УДК 519.876.5

І.Ф. Войтюк, М.П. Дивак, В.М. Неміш
Тернопільський національний економічний університет
voytyuk_iryna@ukr.net, mdy@tneu.edu.ua

Метод та генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів в задачах екологічного моніторингу

Запропоновано метод та генетичний алгоритм структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів для розв'язування задач екологічного моніторингу. Створений метод забезпечує розв'язування багатокритеріальної задачі пошуку структури макромоделі з гарантованими прогностичними властивостями та мінімальною складністю.

Метод структурної ідентифікації, різницевий оператор, аналіз інтервальних даних, генетичний алгоритм.

Вступ

Останнім часом особливо актуальною є проблема мінімізації забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами автотранспорту. Одним із засобів розв'язання вказаної проблеми є контроль забруднень і застосування відповідних компенсаційних інструментів для зменшення як самих забруднень так і їх негативних наслідків [1]. Сьогодні у кожному великому місті існують можливості отримання реальних концентрацій по великій групі шкідливих речовин вимірювальними засобами, які є у санітарно-епідеміологічній станції (СЕС) міста. Як відомо, теоретичною основою для моделювання процесів поширення забруднень шкідливих речовин в атмосфері слугують диференціальні рівняння в частинних похідних, або їх різницеві аналоги [2]. Тому моделювання такого класу процесів здійснюватимемо на основі макромоделей у вигляді різницевих операторів, структуру яких необхідно підбирати за умовами узгодження з експериментальними даними. Крім того через великі похибки спостережень, граничні межі яких як правило відомі, різницеві оператори будуватимемо на основі методів аналізу інтервальних даних. Проте цей підхід, що ґрунтується на макромоделюванні, породжує проблему структурної ідентифікації макромоделі. Найбільш значущі результати при дослідженні проблематики структурної ідентифікації математичних моделей отримали наукові школи таких українських та зарубіжних вчених як Я. З. Ципкін, О. Г. Івахненко, H. Akaike, L. Ljung, R. Haber [3,4,5]. В основі усіх відомих методів структурної ідентифікації макромоделей у вигляді різницевих операторів є критерії оцінки якості структури, що ґрунтуються на мінімізації середньо-квадратичного відхилення між прогнозованими та експериментальними даними, що в умовах великих похибок спостережень є неприйнятним. Крім того, відомі методи „нарощування" чи редукції структури макромоделі, а також комбінаторні методи пошуку оптимальної структури призводять до переускладнення структури, високої обчислювальної складності, а також неконтрольованої складності [6]. Саме вищенаведеними недоліками існуючих методів структурної ідентифікації обґрунтовується проблематика даної праці. Таким чином метою даної праці є створення методу та генетичного алгоритму структурної ідентифікації макромоделей у вигляді інтервальних різницевих операторів, а також їх застосування для задач екологічного моніторингу.

Постановка задачі

Будемо описувати макромоделі, що представляють просторовий та часовий розподіл концентрацій шкідливих речовин лінійним різницевим оператором у такому загальному вигляді:

$$v_{j+1,k+1} = \vec{g}^T \cdot \vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},...,v_{j,0},...,v_{j,k},u_{0,0},...,u_{j,k}),$$
$$k=0,...,N-1,\ j=0,...,J-1, \qquad (1)$$

де $\vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},...,v_{j,0},...,v_{j,k},u_{0,0},...,u_{j,k})$ – деякий фіксований вектор (розмірністю $m\times 1$) базисних функцій, що задає структуру різницевого оператора; $v_{j+1,k+1}$ – прогнозована характеристика в j+1 точці простору в k+1 момент часу; $\vec{u}_k = (u_{0,0},...,u_{j,k})^T$ – відомий вектор (розмірністю $p\times 1$) вхідних змінних в k-й дискретний момент часу; $\vec{g}$ – невідомий вектор (розмірністю $m\times 1$) параметрів різницевого оператора.

Для оцінювання вектора параметрів $\vec{g}$ різницевого оператора будемо використовувати результати спостережень в k момент часу в j

точці простору, які представимо моделлю з адитивною похибкою

$$\tilde{v}_{j,k} = c_{j,k} \cdot v_{j,k} + e_{j,k}, \quad (2)$$

де $\tilde{v}_{j,k}$ – значення характеристики, що спостерігається в j точці простору в k момент часу (виміряне значення концентрації шкідливої речовини); $c_{j,k}$ – відомий коефіцієнт, який визначає особливості вимірювального пристрою; $e_{j,k}$ – випадкові, обмежені за амплітудою похибки

$$|e_{1,k}| = |e_{2,k}| = ... = |e_{j,k}| = |e_k| \le \Delta_k, \quad (3)$$

$$\Delta_k > 0 \quad \forall\ k = 0,..., N-1,\ j = 0,..., J-1.$$

Як видно, в загальному випадку похибки залежать від координат простору та часу вимірювань. Із використанням моделі вимірювань (2) та урахуванням обмеженості за амплітудою похибки (3), експериментальні дані набувають інтервального представлення

$$v_{j,k} = [v_{j,k}^-; v_{j,k}^+] = [(\tilde{v}_{j,k} - \Delta_k); (\tilde{v}_{j,k} + \Delta_k)]/c_{j,k}, \quad (4)$$

$$k = 0,...,N-1,\ j = 0,..., J-1,$$

де $[v_{j,k}^-; v_{j,k}^+]$ - гарантований інтервал виміряної величини.

Невідомий вектор параметрів $\vec{g}$ різницевого оператора оцінюватимемо за умовами включення прогнозованих значень у відповідний інтервал експериментальних даних. Зазначені умови мають такий формальний запис:

$$[\hat{v}_{j+1,k+1}] = [\hat{v}_{j+1,k+1}^-; \hat{v}_{j+1,k+1}^+] \subseteq [v_{j+1,k+1}] =$$

$$= [v_{j+1,k+1}^-; v_{j+1,k+1}^+], \quad (5)$$

де $[\hat{v}_{j+1,k+1}] = [\hat{v}_{j+1,k+1}^-; \hat{v}_{j+1,k+1}^+]$ – прогнозований інтервал в загальному випадку обчислюємо за формулою

$$\hat{v}_{j+1,k+1} =$$

$$= \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],...,[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}],u_{0,0},...,u_{j,k}), \quad (6)$$

де $\hat{\vec{g}}$ – вектор оцінок параметрів різницевого оператора, який отримуватимемо із умов включення (5), а $[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],...,[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]$ – задані чи обчислені інтервальні оцінки початкових дискретних значень прогнозованої характеристики.

