Оптимизационное моделирование динамических систем

Дмитриева О.А.
Донецкий национальный технический университет
dmitriv@r5.dgtu.donetsk.ua

Аннотация

Дмитриева О.А. Оптимизационное моделирование динамических систем. *Предложена модель многокритериальной оптимизации финансовых потоков, основанная на задаче распределении ресурсов. Переборный характер задачи и значительная размерность обусловили необходимость использования эволюционных вичислений. Привлечение аппарата генетических алгоритмов позволило осуществить оптимальное распределения капитала по сферам деятельности. Выявлены зависимости функций дохода и среднего размера возможных потерь от размера распределяемого капитала. Получены оценки эффективности и скорости работы генетических алгоритмов в зависимости от их параметров.*

Анотація

Дмитрієва О.А Оптимізаційне моделювання динамічних систем. *Запропоновано модель багатокритеріальної оптимізації фінансових потоків, що ґрунтується на задачі розподілення ресурсів. Перебірний характер задачі і значна розмірність обумовили необхідність використання еволюційних обчислень. Залучення апарату генетичних алгоритмів дозволило здійснити оптимальний розподіл капіталу по всіх сферах діяльності. Виявлено залежності функцій доходу і середнього розміру можливих втрат від розміру розподіленого капіталу. Отримано оцінки ефективності і швидкості роботи генетичних алгоритмів в залежності від їх параметрів.*

Abstract

Dmitrieva O.A. Optimization modeling of dynamical systems. *In this article is offered the model of multicriterion optimization of financial streams, this model based on a task the allocation of resources. The character of task and considerable dimension stipulated the necessity of the use of evolutional calculation. Bringing of vehicle of genetic algorithms in allowed to carry out optimum distributing of capital on the spheres of activity. Dependences of functions of profit and medium-sized possible losses on the size of the distributed capital are exposed. Estimations of efficiency and speed of work of genetic algorithms depending on their parameters are got.*

Введение

Вопросы эффективности принятия финансовых решений являются особенно значимыми для больших предприятий таких, как промышленные комплексы, которые отличаются множественностью сфер деятельности, постоянным изменением объемов и ассортимента выпускаемой продукции, повышенной интенсивностью финансовых и информационных потоков, зависимостью от внешних источников финансирования. Поэтому одной из главнейших подсистем управления промышленным комплексом, бесспорно, является подсистема управления финансами [1], которая определяет оптимальный состав финансовых активов, величины инвестиционных средств, оптимальное управление финансовыми потоками для обеспечения платежеспособности и финансовой устойчивости предприятия. Это приводит к необходимости решения задачи многокритериальной оптимизации с учетом сразу нескольких критериев (максимизации прибыли, минимизации рисков и т.д.) [2-3].

Развитие предприятия происходит до тех пор, пока существует возможность увеличения прибыли. В случае, если данный потенциал исчерпывается, предприятие встает перед выбором: усиливать конкурентную борьбу или переходить к диверсификации производства, то есть к вкладыванию средств в разные направления деятельности. В этой ситуации рациональным может быть принятие решения об изъятии средств из основного бизнеса с целью финансирования мероприятий диверсификации. С математической точки зрения моделирование таких процессов базируется на использовании алгоритмов распределения ресурсов.

Среди множества известных в научной литературе моделей распределения ресурсов [2-4] считается, что целью сравнительного анализа вариантов распределения средства является выявление одного "наилучшего" (по ряду характеристик) направления деятельности, что является упрощением действительности. Методы анализа, которые при этом используются, не могут быть обобщены на случай выбора многих направлений деятельности и с математической точки зрения являются весьма примитивными. Во многих моделях конечное решение зависит от субъективных взглядов экспертов, которые определяют относительную важность критериев, а методы полного перебора при решении задачи многокритериальной оптимизации могут использоваться только в случае малых размерностей. Методы многокритериальной оптимизации, которые обычно используются для решения задач, возникающих в этих моделях, могут быть применены лишь при определенных ограничениях (например, условие применения симплекс-метода – требование линейности функций доходности, их неразрывность; метода градиентного спуска – унимодальность функции и т.д.). Поэтому наиболее соответствующим по сути и адекватным по сложности математическим аппаратом для анализа инвестиционных и финансовых решений могут служить методы эволюционных вычислений [5].

