УДК 620.179.14

ФІЗИЧНІ МОДЕЛІ ПЕРЕТВОРЕНЬ ПРИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОМУ КОНТРОЛІ ПАРАМЕТРІВ КРУГЛИХ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ВИРОБІВ

Н.В. Тітова
Технологічний інститут Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля
(м.Сєвєродонецьк)

На основі теорії реологічних перетворень приведені результати теоретичних досліджень перенесення імпульсу електромагнітної енергії від живлячої котушки до електропровідного виробу круглої форми. Одержані математичні моделі перетворень в аналітичній формі.

У вихорострумових перетворювачах (ВСП) протікають електромагнітні процеси, які супроводжуються перетвореннями напруженості магнітного поля (НМП) [1]. Нехай у деякій розглядуваній області електромагнітного поля (ЕМП) котушки існує неоднорідне фізичне тіло. Неоднорідність розподілення потенціалу переносу $\varphi(\bar{r},\theta)$ електромагнітної енергії (ЕМЕ) приводить до відхилення від стану рівноваги магнітного поля і є причиною виникнення потоків переносу. У цій області має місце рух ЕМЕ, який характеризується полем швидкостей $v(\bar{r},\theta)$, де $\bar{r}$ - вектор направленості руху переносу; θ - час переносу. Джерела або стоки потенціалу переносу γ характеризуються об′ємною напруженістю електромагнітного поля $H(\bar{r},\theta)$ [2].

Перенос потенціалу φ через поверхню деякого об′єму складається з переносу за рахунок руху та потоку переносу ЕМЕ, який позначимо через q. Таким чином, вираз для сумарного електромагнітного потоку Q можна подати у вигляді

$$\bar{Q} = \bar{\varphi} \cdot \bar{v} + \bar{q}\,. \tag{1}$$

В інтегральній формі умова зберігання електромагнітного потенціалу для даного об′єму V має наступну форму

$$\int_V \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} dV = \oint_S Q d\bar{f} + \int_V \gamma dV\,, \tag{2}$$

де S - поверхня об′єму; $d\bar{f} = \bar{n} d\varsigma$ - елемент поверхні; $\bar{n}$ - одиничний вектор елемента $d\varsigma$. Для довільного об′єму рівняння (2) буде наступним

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + div Q - \gamma = 0, \qquad (3)$$

де γ - джерело потенціалу переносу ЕМП.

З врахуванням (1) рівняння (3) приймає вигляд

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + div(\varphi, \bar{v}) = -div\,\bar{q} + \gamma. \qquad (4)$$

Якщо в розглядуваному об′ємі має місце електромагнітне перетворення, яке є наслідком взаємодії двох електромагнітних елементів, то, позначивши $H(\bar{r}, \theta)$ - НМП, $v_i(\bar{r}, \theta)$ - швидкість зміни ЕМП і $\gamma(\bar{r}, t)$ - інтенсивність притоку енергії ЕМП в одиницю об′єму за одиницю часу t, рівняння переносу приймає наступну форму

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} + div\,(H, \bar{v}) = div\,(k^2 \nabla H) + \gamma. \qquad (5)$$

Нехай рух електропровідного виробу (ЕПВ) (стрижня) в ЕМП (рис. 1) незначний у порівнянні зі зміною електромагнітного поля, тобто швидкість $\bar{v}(\bar{r}, \theta) \to 0$. Тоді рівняння переносу НМП в ЕПВ приймає наступну форму

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = div\,(k^2 \nabla H) + \gamma. \qquad (6)$$

Якщо параметр k^2 мало залежить від процесу переносу, то рівняння (6) спрощується і приймає вигляд

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = k^2 \nabla^2 H + \gamma. \qquad (7)$$

Припустимо, що в деякому елементарному об′ємі знаходиться живляча котушка та ЕПВ, котрі в деякий момент часу $t > 0$ пов′язуються ЕМП напруженістю H. При $t \to \infty$ перехідний процес переносу ЕМЕ живлячої котушки закінчується. Так як параметр γ є пропорційним напруженості H_K ЕМП живлячої котушки, тобто $\gamma = k_H H_K$, то його зміна в часі може мати тільки дві форми: першою формою є ЕМЕ, яка створювана електричним колом з котушкою (рис. 2, *а*), яке характеризується індуктивністю L_{0K} та активним опором R_{0K}; другою формою є ЕМЕ, яка створюється електричним колом з котушкою індуктивності та ємністю, яке характеризується індуктивністю L_{0K}, ємністю C_{0K} та активним опором R_{0K} (рис. 2, *б*). Вільна складова перехідного процесу має вигляд

$$\tau_K \frac{di}{dt} + i = 0, \qquad (8)$$

де $\tau_K = L_{0K} / R_{0K}$ - стала часу перехідного процесу котушки; i - струм.

