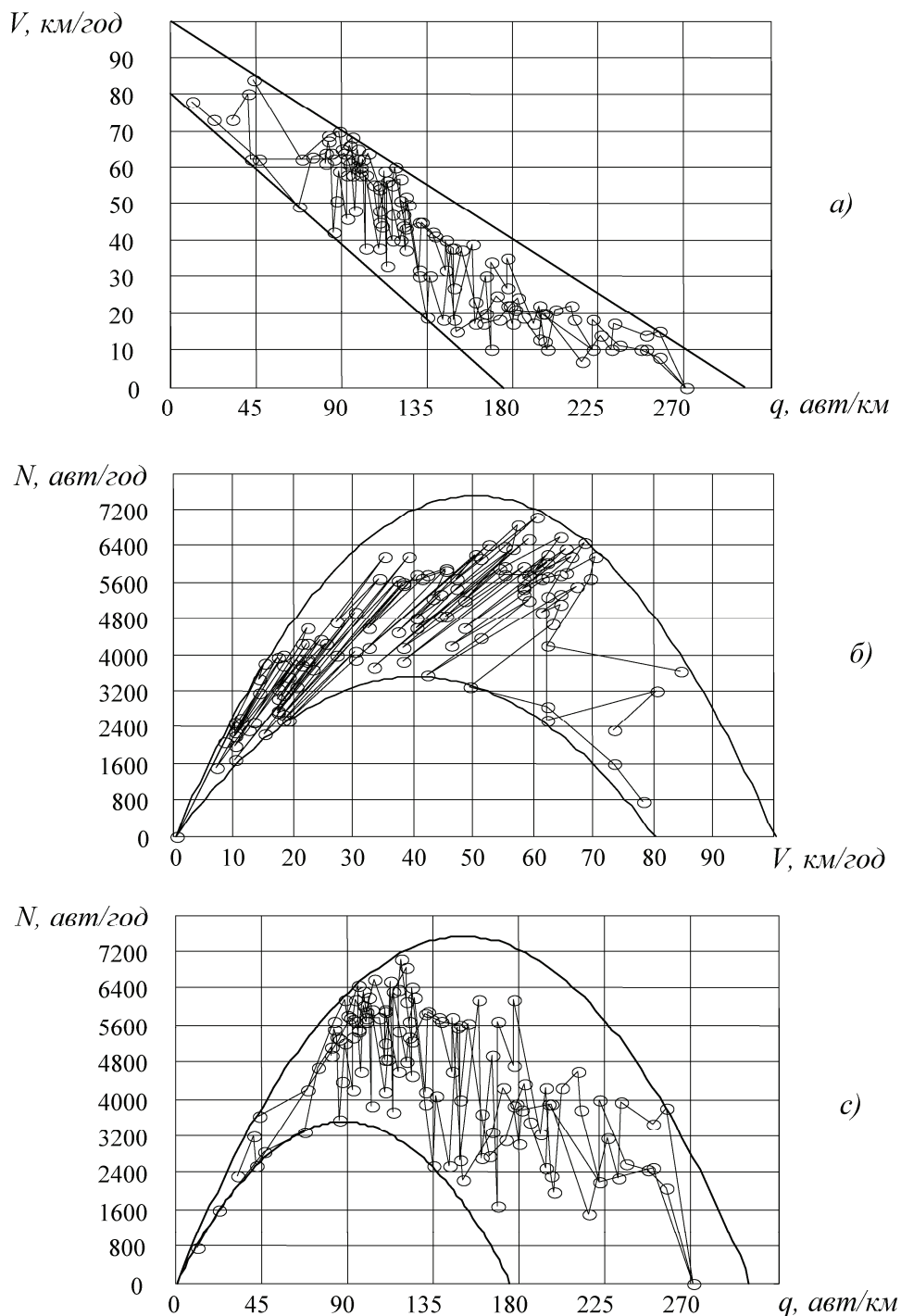


Рис.2. Експериментальні дані характеристик багаторядного транспортного потоку за результатами аерофотозйомки [7] (точки, з'єднані за збільшенням щільності) сумісно з запропонованими рівняннями (3)-(6) «коридору» коливань характеристик транспортного потоку: а) «коридор» коливань групи точок «швидкість — щільність»; б) «коридор» коливань групи точок «інтенсивність — щільність»; в) «коридор» коливань групи точок «інтенсивність — швидкість»

Відповідно до робіт [5,6] та отриманих результатів, пропонується розглядати основні характеристики багаторядного транспортного потоку у вигляді просторової діаграми (рис.3), про що вже вказувалося у даній роботі для однорядного потоку. Тому, якщо об'єднати отримані результати в єдиний підхід, можливо сформувану узагальнену просторову діаграму станів багаторядного транспортного потоку з відповідним коридором коливань його характеристик.