Постановка задачи исследования

Задача распределения капитала заключается в формировании оптимальной совокупности сфер деятельности и определении размера средств, которые инвестируются. Рассматривается n возможных направлений деятельности: $SD_1, SD_2, ..., SD_n$, любое из которых характеризуется своим набором параметров (например, производственная функция, себестоимость продукции, показатели качества продукции). Также имеется множество из m показателей $J_1^i,...,J_m^i$; $i=1,...,n$ (например, рентабельность, риск и т.п.), с помощью которых происходит оценка эффективности i-ой сферы деятельности. Для оценки оптимальности распределения средств между направлениями деятельности предприятия определяются p критериев $<\bar{J}_1,...,\bar{J}_p>$, значения которых зависят от показателей $J_1,...,J_m$ любой из сфер деятельности: $\bar{J}_k = F_k\left(J_1^1,...,J_m^{1_i},...,J_1^n,...,J_m^n\right),\ k=1,2,...,p$.

Тогда задача оптимального распределения средств размером K заключается в нахождении такого распределения капитала $K^{opt} = <K_1, K_2, ..., K_n>$ между направлениями деятельности $SD_1, SD_2, ..., SD_n$ среди всех возможных распределений K^*, которое максимизирует (минимизирует) значения критериев $<\bar{J}_1,...,\bar{J}_p>$.

Производственный процесс рассматривается в общем виде, то есть анализируется только количественная связь "вход - выход". Процесс развития каждого направления в самом общем виде может быть представлен с помощью логистической кривой, которая описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dy}{dx} = \alpha\,(y-\gamma_1)\cdot(\gamma_2 - y), \tag{1}$$

где $y(x)$ – величина отдачи рассматриваемой сферы деятельности,

x – параметр, который выражает совокупные вложения по данному направлению в стоимостной форме,

$\alpha > 0$ - некоторая постоянная,

γ_1 и γ_2 - константы, которые ограничивают (соответственно снизу и сверху) результат функционирования данного направления.

При этом γ_1 - это нижняя граница $y(x)$, которая соответствует предельно низким возможностям инвестирования, а γ_2 - верхняя граница, которая характеризует предельно высокие возможности. С увеличением затрат на инвестирование направления деятельности, его технологический результат может лишь увеличиваться, поэтому $y(x)$ представляет собой монотонно возрастающую функцию на всей области определения. Тот факт, по которому в соответствии с (1), первая производная (скорость роста) величины $y(x)$ прямо пропорциональная отрыву этой величины от ее стартовых возможностей, означает, что $y(x)$ растет тем быстрее, чем больше этот отрыв. С другой стороны, пропорциональность первой производной значению γ_2 означает замедление возрастания величины $y(x)$ по мере приближения ее к своей технологической границе.

Решением уравнения (1) является функция:

$$y(x) \;=\; \gamma_1 + \frac{(\gamma_2 - \gamma_1)\Theta(x)}{\Theta(x) + b} \qquad (2)$$

с произвольным значением $b > 0$, $\Theta(x) \;=\; exp[\alpha \cdot (\gamma_2 - \gamma_1) \cdot x]$, которая может быть приведена к виду:

$$y(x) \;=\; \frac{k}{1 + b \cdot e^{-\alpha x}}\,. \qquad (3)$$

Связь между величиной вложений $\{x_i, i = 1,...,n\}$ в разные сферы деятельности и доходом $\{y_i(x_i), i = 1,...,n\}$ может быть представлена как

$$F(x_1, x_2,..., x_n) \;= \sum_{i=1}^{n} y_i(x_i)\,, \qquad (4)$$

где $y_i(x_i)$ имеет вид (3).

Возможные потери в i-ой сфере деятельности определяются как:

$$R_i(x_i) = \frac{y_i(x_i)}{\sum_{j=1}^{n} y_j(x_j)} \qquad (5)$$

Т.е. более доходную сферу деятельности сопровождает больший риск. Тогда аналогично (4) средний размер возможных потерь

$$R(x_1, x_2,..., x_n) \;= \sum_{i=1}^{n} R_i(x_i) \qquad (6)$$

Задача оптимального распределения средств между разными сферами деятельности сводится к решению следующей оптимизационной задачи:

$$F(x_1, x_2,..., x_n) \;\to max \qquad (7)$$

$$R(x_1, x_2,..., x_n) \to \; min \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = X, \quad x_i \ge 0 \qquad (9)$$

Множество критериев задачи векторной оптимизации имеет вид $f = (f_1, f_2, ..., f_p)$, Ω - множество допустимых значений аргументов. Тогда «идеальная» точка определяется таким образом. Каждая отдельная компонента $F(X)$ имеет максимум при некотором $X \in \Omega$. Допустим, $f_i(X)$ достигает своего экстремума при $X \in \Omega$. Можно записать, что $extr\; f_i(X) = f_i(\overline{X}) = f_i*$. Тогда вектор $f* = (f_1*, f_2*, ..., f_p*)$ является «идеальной» точкой, то есть вектором всех экстремальных допустимых значений, которые достигаются отдельными целевыми функциями на множестве Ω. Но такое идеальное решение, как правило, недостижимо. Будем предполагать, что лицо, которое принимает решение, стремится найти такой вариант, который был бы по возможности близко расположен к идеальной точке. Выбор такого “компромиссного варианта” возможно и не является оптимальным, но преобладает по совокупности критериев. В нашем случае определяем «идеальную» точку, решая две оптимизационные задачи: (7), из которой находим точку X^1* и соответствующее значение целевой функции f_1*, и (8), решением которой является точка X^2* и соответствующее значение целевой функции f_2*.