Відомо [3], що НМП $H_{0K} = iw_k / l = K_K i$. Підставимо це рівняння в (8). У результаті маємо

$$\tau_K \frac{dH_{0K}}{dt} + H_{0K} = 0 . \quad (9)$$

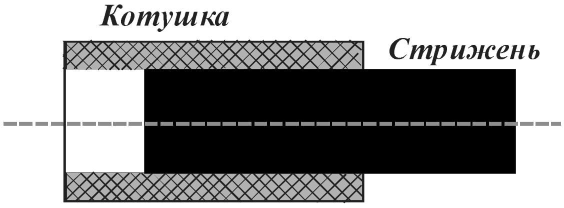

Рис. 1. Електромагнітна котушка зі стрижнем

Розглянемо схему рис. 2 *а*. Якщо рахувати, що НМП у середині котушки повністю передається стрижню, то повинна виконуватися умова

$$H_{0K} = \Psi \frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad (10)$$

дк Ψ - стала процесу перносу.

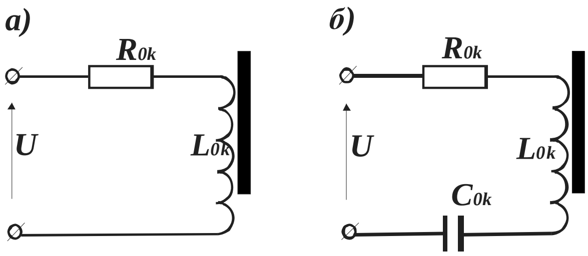

Рис. 2. Еквівалентні схеми ВСП

Продиференціюємо ліву і праву частини рівнянна (10) по t. У результаті маємо

$$\frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = \Psi \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial \theta} . \quad (11)$$

З (11) знайдемо H_{0k} і підставимо в рівняння (5) з врахуванням (11). Тоді маємо

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} + \Psi \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial \theta} = k^2 \nabla^2 H . \quad (12)$$

Якщо стала $\Psi \to \infty$, а $\theta \approx t$, то $\partial^2 H / \partial t^2 \to 0$. У цьому випадку перенесення ЕМЕ в досліджуваний матеріал відсутнє. При $\Psi = \tau$ і $\theta = t$ рівняння (12) приймає наступну форму

$$\tau_K \frac{\partial^2 H_{0K}}{\partial t^2} + \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = k^2 \nabla^2 H . \quad (13)$$

Ліва частина рівняння (13) характеризує зміну НМП живлячої котушки, а права – зміну напруженості цього поля в досліджуючому об′єкті контролю. Так як у досліджуваному об′єкті мають місце втрати напруженості, то, приймаючи, що $\gamma = \partial H / \partial \theta$, рівняння (13) набуває вигляду

$$\tau_K \frac{\partial^2 H_{0K}}{\partial t^2} + \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = -k^2 \nabla^2 H - \frac{\partial H}{\partial \theta} . \quad (14)$$

Таким чином, електромагнітний процес, який протікає в системі, котра складається з живлячої котушки та електропровідного об'єкта, описується нелінійним диференціальним рівнянням. Структурно фізичну модель електромагнітних перетворень можна подати у формі реологічних перетворень, як показано на рис. 3, *а*.