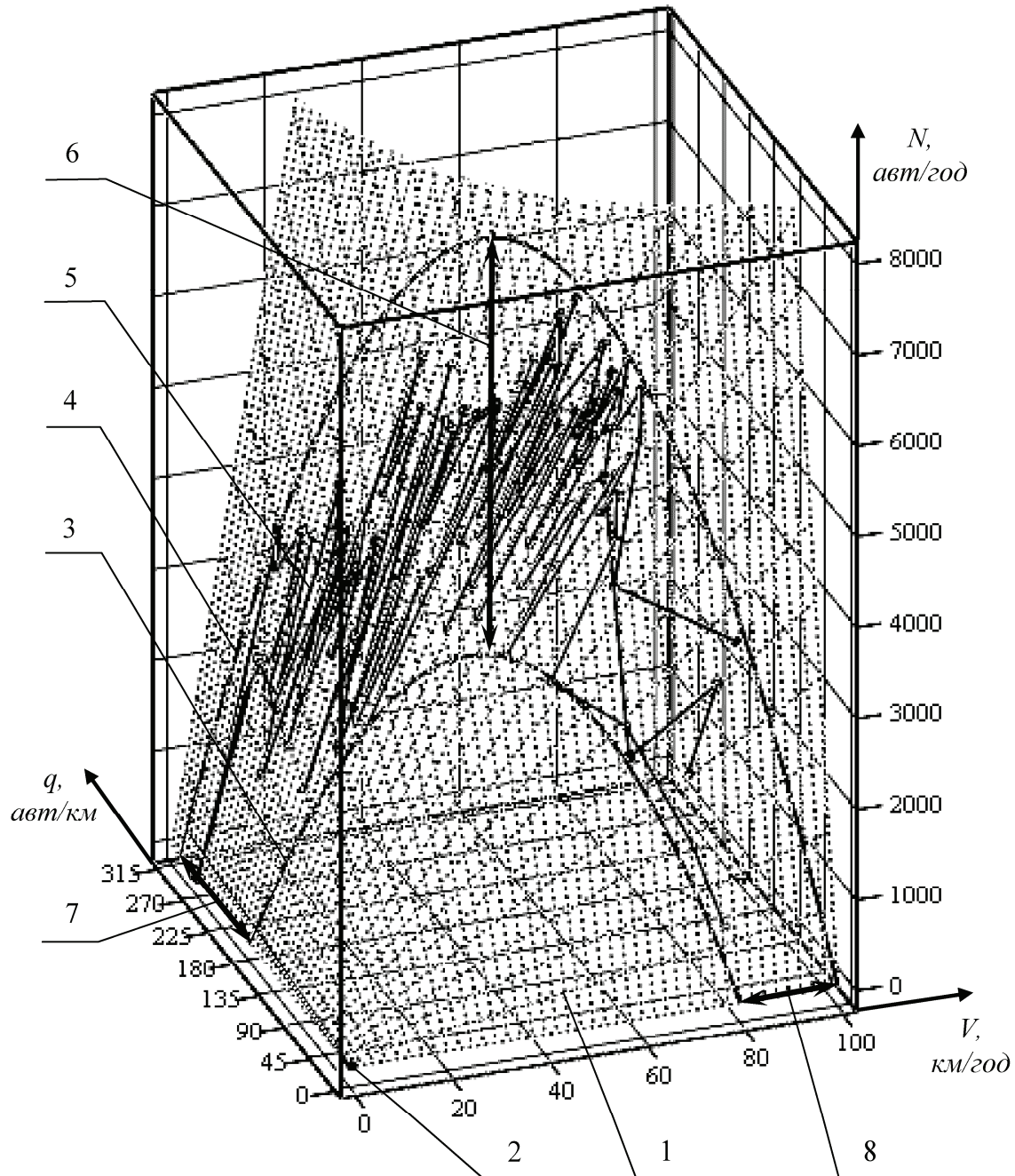


Рис. 3. Узагальнена основна діаграма станів багаторядного транспортного потоку:
 1 – поверхня $N = Vq$; 2 – точка відсутності транспортного потоку; 3, 4 – просторові параболі, що обмежують «коридор» коливань станів багаторядного транспортного потоку; 5 – ламані лінії, що з'єднують дослідні точки станів багаторядного транспортного потоку по мірі зростання його щільності; 6 – інтервал зміни пропускної здатності ділянки дороги для багаторядного транспортного потоку; 7 – інтервал зміни максимальної щільності багаторядного транспортного потоку на ділянці дороги; 8 – інтервал зміни швидкості руху поодиноких автомобілів на ділянці дороги

Запропонована «узагальнена основна діаграма станів багаторядного транспортного потоку» дозволяє об'єднати ряд наукових розробок по дослідженню закономірностей зміни основних характеристик транспортних потоків: щодо лінійних залежностей між інтенсивністю і швидкістю транспортного потоку; щодо параболічних кривих залежності інтенсивності від щільності і швидкості транспортного потоку, що розглянуті в межах гідродинамічної аналогії потоку; а також щодо взаємозалежних коливань характеристик транспортного потоку.

Діаграма розкриває наявність зв'язку області зміни пропускної здатності ділянки дороги зі змінами максимальної щільності багаторядного транспортного потоку і швидкості поодиноких транспортних засобів на визначеній ділянці дороги.

Висновки

У роботі математично описано обмеження станів багаторядних щільних транспортних потоків на ділянці дороги. Запропоновано розглядати залежність «швидкість — щільність» транспортного потоку на ділянці дороги у вигляді області, що обмежена лінійними залежностями, які уособлюють «коридор коливання швидкість — щільність». Відповідно до отриманих результатів були визначені: «коридор коливання інтенсивність — швидкість» та «коридор коливання інтенсивність — щільність», які мають параболічні залежності для своїх меж.