«Идеальная» точка в пространстве критериев «доход – средний размер возможных потерь» имеет следующие координаты $F*=(f_1*, f_2*)$. Найдем решение задачи

$$d(F(X),F^*)\to \min, \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = X, \quad x_i \geq 0 ,$$

где $d(F(X),F^*)$ - расстояние между двумя точками в пространстве критериев, которое определяется как

$$d(F(X),F^*)=\sqrt{[(f_1-f_1^*)^2+(f_2-f_2^*)^2]}$$

Полученная в результате точка X и представляет собой оптимальное распределение средств между сферами деятельности, учитывая критерии (7) – (8).

Использование аппарата генетических алгоритмов для решения задачи многокритериальной оптимизации

Для решения оптимизационной задачи (7) – (9) предлагается использовать аппарат генетических алгоритмов (ГА), который представляет специальную технологию для поиска оптимальных решений, успешно используемую в разных областях науки и бизнеса [6-7]. Основная идея генетического алгоритма состоит в создании популяции особей (индивидов), любая из которых представляется в виде набора хромосом. Любой индивид есть возможное решение данной оптимизационной задачи.

При решении задач (7) – (9) каждый индивид популяции представлялся n хромосомами, где n соответствует количеству сфер деятельности, между которыми нужно распределить средства предприятия. Каждая хромосома есть вектор из нулей и единиц, то есть последовательность бит, которая кодирует размер вклада средств в соответствующее направление деятельности. Для кодирования в работе использовался код Грея, при котором соседние числа отличаются значением одного бита.

В качестве базовых операторов генетического алгоритма использовались мутация, которая случайно изменяет (инвертирует) одну или несколько позиций (генов), и кроссинговер, который был реализован следующим образом: из популяции выбирались две особи, которые назначались родителями. Определялась (случайным образом) точка разрыва, потомки создавались как конкатенация частей первого и второго родителей. Из двух потомков методом турнирного отбора определялся наиболее приспособленный и он прибавлялся к следующему поколению.

Жизненный цикл популяции представляется несколькими случайными скрещиваниями, в результате которых к популяции прибавляется какое-то количество новых индивидуумов [8]. Отбор реализован следующим образом: оценивается приспособленность индивидуума - значение целевой функции (фитнесс-функции) на этом индивидууме. Выживаемость наиболее приспособленных особей обеспечивается формированием популяции соответственно значениям целевой функции. Чем более приспособлен индивидуум, тем более достоверно его участие в кроссинговере, то есть размножении. Таким образом, модель отбора определяет, каким образом следует строить популяцию следующего поколения. Достоверность участия индивидуума в скрещивании пропорциональна его приспособленности.

В работе также используется стратегия элитизма, при которой несколько лучших индивидуумов переходят в следующее поколение без перемен, не принимая участие в кроссинговере и отборе. Использование элитизма ускоряет сходимость генетического алгоритма. В то же время использование этой стратегии повышает достоверность попадания решения в локальный экстремум. В любом случае каждое следующее поколение в среднем лучше предшествующего. Если приспособленность индивидуумов перестает заметно увеличиваться, процесс останавливается и в качестве решения задачи оптимизаци выбирается наилучший из найденных индивидуумов [9-11].