Оскільки для отримання інтервалу прогнозованої характеристики $\hat{v}_{j+1,k+1}$ за формулою різницевого оператора (6) необхідно проводити обчислення за правилами інтервальної арифметики, то такий оператор називатимемо інтервальним різницевим оператором.

Підставляючи інтервальні оцінки $\hat{v}_{j+1,k+1}$, обчислені за формулою (6) за наявності початкових наближень $[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],...,[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]$, у вирази (5), отримаємо таку інтервальну систему нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) [7]:

$$v_{j+1,k+1}^- \le \hat{\vec{g}}^T \cdot \vec{f}([\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],...,$$

$$[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}],u_{0,0},...,u_{j,k}) \le v_{j+1,k+1}^+ \quad (7)$$

Вважатимемо, що структура макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора не відома, а її структурні елементи формуються із таких підмножин: $U_p^s = \left\{\vec{u}_{j,k} \in R^p \middle| \{u_{0,0},...,u_{j,k}\}\right\}$ – множина вхідних змінних (управлінь);

$V_\eta^s = \left\{\hat{\vec{v}}_{j,k} \in R^\eta \middle| \{[\hat{v}_{0,0}],...,[\hat{v}_{0,k}],...,[\hat{v}_{j,0}],...,[\hat{v}_{j,k}]\}\right\}$ – множина відомих дискретних значень прогнозної характеристики, яка характеризує порядок різницевого оператора; $G_m^s = \left\{\vec{g}_m \in R^m \middle| \{g_1,...,g_m\}\right\}$ – множина параметрів різницевого оператора; $F_{m,d}^s = \left\{\vec{f} \in R^m \middle| \{f_1([\hat{\vec{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k}),..., f_m([\hat{\vec{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k})\}\right\}$ – множина базисних функцій різницевого оператора; p - кількість вхідних змінних; η - порядок різницевого оператора; m - кількість базисних функцій та кількість параметрів різницевого оператора.

Отже, поточну структуру різницевого оператора можна описати у вигляді такого кортежу:

$$\lambda_s : \left\langle U_p^s, V_\eta^s, G_m^s, F_{m,d}^s \right\rangle \quad (8)$$

Структурні елементи із множини U_p^s, V_η^s вказаного кортежу пов'язані вектором базисних функцій. Задача структурної ідентифікації полягає у пошуку кортежу λ_s у вигляді (8), який забезпечує сумісність ІСНАР (7). Очевидно, що сумісність вказаної системи можна забезпечити шляхом ускладнення структури різницевого оператора, що є неприйнятним з точки зору макромоделювання. З іншого боку, синтез структури різницевого оператора можна побудувати на методах групового урахування аргументів [6], які ґрунтуються на відповідних критеріях оцінки якості структури. Проте ці критерії є непридатними у випадку побудови макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора. Разом з тим, у праці [8] запропоновано показник оцінки якості структури у такому вигляді:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{k=0...N-1,\, j=0...L-1} \left\{ mid\left([\hat{v}_{j+1,k+1}(\lambda_s)]\right) - \right.$$

$$\left. - mid\left([v_{j+1,k+1}]\right) \right\}, \quad (9)$$

якщо $[\hat{v}_{j+1,k+1}(\lambda_s)] \cap [v_{j+1,k+1}] = \varnothing$, $\exists\ k = 0,...,N-1$, $\exists\ j = 0,...,J-1$;

$$\delta(\lambda_s) = \max_{k=0...N-1,\, j=0..L-1} \left\{ wid\left([\hat{v}_{j+1,k+1}(\lambda_s)]\right) - \right.$$

$$- wid\left(\left[\hat{v}_{j+1,k+1}(\lambda_s)\right]\cap\left[v_{j+1,k+1}\right]\right)\Big\}, \quad (10)$$

якщо $\left[\hat{v}_{j+1k+1}(\lambda_s)\right]\cap\left[v_{j+1,k+1}\right]\neq\varnothing$, $\forall\ k=0,...,N-1$, $\forall\ j=0,...,J-1$,

де $mid(\bullet)$, $wid(\bullet)$ - операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

Цей показник співставляє прогнозований коридор для характеристики із експериментальним. Чим менше значення $\delta(\lambda_s)$, тим кращої якості є обрана структура різницевого оператора λ_s. У випадку коли $\delta(\lambda_s)=0$, то ІСНАР сумісна, а обрана структура різницевого оператора дає можливість побудувати адекватну модель [7].

У праці [9] також запропоновано критерії складності моделі, точності, а також повноти відображення властивостей об'єкта, необхідних для досягнення цілі моделювання.

Критерії складності:

$$p\to\min \ \textit{або}\ \eta\to\min \ \textit{або}\ m\to\min. \quad (11)$$

Якщо базисні функції є поліноміальними, то складність також можна визначати максимальною степеню d поліноміальних базисних функцій, які входять у структуру лінійного різницевого оператора.