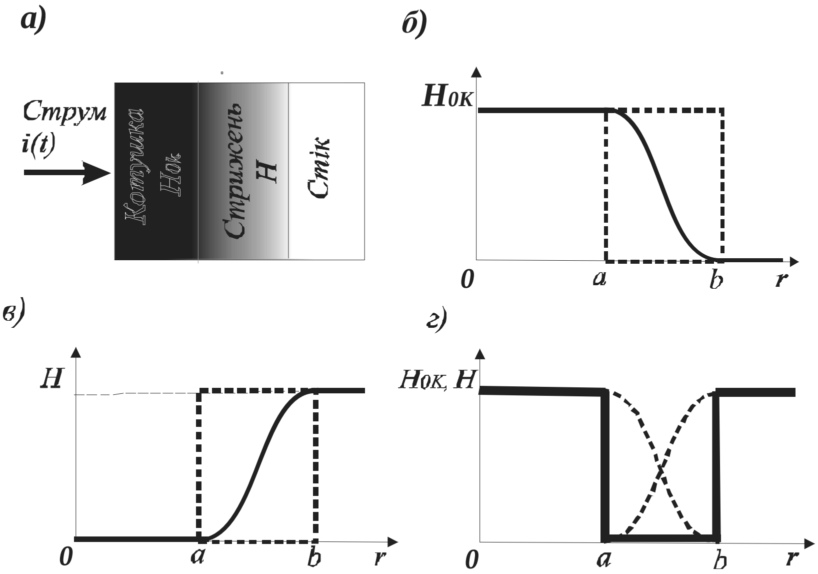

Рис. 3. Фізичні моделі перетворень у ВСП

При появі в котушці струму $i(t)$ почне змінюватися НМП вздовж радіуса котушки за деяким законом, показаним графічно на рис. 3, *б,* так як процес є інерційним. Якщо ЕМП досягне поверхні стрижня, то НМП почне розповсюджуватися в ньому теж вздовж радіуса до деякого максимального значення. Так як стрижень володіє індуктиваністю, то перенесення ЕМП буде інерційним, як показано на рис. 3, *в*. На границі розділу індуктивність котушки передаватиметься стрижню. При цьому можна умовно виділити границю між точками „*а*” і „*б*” (виділену жирною лінією на рис. 3, *г*). У цій області проходить зміна НМП, яка може бути описана інтегральною імпульсною δ-функцією Дірака. У цьому випадку приймається, що похідні функції зліва та справа рівні нулю згідно з методом нульового градієнта. Тоді нелінійне рівняння (14) розпадається на наступну систему рівнянь:

$$\tau_K \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} + H_{0K} = 0; \qquad (15)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = k^2 \nabla^2 H. \qquad (16)$$

ЕРС, яка створюється котушкою, дорівнює

$$E_K = -w_n S_K \mu_{aK} \frac{\partial H_{0K}}{\partial t}, \tag{17}$$

де w_n - кількість витків котушки; S_K - поперечний перетин котушки; μ_{aK} - абсолютна магнітна проникність котушки.

ЕРС, яка створюється стрижнем

$$e_C = S_C \mu_{aC} \frac{\partial H}{\partial \theta} \tag{18}$$

де S_C - пеперечний перетин круглого стрижня; μ_{aC} - абсолютна магнітна проникність стрижня.

Визначивши з (17) і (18) похідні від напруженостей магнітних потоків і підставивши їх в рівняння (14), одержуємо

$$\tau_K \frac{\partial E_K}{\partial t} + E_K = \frac{w_n S_K \mu_{aK}}{S_C \mu_{aC}} \left(k^2 \nabla e - e\right). \tag{19}$$

Нелінійне рівняння (19) являє собою математичну модель розглядуваного вихорострумового перетвориювача.

Використовуючи метод нульового градієнта, для границі розділу „*котушка-стрижень*” одержуємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\tau_K \frac{\partial E_K}{\partial t} + E_K = 0; \tag{20}$$

$$k \frac{\partial e_C}{\partial r_C} + e_C = \frac{E_K}{w_n} \frac{\mu_{aC}}{\mu_{aK}}. \tag{21}$$

При граничних умовах $E_K(0) = 0$ і $E_K(\infty) = U$ і $e(0, r_C) = 0$, $e(\infty, r_C) = H_{0k}$, $\partial e(\theta, \infty) / \partial r_C = 0$ математична модель системи „*котушка-стрижень*” має наступну форму

$$e_C(\, r_C) = E_{0K}(t)(\mu_{aC} / w_n \mu_{aK})[1 - \exp(-t / \tau_K)][1 - \exp(-r_C k)].$$

Бібліографічні посилання

1. Герасимов В.Г., Клюев В.В., Шатерников В.Е. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 262 с.

2. Дорофеев А.Л., Ершов Р.Е. Физические основы электромагнитной структуроскопии. – Новосибирск: Наука, 1985. – 284 с.

3. Себко В.П., Львов С.Г., Титова Н.В. Влияние магнитной проницаемости и удельной электрической проводимости на вихревые сигналы контактного электромагнитного преобразователя. Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут” – Харків НТУ „ХПІ” – 2004. - №22, с.71-74.

30.04.08