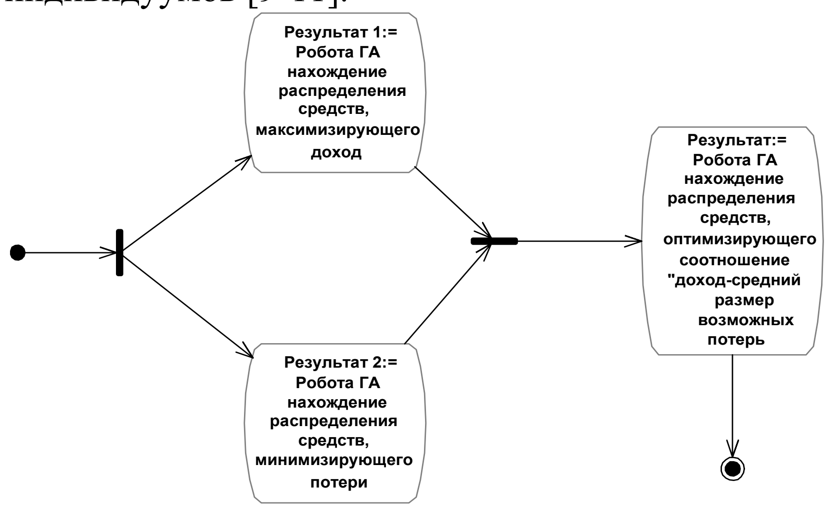

Рисунок 1 - Алгоритм нахождения оптимального распределения средств

В отличие от классической схемы функционирования генетического алгоритма [8] следует отметить несколько особенностей, которые используются в работе при нахождении оптимального распределения средств между сферами деятельности:

1) поскольку объемы вкладов ограничены, не все значения хромосом являются допустимыми. Это учитывается при генерации популяций;

2) поскольку суммарный объем инвестиций фиксированный, то во время кроссинговера и мутаций нужно следить за тем, чтобы сумма хромосом индивидуума не изменялась и была равна суммарному объему средства;

3) во время кроссинговера скрещиваются хромосомы с одинаковыми номерами разных индивидуумов.

В разработанной модели реализованы три задачи оптимизации – нахождение максимального размера дохода, минимизация среднего размера возможных потерь и оптимизация соотношения «доход – средний размер возможных потерь» (рис. 1).

Программная система оптимизации финансовых потоков

Программная система реализована в среде Borland Developer Studio 2006 for Microsoft Windows и основана на принципах объектно-ориентированного проектирования программных систем.

Рисунок 2 - Диаграмма вариантов использования разработанной программной системы

Программная система позволяет проводить исследования разработанной модели управления и оптимизаци финансовых потоков, основываясь на методах эволюционных вычислений решения задач многокритериальной оптимизации. Концептуальное представление программной модели может быть проиллюстрировано диаграммой вариантов использования *use case diagram* (рис. 2).

Основной алгоритм программной системы реализует решение задачи поиска оптимального распределения средств. Вид этого алгоритма может быть представлен с помощью диаграммы деятельности *activity diagram* (рис. 1.) При решении задачи оптимизаци финансовых потоков комплекса используется аппарат генетических алгоритмов. Алгоритм работы генетического алгоритма представлен на рис. 3.