Критерій точності задає середню ширину прогнозованого коридору і має такий вигляд:

$$\Delta\psi(\lambda_s)=\frac{1}{J\cdot N}\sum_{j=0}^{J-1}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\hat{v}^{+}_{j+1,k+1}-\hat{v}^{-}_{j+1,k+1}\right)=$$

$$=\frac{1}{J\cdot N}\sum_{j=0}^{J-1}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\max_{\bar{\hat{g}}\in\Omega}\left\{\bar{\hat{g}}^T\cdot\vec{F}(\bullet)\right\}-\right.$$

$$\left.-\min_{\bar{\hat{g}}\in\Omega}\left\{\bar{\hat{g}}^T\cdot\vec{F}(\bullet)\right\}\right)\xrightarrow{\lambda_s}\max. \quad (12)$$

Критерій повноти задає вплив додаткового урахування вхідних факторів (управлінь) на прогностичні властивості моделі і має такий вигляд:

$$R(\lambda_s)=\frac{1}{J\cdot N}\sum_{j=0}^{J-1}\sum_{k=0}^{N-1}\Big(\min\{v^{+}_{j+1,k+1},\hat{v}^{+}_{j+1,k+1}(\vec{u}_{j,k},\bar{\hat{v}}_{j,k})\}-$$

$$-\max\{v^{-}_{j+1,k+1},\hat{v}^{-}_{j+1k+1}(\vec{u}_{j,k},\bar{\hat{v}}_{j,k})\}\Big)/$$

$$/2/(v^{+}_{j+1,k+1}-v^{-}_{j+1k+1})\xrightarrow{\lambda_s}\max, \quad (13)$$

де $\hat{v}^{-}_{j+1,k+1}\left(\vec{u}_{j,k},\bar{\hat{v}}_{j,k}\right)=$

$$=\min_{\bar{\hat{g}}\in\Omega}\left(\bar{\hat{g}}^T\cdot\vec{f}(\hat{v}_{0,0},...,\hat{v}_{0,k},...,\hat{v}_{j,0},...,\hat{v}_{j,k},u_{0,0},...,u_{j,k})\right);$$

$$\hat{v}^{+}_{j+1,k+1}\left(\vec{u}_{j,k},\bar{\hat{v}}_{j,k}\right)=$$

$$=\max_{\bar{\hat{g}}\in\Omega}\left(\bar{\hat{g}}^T\cdot\vec{f}(\hat{v}_{0,0},...,\hat{v}_{0,k},.....,\hat{v}_{j,0},...,\hat{v}_{j,k},u_{0,0},...,u_{j,k})\right)$$

– нижнє та верхнє значення прогнозованого інтервалу вихідної змінної на основі адекватної моделі зі структурою λ_s; Ω - область оцінок параметрів різницевого оператора $\bar{\hat{g}}$ зі структурою λ_s.

Тоді загальну постановку задачі структурної ідентифікації сформулюємо у вигляді такої двох крокової оптимізаційної задачі.

Крок 1.

$$\delta(\lambda_s)\xrightarrow{\lambda_s}\min \quad (14)$$

В результаті виконання першого кроку отримаємо множину адекватних моделей.

Крок 2. Вибір моделі з оптимальною структурою серед адекватних на основі критеріїв:

$$\begin{cases} p\to\min \ \textit{або}\ \eta\to\min \ \textit{або}\ m\to\min; \\ \Delta\psi(\lambda_s)\xrightarrow{\lambda_s}\max, \\ R(\lambda_s)\xrightarrow{\lambda_s}\max, \end{cases} \quad (15)$$

Особливостями цієї задачі є те, що вона є багатокритеріальною, а її розв'язки необхідно знаходити на дискретній множині структур.

Метод структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора

Відповідно до постановки задачі метод структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора повинен включати два кроки. Спочатку пошук адекватних структур моделей, які забезпечують $\delta(\lambda_s)=0$ з подальшою селекцією єдиної моделі із означених за критеріями (15).

Припущення 1. Для побудови адекватної (в сенсі сумісності ІСНАР, $\delta(\lambda_s)=0$) макромоделі досліджуваного об'єкта відома множина структурних елементів, яка обов'язково включає підмножину усіх структурних елементів адекватної моделі (моделі із субоптимальною структурою).

Дане припущення означає, що виходячи із фізичних міркувань, необхідно сформувати множини

$$U^s_p=\left\{\vec{u}_{j,k}\in R^p\Big|\left\{u_{0,0},...,u_{j,k}\right\}\right\};$$

$$V^s_\eta=\left\{\vec{v}_{j,k}\in R^\eta\Big|\left\{v_{0,0},...,v_{0,k},...,v_{j,0},...,v_{j,k}\right\}\right\};$$

$$F^s_{m,d}=\left\{\vec{f}\in R^m\Big|\left\{f_1([\bar{\hat{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k}),...,f_m([\bar{\hat{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k})\right\}\right\}$$

із загальною кількістю структурних елементів L.

При цьому виконується умова:

$$U_o\subset U^s_p;\quad V_o\subset V^s_\eta;\quad F_o\subset F^s_{m,d}, \quad (16)$$

де U_o, V_o, F_o – відповідно підмножини вхідних змінних (управлінь), дискретних значень прогнозної величини та базисних функцій λ_o структури адекватної моделі, що записується кортежем

$$\lambda_o:\left\langle U_o,V_o,G_o,F_o\right\rangle. \quad (17)$$

Слід зауважити, що всі елементи для адекватної структури пов'язані між собою базисними функціями $\vec{f}$, тобто, якщо відома λ_o структура, то однозначно можемо записати лінійний за параметрами різницевий оператор у вигляді:

$$v_{j+1,k+1}(\lambda_s) = \\ = \vec{g} \cdot \vec{f}(v_{0,0},...,v_{0,k},...,v_{j,0},...,v_{j,k},u_{0,0},...,u_{j,k}), \quad (18)$$

$$k = 0,...,N-1,\ j = 0,...,J-1.$$

Припущення 2. Задано інтервал $[I_{\min}; I_{\max}]$, який гарантовано включає число *m*, що задає кількість структурних елементів для адекватної структури λ_o:

$$I_{\min} \le m \le I_{\max}. \quad (19)$$

Припущення 2 є менш жорстким, оскільки в загальному випадку інтервал $[I_{\min}; I_{\max}]$ може дорівнювати інтервалу [1;*L*], хоча при цьому суттєво зросте обчислювальна складність методу структурної ідентифікації макромоделей у вигляді інтервальних різницевих операторів.

Перейдемо до загального опису методу. Позначимо множину усіх згенерованих структурних елементів для реалізації методу структурної ідентифікації:

$$\left\{f_1(\vec{v}_{j,k},\vec{u}_{j,k}),..., f_l(\vec{v}_{j,k},\vec{u}_{j,k}),..., f_L(\vec{v}_{j,k},\vec{u}_{j,k})\right\}. \quad (20)$$

Позначимо *S* – потужність множини згенерованих структур і будемо називати величиною свободи вибору кращих моделей, як це прийнято в МГУА [10].