Побудовано графіки, які з'ясовують наявність чітко визначеної залежності між областями зміни реальної пропускної здатності ділянки дороги зі змінами максимальної щільності багаторядного транспортного потоку в передзаторовому стані і швидкості поодиноких транспортних засобів у вільних умовах руху на визначеній ділянці дороги.

До найближчих перспектив подальших розробок слід віднести виведення рівняння «коридору» коливання станів транспортного потоку у просторі з координатами $N—q—V$ та моделювання залежностей коливань у межах «коридору».

Список літератури

1. Редзюк А.М. Державна концепція підвищення безпеки дорожнього руху в Україні / А.М. Редзюк // Автошляховик України. — 2006. — №1. — С. 2-11.
2. Редзюк А.М. Проблема безпеки дорожнього руху в Україні та заходи щодо суттєвого зменшення загиблих і постраждалих у ДТП / А.М. Редзюк // Автошляховик України. — 2005. — №5. — С.6-10.
3. Транспортна академія України — час підсумків та нових перспектив // Автошляховик України. — 2005. — № 3. — С. 2-3.
4. Клиновштейн Г.И. Организация дорожного движения / Г.И. Клиновштейн, М.Б. Афанасьев. — М: Транспорт, 1997. — 231 с.
5. Дудніков О.М. Діаграма станів безпеки руху транспортного потоку / О.М. Дудніков // Вісник Національного транспортного університету. — К.: НТУ, 2004. — Вип. 9. — С. 199-202.
6. Дудніков О.М. Основна діаграма транспортного потоку й лінійна залежність між інтенсивністю та швидкістю потоку / О.М. Дудніков // Вісник Національного транспортного університету. — К.: НТУ, 2006. — Випуск 11. — С. 284-286.
7. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими / Д. Дрю. — М.: Транспорт, 1972. — 424 с.

Стаття надійшла до редакції 26.10.09

© Дудніков О.М., 2009