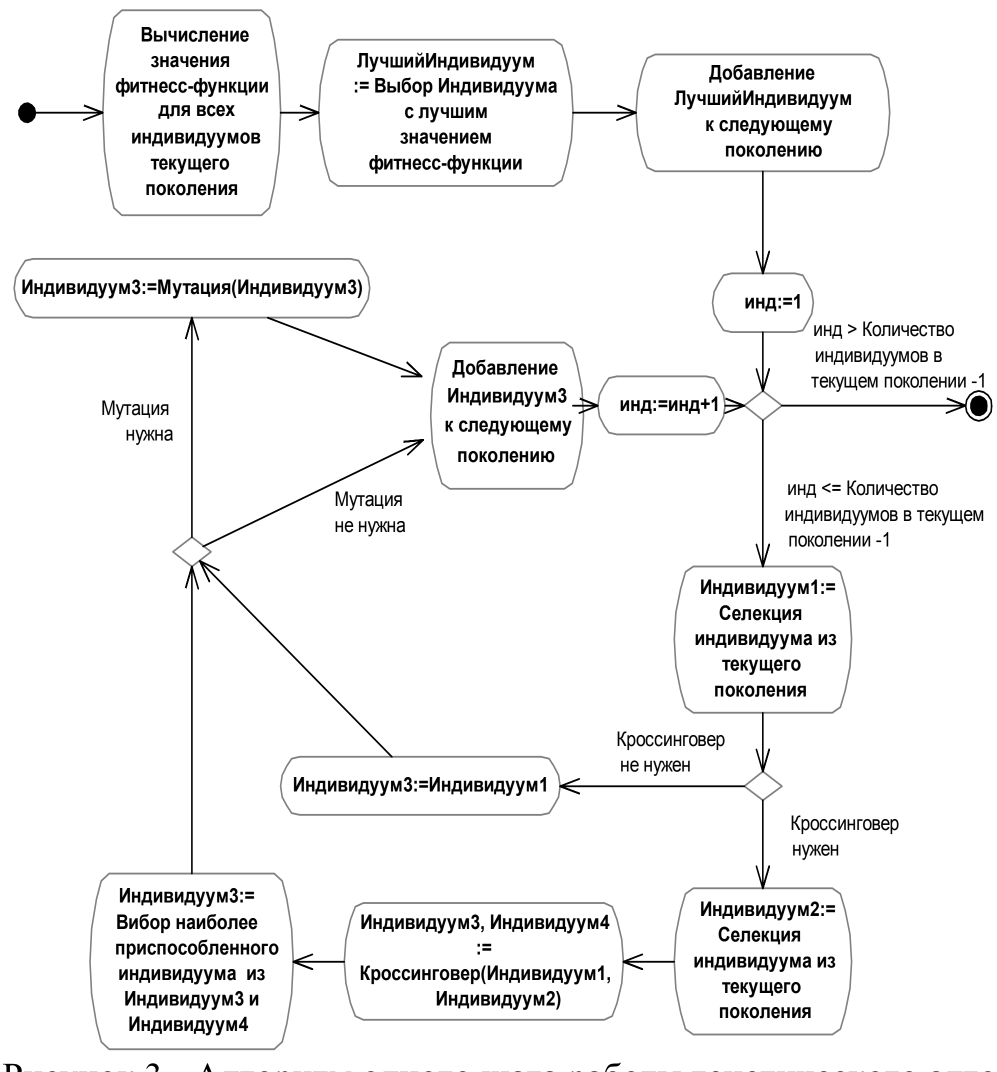

Рисунок 3 - Алгоритм одного шага работы генетического алгоритма

В качестве основных классов реализации генетических алгоритмов в программной системе следует выделить

1. Класс TChromosome (наследуется от базового класса TBits) - реализует хромосому, являющуюся основой генетического алгоритма.

Фактически она представляет собой битовую строку, которая содержит размер вложения средств в определённую сферу деятельности. И именно над неё происходят все генетические преобразования. Значение размера вклада средств в хромосоме содержится в коде Грея.

2. Класс TPerson – реализует индивидуума. Содержит массив хромосом (т.е. объектов класса TChromosome), который означает размеры вкладов во все сферы деятельности. Именно этот массив хромосом и определяет значение фитнесс-функции генетического алгоритма. Размер массива равняется количеству направлений деятельности предприятия. Сумма значений всех хромосом одного индивидуума должна быть равной сумме распределяемых средств.

3. Класс TGeneticAlgorithm – позволяет реализовать работу всего генетического алгоритма путём применения его основних операторов – селекции, кроссинговера и мутации – к популяции, которая состоит из определённого количества индивидуумов и представляется в виде массива объектов класса TPerson. Также объект этого класса содержит значения параметров определённного генетического алгоритма.