На кожному етапі, формування моделей-претендентів здійснюватимемо за допомогою формули

$$[\hat{v}_{j+1,k+1}(\lambda_s)] = \mu_1 \cdot g_1 \cdot f_1([\hat{\vec{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k}) + ... + \\ + \mu_l \cdot g_l \cdot f_l([\hat{\vec{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k}) + ... + \mu_L \cdot g_L \cdot f_L([\hat{\vec{v}}_{j,k}],\vec{u}_{j,k}), \\ s = 1,...,S. \quad (21)$$

де $\vec{\mu}_l = (\mu_1,...,\mu_l,...,\mu_L)$ – означає випадковий вектор з компонентами 0 та 1; $I_{\min} \le \sum_{l=1}^{L} \mu_l \le I_{\max}$.

Селекцію згенерованих структур проводимо за критерієм (9), а їх упорядкування проводимо з використанням відношень:

$$\delta(\lambda_1) \le ... \le \delta(\lambda_s) \le ... \le \delta(\lambda_S). \quad (22)$$

Вибрані структури за умовою (22) у загальній кількості *S* випадковим чином комбінуємо попарно для отримання нових моделей-претендентів. З метою зменшення ризику втрати структурних елементів для адекватної моделі на наступний ряд селекції, окрім отриманих пар в результаті комбінування поточних структур, передаються поточні структури з попереднього ряду селекції. Тобто кожна пара виділених структур на попередньому ряді продукує дві пари структур.

Якщо на якомусь із етапів селекції $\delta(\lambda_s) = 0\ \exists\ s = 1,...,S$, то усі структури, для яких виконається дана умова, зважуються за критеріями (15) для вибору єдиної оптимальної структури.

Таким чином вхідними параметрами для реалізації методу є:

- множина структурних елементів $\left\{f_1(\vec{v}_{j,k},\vec{u}_{j,k}),..., f_l(\vec{v}_{j,k},\vec{u}_{j,k}),..., f_L(\vec{v}_{j,k},\vec{u}_{j,k})\right\}$;
- інтервал $[I_{\min}; I_{\max}]$, що включає число *m* структурних елементів;
- параметр *S*, який називають величиною свободи вибору кращих моделей.

В результаті реалізації методу отримаємо адекватну за критерієм (14) модель, а також оптимальну в сенсі критеріїв (15).

Слід зауважити, що в результаті реалізації методу серед адекватних моделей може виявитись Паретто-оптимальна множина, оскільки пошук здійснюється ще за трьома критеріями. В цьому випадку оптимальну модель слід додатково вибирати виходячи із фізичних міркувань.

На рис. 1 наведено схему реалізації методу структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора.

На першому ряді задаємо максимальну кількість згенерованих структур 2*S* – максимальна величина свободи вибору кращих моделей-претендентів. Блок „SELECTION I" означає селекцію згенерованих структур та побудованих на їх основі моделей за критерієм (14) і впорядкування їх з використанням відношень (22). В результаті отримаємо моделі-претенденти другого ряду формування $[v^2_{j+1,k+1}(\lambda_1)],...,[v^2_{j+1,k+1}(\lambda_s)],...,[v^2_{j+1,k+1}(\lambda_S)]$. Блок „CROSSING" означає попарне комбінування вибраних за умовою (22) структур у загальній кількості *S*. Далі проводимо селекцію (блок „SELECTION I" та блок „SELECTION II") отриманих нових моделей-претендентів кількістю *S* третього ряду формування $[v^3_{j+1,k+1}(\lambda_1)],...,[v^3_{j+1,k+1}(\lambda_s)],...,[v^3_{j+1,k+1}(\lambda_S)]$, а також моделей-претендентів кількістю *S* другого ряду $[v^2_{j+1,k+1}(\lambda_1)],...,[v^2_{j+1,k+1}(\lambda_s)],...,[v^2_{j+1,k+1}(\lambda_S)]$. Блок „SELECTION II" означає селекцію моделей за критеріями (15).

В результаті реалізації методу структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора отримаємо оптимальну модель $[v_{j+1,k+1}(\lambda_o)]$, для якої виконується умова $\delta(\lambda_o) = 0$, а також яка є найкращою за критеріями (15).

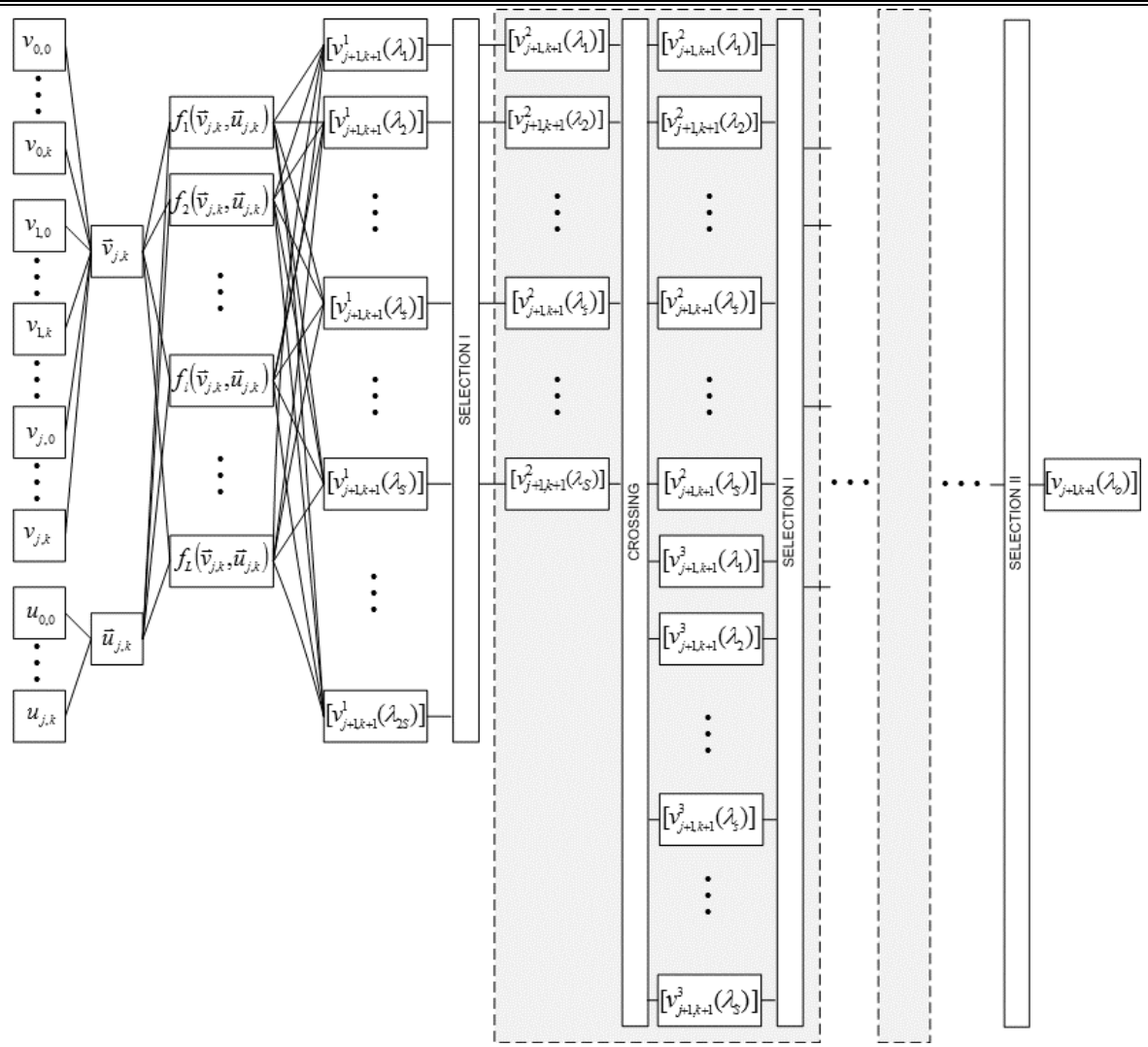

Рисунок 1 - Схема реалізації методу структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора

Генетичний алгоритм реалізації методу структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора

Генетичні алгоритми розрізняються між собою в залежності від схем відображення ланцюжка генів хромосоми на розв'язок задачі та оцінювання пристосованості хромосом. Схему кодування будемо вибирати виходячи із особливостей розв'язування задачі структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора.

Позначимо код у десятковій системі числення, що задає хромосому особини у вигляді структури λ_s різницевого оператора:

$$k_{10}(\lambda_s) = < N_{1s},..., N_{ls},...N_{Ls} >, \qquad (23)$$

де N_{Ls} – номер структурного елемента λ_s структури у згенерованій впорядкованій послідовності $l = 1,..., L.$

Наприклад, структура різницевого оператора у вигляді $v_{k+1} = g_1 \cdot v_{k-1} + g_2 \cdot v_k + g_3 \cdot u_{2,k}$ може бути представлена за допомогою хромосоми у вигляді коду $k_{10}(\lambda_s) = <01,02,04>$, де $N_{1s} = 01$; $N_{2s} = 02$; $N_{3s} = 04$.

Перейдемо від десяткового до бінарного кодування. Бінарні хромосоми – це хромосоми, гени яких можуть приймати значення 0 або 1. При цьому в основу формування хромосоми особини покладено принципи кодування генів, кожен з яких відображає відсутність або наявність відповідного структурного елемента в згенерованій структурі (особині).

Виходячи із викладеного вище, позначимо бінарний код, що задає хромосому структури λ_s різницевого оператора у вигляді:

$$k_2(\lambda_s) = < \mu_{1s},..., \mu_{ls},..., \mu_{Ls}, >, \qquad (24)$$

де $\mu_{Ls} = \begin{cases} 0 - \text{у випадку відсутності в структурі} \\ \quad l \text{ - го структурного елемента} \\ 1 - \text{у випадку наявності в структурі} \\ \quad l \text{ - го структурного елемента;} \end{cases}$

L – в даному випадку максимальна кількість початково згенерованих структурних елементів.

Зважаючи на те, що для практичних задач пошуку структур макромоделей у вигляді різницевих операторів за допомогою генетичних алгоритмів часто доводиться використовувати обидва види кодування, розглянемо можливість переходу від таблиці десяткового кодування хромосом до бінарного позиційного кодування.

Нехай $k_2(\lambda_s)$ – бінарний код, що задає хромосому особини у вигляді структури λ_s різницевого оператора. Тоді $D(k_{10}(\lambda_s))$ – оператор переходу до бінарного позиційного кодування:

$$k_2(\lambda_s) = D(k_{10}(\lambda_s)). \quad (25)$$

Для реалізації даного оператора запропоновано наступний алгоритм. Нехай код у десятковій системі кодування, що представляє хромосому особини структури різницевого оператора має вигляд (23). Тоді проміжний бінарний код представимо у такому вигляді:

$$< 2^{N_{1s}-1} + ... + 2^{N_{ls}-1} + ... + 2^{N_{ls}-1} > . \quad (26)$$

Отриманий позиційний код доповнюємо зліва такою кількістю нулів, щоб довжина у бінарній послідовності складала загальну кількість елементів L і остаточно отримуємо бінарний позиційний код $k_2(\lambda_s)$, що задає структуру різницевого оператора у десятковій системі.

Наприклад, у випадку генерування структури різницевого оператора у вигляді $v_{k+1} = g_1 \cdot v_{k-1} + g_2 \cdot u_{2,k} + g_3 \cdot v_k$, та у випадку використання таблиці 1 кодування структурних елементів, загальна кількість яких L = 52, замість хромосоми у вигляді коду <01,02,04>, отримаємо спочатку бінарний код у вигляді: $< 2^{1-1} + 2^{2-1} + 2^{4-1} > = <1011>$, доповнивши який $L - 4 = 48$ „0"-елементами остаточно отримаємо:

$k_2(\lambda_s) =$ <00000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001011>.