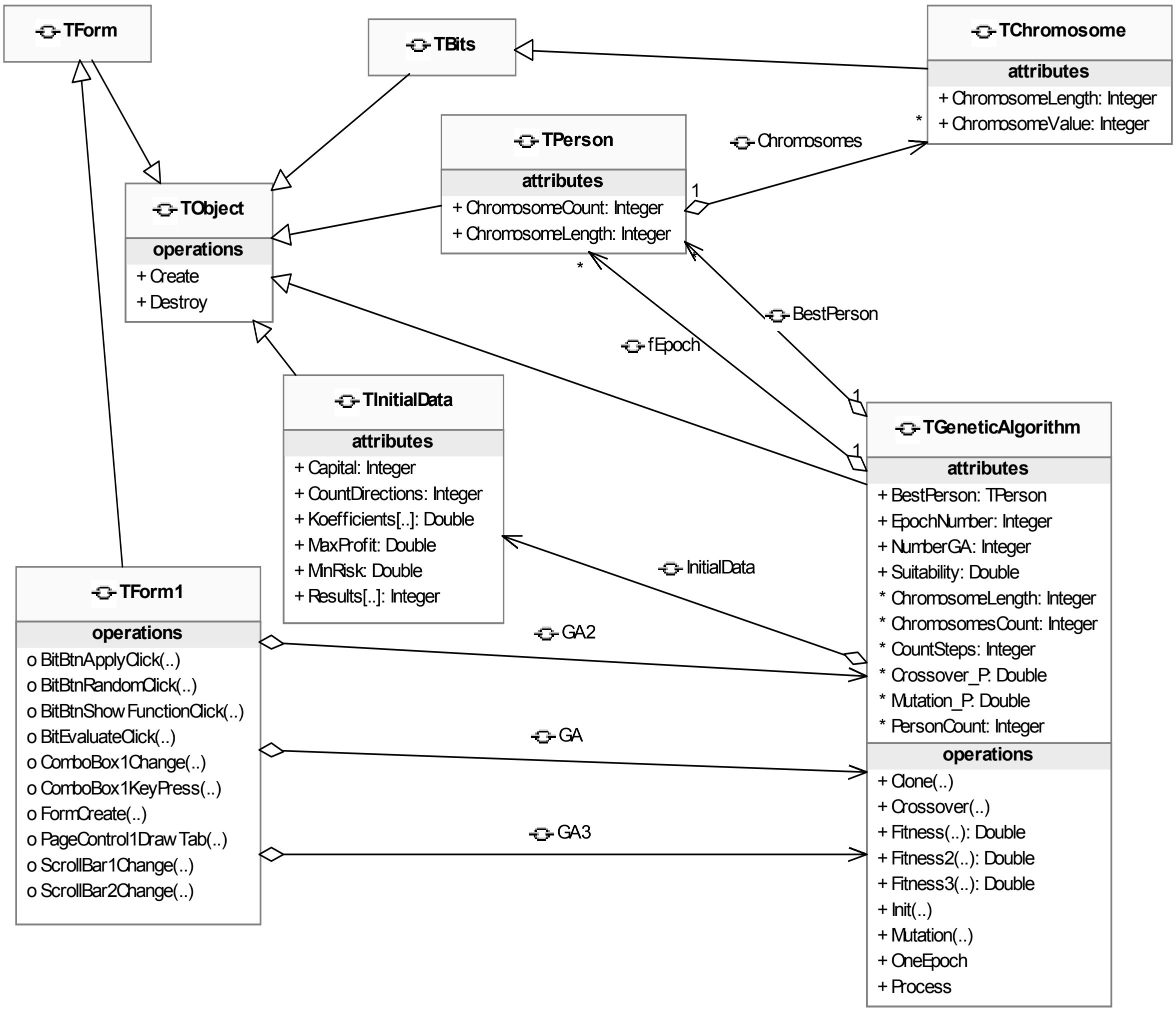

Рисунок 4. Диаграмма классов программной системы

Главное окно разработанной программы содержит элемент управления – многостраничный блокнот PageControl.

Страница „Исходные данные” содержит текстовые поля для ввода величины распределяемого капитала, значений коэффициентов функций доходности каждого из направлений деятельности предприятия;

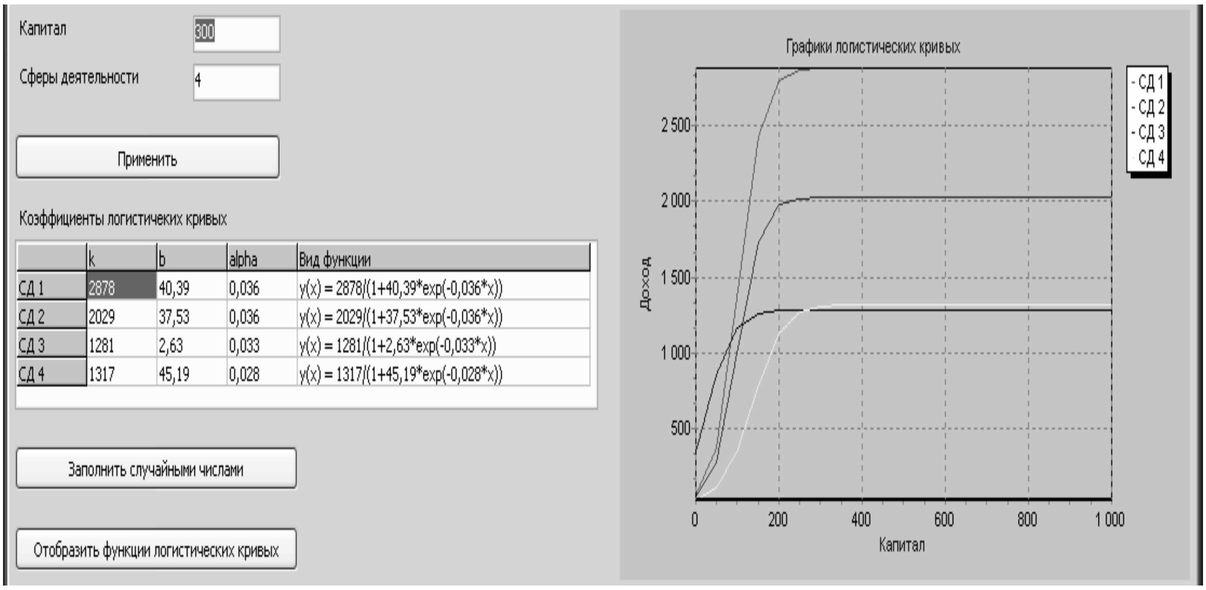

Рисунок 5 - Исходные данные для моделирования

Страница „Параметры генетического алгоритма” содержит текстовые поля для редактирования параметров ГА, которые используются при нахождении оптимального распределения средств. С помощью этих полей можно задавать значения количества индивидуумов в популяции, вероятности кроссинговера и мутации, количество итераций работы генетического алгоритма без изменения значения его фитнесс-функции.