Обидва види кодування можуть бути використані для реалізації генетичних алгоритмів в задачах структурної ідентифікації різницевих операторів. Наприклад, у випадку використання алгоритмічних мов високого рівня для реалізації генетичних алгоритмів доцільно було б використовувати десяткову систему кодування, незважаючи на вказані її недоліки. А у випадку використання алгоритмічних мов з можливістю обробки окремих бітів коду доцільно використовувати бінарне кодування, що суттєво знизить обчислювальну складність реалізації алгоритму і забезпечить можливість використання типових підходів до формування за допомогою операторів генетичних алгоритмів хромосом, що представляють структури різницевих операторів.

Таким чином запропоновані схеми десяткового та бінарного кодування хромосом, за допомогою яких кодуються структури інтервальних різницевих операторів, відзначаються достатньою простотою і в той же час забезпечують можливість реалізації базових операторів генетичних алгоритмів для пошуку оптимальних структур інтервальних різницевих операторів.

Із врахуванням наведеної схеми кодування побудуємо один із алгоритмів реалізації методів структурної ідентифікації, схема якого наведена на рис. 1.

Крок 1. Генерування набору структурних елементів (20), які гарантовано включають усі структурні елементи шуканої структури різницевого оператора та їх кодування за допомогою впорядкованої послідовності десяткових чисел. Зауважимо, що генерування малої потужності L множини структурних елементів часто унеможливлює пошук субоптимальної структури λ_o. Тим часом як суттєве збільшення потужності L множини структурних елементів суттєво підвищить обчислювальну складність задачі.

Параметром генетичного алгоритму на даному кроці є потужність множини структурних елементів L.

У випадку, якщо згенерована кількість структурних елементів не забезпечує побудову адекватної моделі, то необхідно розширити множину структурних елементів.

Крок 2. Випадкове генерування кодів $k_{10}(\lambda_s)$ хромосом, що задають відповідні структури λ_s, де $s = 1,...,S$. Десятковий код $k_{10}(\lambda_s)$ хромосоми задає поточну структуру різницевого оператора і має такий загальний вигляд:

$$k_{10}(\lambda_s) = < N_{1,s},...,N_{i,s},...,N_{m,s} >, s = 1,...,S. \quad (27)$$

Параметрами генетичного алгоритму на даному кроці є: потужність S множини згенерованих кодів $k_{10}(\lambda_s)$ хромосом; кількість m згенерованих структурних елементів-генів у поточному коді $k_{10}(\lambda_s)$ хромосоми.

Параметр кількості генів m на даному кроці генеруємо випадковим чином – як число на інтервалі $[I_{\min}; I_{\max}]$. На цьому кроці важливим є генерування достатньої кількості S особин популяції. В той же час, суттєве збільшення кількості особин може призвести до підвищення обчислювальної складності задачі структурної ідентифікації.

Крок 3. Оцінка якості згенерованих структур з кодами $k_{10}(\lambda_s)$ та селекція популяції „кращих" особин за функцією пристосованості у вигляді показника якості структури $\delta(\lambda_s)$.

Якщо на цьому кроці існує хоча б одна структура різницевого оператора, задана хромосомою у вигляді коду $k_{10}(\lambda_s)$, для якої $\delta(\lambda_s)=0$, то – завершення процедури структурної ідентифікації. У випадку, коли $\delta(\lambda_s)=0$ для декількох структур, то вибір єдиної здійснюється послідовним зважуванням вказаних структур на основі додаткових критеріїв селекції (15). В іншому випадку формуємо популяцію найкращих особин (з найменшими $\delta(\lambda_s)$) у кількості, що задана величиною свободи вибору *S*.

Крок 4. Схрещування відібраних особин у популяції здійснюється випадковим чином із застосуванням розробленого у даній праці оператора схрещування, побудованого за принципом „розіграшу лотереї". Після виконання даного кроку здійснюємо перехід на крок 3.

Слід зауважити, що класичні оператори схрещування використовують одно- або багатоточкові кросовери, які функціонують за принципом копіювання до точки розриву стрічки генів першої батьківської хромосоми в першого нащадка, а з другої батьківської хромосоми – в другого нащадка. Такі кросовери не придатні для побудови алгоритмів структурної ідентифікації, оскільки унеможливлюють контроль складності структури моделі. Тому для тих цілей пропонується створення нового кросовера, побудованого за принципом „розіграшу лотереї".

Розглянемо особливості запропонованого кросовера. Нехай десятковий код першої батьківської хромосоми має такий вигляд: $k_{10}(\lambda_1)=<N_{1,1},...,N_{i,1},...,N_{m_1,1}>$. А код другої батьківської хромосоми має такий вигляд: $k_{10}(\lambda_2)=<N_{1,2},...,N_{i,2},...,N_{m_2,2}>$. В результаті об'єднання двох наборів отримаємо множину генів (структурних елементів):

$$\{N_{1,1},...,N_{i,1},...,N_{m_1,1},N_{1,2},...,N_{i,2},...,N_{m_2,2}\}. \quad (28)$$

Як бачимо, перша батьківська хромосома має *m1* генів, а друга батьківська хромосома має *m2* генів. Об'єднана множина генів включає *m1+m2* елементів. Тепер користуючись генератором випадкових чисел згенеруємо випадкове число на інтервалі $[I_{\min}=m1; I_{\max}=m2]$ за формулою $m=rand()\%(I_{\max}-I_{\min}+1)+I_{\min}$, яке задаватиме кількість генів у нащадку. Згенероване число *m* означатиме кількість структурних елементів у майбутній структурі різницевого оператора, яке завжди буде лежати в межах кількості генів (структурних елементів) батьківських хромосом. Виберемо послідовно із об'єднаної множини генів (28) (батьківських хромосом) за принципом „розіграшу лотереї" *m* генів і впорядкуємо їх у такий спосіб, щоб вони представляли коди відповідних структурних елементів. Отриманий код дозволяє побудувати макромодель-претендент для наступного етапу селекції. З метою уникнення втрати кращих індивідів у популяції, обидві популяції особин включаємо у популяцію нащадків. Таким чином сформована популяція складатиметься з *2S* особин (структур).

Приклад застосування генетичного алгоритму для моделювання добового циклу зміни концентрацій діоксиду азоту

Із використанням методу структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора та генетичного алгоритму проведемо дослідження зміни концентрацій шкідливих викидів діоксиду азоту протягом доби у заданій точці міста. Для побудови макромоделі використана вибірка добових даних за 5 квітня 2011 року на перехресті вулиць „Бродівська – Збаразька – Довга" міста Тернопіль. Похибка вимірювання концентрацій діоксиду азоту спектроаналізатором типу „СФ-26" складала 25 %. Таблиця 1 відображає отримані інтервальні оцінки концентрацій діоксиду азоту, а також інтенсивність транспортних потоків.

Таблиця 1. Вихідні дані для прикладу моделювання динаміки концентрацій діоксиду азоту (NO_2)

Час, год., t	v_k^-, мг/м^3	v_k^+, мг/м^3	u_k, авто
01:00:00	0.04875	0.08125	602
02:00:00	0.0315	0.0525	371
03:00:00	0.0375	0.0625	453
04:00:00	0.04125	0.06875	543
05:00:00	0.0645	0.1075	823
06:00:00	0.10575	0.17625	1431
07:00:00	0.126	0.21	2076
08:00:00	0.129	0.215	2107
09:00:00	0.11625	0.19375	1912
10:00:00	0.14475	0.24125	2317
11:00:00	0.123	0.205	1998
12:00:00	0.11775	0.19625	1876
13:00:00	0.13875	0.23125	2301
14:00:00	0.10575	0.17625	1678
15:00:00	0.1335	0.2225	2214
16:00:00	0.13875	0.23125	2176
17:00:00	0.11775	0.19625	1903
18:00:00	0.11325	0.18875	1882
19:00:00	0.1035	0.1725	1652
20:00:00	0.08775	0.14625	1453
21:00:00	0.0675	0.1125	1109
22:00:00	0.0675	0.1125	956
23:00:00	0.057	0.095	732
24:00:00	0.05025	0.08375	687

Для реалізації методу структурної ідентифікації макромоделей у вигляді інтервальних різницевих операторів і

моделювання добового циклу зміни концентрацій діоксиду азоту, скористаємось генетичним алгоритмом, описаним вище.

Крок 1. Згенеруємо множину структурних елементів, використовуючи поліноміальні функції не вище другої степені і для різницевого оператора не вище другого порядку. В данному випадку потужність множини структурних елементів L=14. В результаті отримаємо таблицю 2 множини структурних елементів.

Таблиця 2. Множина структурних елементів

№ п/п	Структурний елемент (ген)	№ п/п	Структурний елемент (ген)
01	v_{k-1}	08	$v_k \cdot u_{k-1}$
02	v_k	09	$v_k \cdot u_k$
03	u_{k-1}	10	$u_{k-1} \cdot u_k$
04	u_k	11	v_{k-1}^2
05	$v_{k-1} \cdot v_k$	12	v_k^2
06	$v_{k-1} \cdot u_{k-1}$	13	u_{k-1}^2
07	$v_{k-1} \cdot u_k$	14	u_k^2

Крок 2. Використовуючи параметр *2S=20*, випадковим чином сформуємо популяцію особин (структур інтервального різницевого оператора) у кількості 20 особин. Кожна структура включає певну кількість структурних елементів, згенеровану на інтервалі $[I_{\min}; I_{\max}] = [2;4]$. Користуючись кодуванням з таблиці 2, кожну структуру $[v_{k+1}(\lambda_s)]$ представимо у вигляді певного десяткового коду $k_{10}(\lambda_s)$ хромосоми.

Крок 3. Проведемо оцінку „якості" згенерованих структур $[v_{k+1}(\lambda_s)]$ за показником $\delta(\lambda_s)$, використовуючи формули (9) або (10), а також селекцію згенерованих структур за критерієм (14). В результаті отримаємо таблицю 3 з впорядкованих за формулою (22) структур.

Таблиця 3. Результати оцінювання якості згенерованих структур

№ структури, s	$\delta(\lambda_s) \times 10^{-4}$	Структури у вигляді десяткових кодів хромосом, $k_{10}(\lambda_s)$
1	0,187	<01,04,06,11>
2	0,188	<02,03,11>
3	0,189	<01,04,07,12>
4	0,224	<02,03,09,12>
5	0,253	<01,03,08>
6	0,257	<02,03,12>
7	0,261	<01,04>
8	0,262	<01,03,06>
9	0,287	<02,03,09,14>
10	0,298	<02,04,10>
11	0,376	<03,05,07,13>
12	0,485	<04,12,13>
13	0,697	<04,05,08,10>
14	0,844	<03,06,09>
15	0,915	<01,08>
16	1,056	<05,07,10,13>
17	1,197	<05,08,13,14>
18	1,899	<07,10,14>
19	3,302	<13,14>
20	3,726	<06,07,09,11>

Крок 4. Вибрані з таблиці 3 структури (у кількості *S=10)* випадковим чином будем схрещувати попарно для отримання нових моделей-претендентів (Таблиця 4).

Таблиця 4. Результати схрещування структур на першому етапі

№ схрещуваних структур згідно таблиці 3	№ структури, s	Структури у вигляді десяткових кодів хромосом, $k_{10}(\lambda_s)$	$\delta(\lambda_s) \times 10^{-4}$
3-5	1	<01,07,08,12>	0,235
	2	<01,03,04>	0,248
2-8	3	<01,03,11>	0,162
	4	<02,03,06>	0,165
7-1	5	<01,04,06>	0,185
	6	<01,04,11>	0,187
6-9	7	<02,03,09,12>	0,224
	8	<02,03,14>	0,233
4-10	9	<02,03,09,10>	0,291
	10	<02,04,12>	0,227

На другому етапі отримали оптимальну структуру макромоделі у вигляді різницевого оператора, представлену за допомогою хромосоми у вигляді коду <01,02,04>, для якої виконується умова $\delta(\lambda_o) = 0$ і яка є найкращою за критеріями (17):

$$\hat{v}_{k+1} = 0.1476 \cdot \hat{v}_{k-1} + 0.00277 \cdot \hat{v}_k + 0.000073 \cdot u_k \quad (29)$$

Як бачимо, модель у вигляді різницевого оператора (29) зберігає логіку добового циклу зміни концентрацій шкідливих викидів в залежності від інтенсивності транспортних потоків. Результати моделювання добового циклу зміни концентрацій шкідливих викидів діоксиду азоту на перехресті вулиць „Бродівська–Збаразька–Довга" міста Тернопіль представлені на рис. 2.