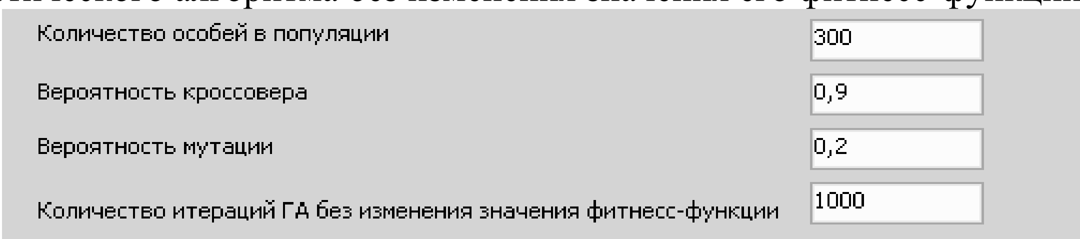

Рисунок 6 - Параметры генетического алгоритма

Страница „Результаты” содержит варианты распределения средств промышленного комплекса между его сферами деятельности в количественном выражении, первый из которых определяет распределение, которое максимизирует доход предприятия, второй – минимизирует средний размер возможных потерь, а третий – оптимизирует соотношение „доход – средний размер возможных потерь”.

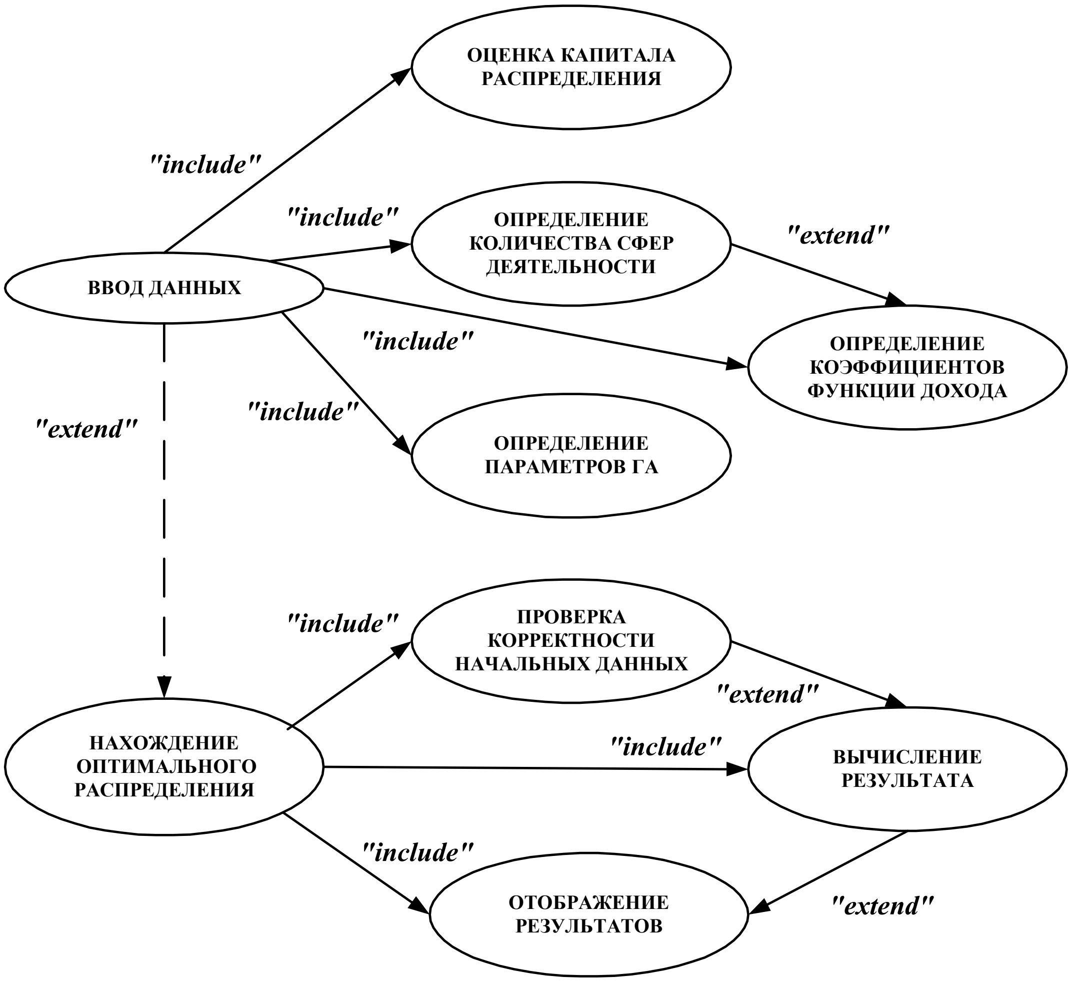

Рисунок 7 - Страница исходных данных программной системы

Для любого из этих распределений отображается информация о значении дохода и среднего размера возможных потерь и диаграммы TChart: распределение средств между сферами деятельности в процентном выражении от общего размера распределяемого капитала; доходы сфер деятельности при заданном распределении средств в процентном выражении от общей суммы дохода при таком распределении; средние размеры возможных потерь в процентном выражении от общего значения средних размеров возможных потерь при таком распределении.

Страница „Графики работы генетического алгоритма” содержит зависимости, которые используются при решении задачи поиска оптимального распределения средств , от параметров генетического алгоритма: изменение значения фитнесс-функции генетического алгоритма на те кущей итерации при разном количестве индивидуумов в популяции этих алгоритмов; зависимости значений фитнесс-функций от размера распределяемого капитала; зависимости количества тактов работы ГА от начальных параметров. Выбор типа графика выполняется с помощью выпадающих списков TComboBox. Графические зависимости позволяют исследовать приспособленность аппарата генетических алгоритмов к решению задач, которые возникают в разработанной модели. В результате определены значения основных параметров используемых генетических алгоритмов, которые за минимальное количество итераций получают наиболее близкий к оптимальному результат.

Заключение

В предлагаемой модели управления и оптимизаци финансовых потоков в качестве критерия оптимизации было избрано соотношение „доход – средний размер возможных потерь", что позволило найти оптимальное распределение средств между возможными сферами деятельности. Для решения задач многокритериальной оптимизации, которые возникают в разработанной модели, был избран аппарат генетических алгоритмов. Исследование модели проводилось в созданной программной системе, которая позволяет получать варианты распределения средств по множеству направлений деятельности. Кроме