Як видно, прогнозована динаміка добового циклу зміни концентрацій діоксиду азоту, наведена пунктирною лінією, знаходиться в межах експериментальних даних і визначає задану концентрацію діоксиду азоту в межах похибок спостережень.

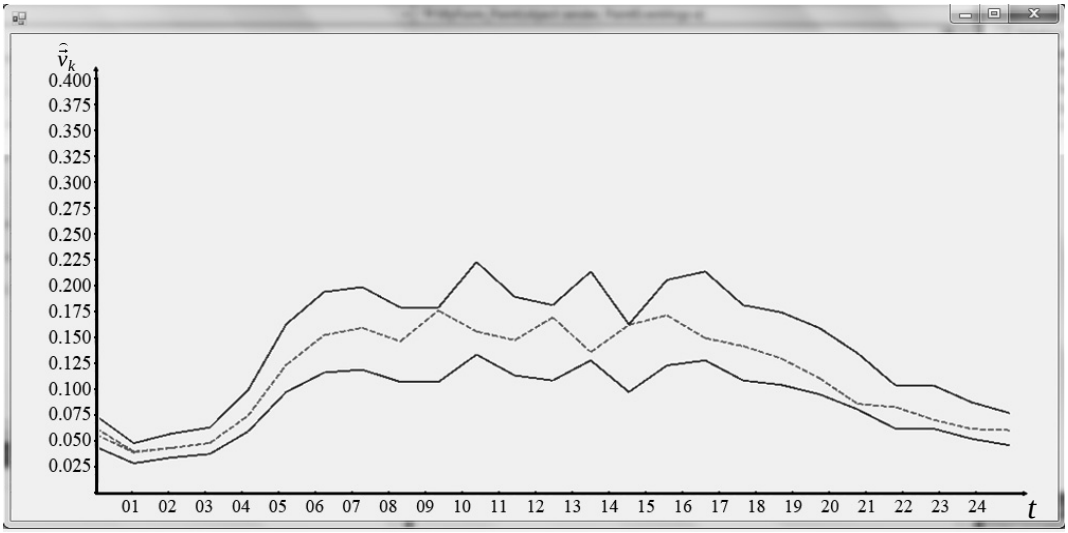

Рисунок 2 - Динаміка добового циклу зміни концентрацій діоксиду азоту в заданій точці міста Тернопіль

Висновки

Розглянуто задачу структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів для моделювання екологічного стану середовища. При цьому отримано такі наукові та практичні результати.

1. Створено новий метод структурної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора, який за рахунок використання генетичних алгоритмів з модифікованими базовими операціями, орієнтованими на кодування хромосом у десятковій системі числення, забезпечує розв'язування багатокритеріальної задачі пошуку структури макромоделі з гарантованими прогностичними властивостями та мінімальною складністю.

2. На основі розробленого генетичного алгоритму розглянуто приклад побудови макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора добового циклу зміни концентрацій діоксиду азоту в заданій точці міста. Результати побудови вказаної моделі підтвердили працездатність розробленого методу та запропонованого генетичного алгоритму.

В подальших дослідженнях необхідно дослідити вплив параметрів генетичного алгоритму на обчислювальну складність реалізації методу.

Список літератури

1. Дивак М. П. Інтервальне моделювання динаміки збитків внаслідок забруднення автотранспортом / М. П. Дивак // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2008. - № 3 (13). – С. 32-40.

2. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколишнього середовища: навч. посібник / П. І. Ковальчук. – К.: Либідь, 2003. – 208 с.

3. Ивахненко А. Г. Численное исследование помехоустойчивости многокритериальной селекции моделей / А. Г. Ивахненко, В. С. Степашко // Автоматика. –1982. – № 4. – С. 26-36.

4. Akaike. H. A new look at the statistical model identification / Akaike. H. // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. 19, № 6. – P. 716–723.

5. Haber R. Structure identification of nonlinear dynamic systems - a survey on input, output approaches / R. Haber, H. Unbehauen // Automatica. – 1990. – Vol. 26, № 4. – P. 651-677.

6. Степашко В. С. Оптимизация и обобщение схем перебора моделей в алгоритмах МГУА / В. С. Степашко // Автоматика. – 1979. – № 4. – С. 36–43.

7. Дивак М. П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язування в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора / М. П. Дивак, Т. М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. – 2009. – С. 35-43.

8. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, М. П. Дивак, А. В. Пукас // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – №1. – С. 44-52.

9. Войтюк І. Ф. Кількісні характеристики оцінки якості структури моделі у вигляді інтервального різницевого оператора / І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, М. П. Дивак // Відбір і обробка інформації. Міжвідомчий збірник наукових праць. – 2011. – № 34 (110). – С. 86-94.

10. Степашко В. С. Гібридні алгоритми самоорганізації моделей для прогнозування складних процесів / В. С. Степашко, О. С. Булгакова, В. В. Зосімов // Індуктивне моделювання складних систем. – 2010. – № 2. – С. 236 – 246.

Надійшла до редколегії 22.03.2011

И.Ф. ВОЙТЮК, Н.П. ДЫВАК, В.Н. НЕМИШ
Тернопольський национальный экономический университет

I.F. VOYTYUK, M.P. DYVAK, V.M. NEMISH
Ternopil National Economical University

Метод и генетический алгоритм структурной идентификации интервальных разностных операторов в задачах экологического мониторинга

Предложен метод и генетический алгоритм структурной идентификации интервальных разностных операторов для решения задач экологического мониторинга. Созданный метод обеспечивает решения многокритериальной задачи поиска структуры макромодели с гарантированными прогностическими свойствами и минимальной сложностью.

метод структурной идентификации, разностный оператор, анализ интервальных данных, генетический алгоритм

The Method and Genetic Algorithm for Structural Identification of Interval Difference Operators in the Tasks of Ecological Monitoring

The method and genetic algorithm for structural identification of interval difference operators for solving ecological monitoring is offered. Created method provides the solution of multicriterial task for searching the structure of macromodel with guaranteed prognostic properties and minimal complexity.

method of structural identification, difference operator, analysis of interval data, genetic algorithm