этого, разработанная программная система формирует зависимости доходности и потерь от размера капитала, который распределяется между сферами деятельности. Также исследуется работа генетических алгоритмов, связанная с определением количества индивидуумов в популяции, вероятностей кроссинговера и мутации, позволяющая сократить число итераций, необходимых для достижения экстремума.

Литература

1. Кузнецов С. В., Ириков И. В. Математическое моделирование задач управления финансовыми потоками//Электронный журнал «Исследования в России» http://www.zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2001/126.pdf.
2. Швандар В.А., Богатин Ю.В. Оценка эффективности инвестиций и обоснование предпринимательского проекта // Финансы. – 2000, №.7. – С. 21-25
3. Машунин Ю.К. Методы и модели векторной оптимизации. – Г.: Инфра, 2001. – 141 с.
4. Черноруцкий И. Методы оптимизации в теории управления.– Спб.: Питер, 2004. – 256 с.
5. Емельянов В.В., Курейчик В.М., Курейчик В.В.. Теория и практика эволюционного моделирования. – Г.: Физматлит, 2003. - 432 с.
6. Курейчик В.М., Лебедев Б.К., Лебедев О.Б. Поисковая адаптация: теория и практика. – Г.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 272 с.
7. И.Д. Гофман, Д.А. Инишев, А.В. Шурбаков, Л.Г. Романов. Моделирование ресурсных ограничений при структурном

неопределенном планировании в технологии TIME-EX: Труды VI-й международной конференции "Проблемы управления и моделирования в сложных системах" – Самара: Самарский Научный Центр РАН, 2004. - С. 176-182.
8. Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. - Таганрог: ТРТУ, 1998. - 242 с.
9. Attia A.A., Horacek P. Adaptation of genetic algorithms for optimization problem solving: 7th International Conference on Computing MENDEL 2001. - Brno, 2001. - P. 36-41.
10. Herrera F., Lozano M., Sanchez A.M. Hybrid Crossover Operators for Real-Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study // Soft Comput., Vol. 9, No. 4, 2005. – P. 280-298.
11. Deb K., Kumar A. Realcoded genetic algorithms with simulated binary crossover: Studies on multimodal and multiobjective problems // Complex Systems, Vol. 9, No. 6, 2004. – P. 431-454.

Дмитриева Ольга Анатольевна.
К.т.н., доцент кафедры прикладной математики и информатики Донецкого национального технического университета.
Научные интересы: моделирование динамических систем большой размерности, разработка численных алгоритмов, предназначенных для реализации в многопроцессорных вычислительных системах.

Дата надходження до редакції 21.12.2008 р.