

МЕТОДЫ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЕЙ ЦЕПОЧНОГО ТИПА С НЕЛИНЕЙНЫМИ РЕЗИСТИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Федоров М.М., д.т.н., проф., Михайлов В.Е., к.т.н., доц., Корощенко А.В., к.т.н., доц.

Донецкий национальный технический университет

ул. Артема, 53, 83001, г. Донецк, Украина

Предложены методы преобразования схем с нелинейными резистивными сопротивлениями на основе аппроксимации аналитическими выражениями вольтамперных характеристик. Рассмотрены принципы получения аналитических зависимостей между током и напряжением в эквивалентных схемах для последовательного и параллельного соединений, которые положены в основу расчета разветвленных электрических цепей постоянного тока цепочного типа.

Ключевые слова: электрическая цепь цепочного типа, нелинейное резистивное сопротивление, аппроксимация, вольтамперная характеристика, эквивалентная схема.

Введение. Методы расчета разветвленных цепей с нелинейными элементами имеют ряд ограничений. Это относится и к топологии схем, и к точности расчетов. Применяемые в настоящее время графоаналитические методы расчета имеют весьма ограниченные возможности. Как правило, это схемы с одним источником питания и последовательным, параллельным или смешанным соединением нелинейных сопротивлений (НС).

Анализ предыдущих исследований. Используемые графические построения дают весьма низкую точность расчета [1]. В этой связи повышение точности расчетов в сложных схемах, содержащих несколько источников питания, является актуальной задачей.

Цель работы. Изложение методов расчета электрических схем с НС и произвольным количеством разнородных источников (источники напряжения и источники тока), позволяющих повысить точность результатов.

Материал и результаты исследований. Исходными данными для расчета являются схема цепи и ее параметры. Параметры нелинейных элементов задаются в виде вольтамперных характеристик (ВАХ), которые представляют в форме кривых или таблично.

Одним из методов повышения расчетов является использование ЭВМ. С этой целью с помощью численных методов (например, используя метод наименьших квадратов) зависимости между током и напряжением нелинейных сопротивлений, заданные таблично, могут быть аппроксимированы аналитическими выражениями в виде ВАХ $U(I)$ или $I(U)$. Эти выражения могут содержать слагаемые различных функций (полином, показательная, гиперболическая и др.) и должны обеспечивать необходимую точность аппроксимации.

Например, для НС, ВАХ которых симметричны относительно начала координат, рационально использовать аналитические выражения в виде полинома с произвольным количеством нечетных степеней:

$$U(I) = a_n I^n + a_{n-2} I^{n-2} + a_{n-4} I^{n-4} + \dots + a_1 I + a_0 \quad (1)$$

$$I(U) = b_n I^n + b_{n-2} I^{n-2} + b_{n-4} I^{n-4} + \dots + b_1 I + b_0 \quad (2)$$

где $n=2k+1$.

При сложном характере ВАХ НС (отсутствие симметрии и пр.) можно использовать метод кусочно-линейной (или другой) аппроксимации.

В этом случае выражения для ВАХ будут в виде:

$$U(I) = \begin{cases} a_0 I + a_1 & \text{в интервале от } -\infty \text{ до } I_1 \\ a_2 I + a_3 & \text{в интервале от } I_1 \text{ до } I_2 \\ \dots & \\ \dots & \\ a_{2n} I + a_{2n+1} & \text{в интервале от } I_{2n-1} \text{ до } \infty \end{cases} \quad (3)$$

$$I(U) = \begin{cases} b_0 I + b_1 & \text{в интервале от } -\infty \text{ до } I_1 \\ b_2 I + b_3 & \text{в интервале от } I_1 \text{ до } I_2 \\ \dots & \\ \dots & \\ b_{2n} I + b_{2n+1} & \text{в интервале от } I_{2n-1} \text{ до } \infty \end{cases} \quad (4)$$

Аппроксимация аналитическими выражениями ВАХ НС может использоваться для широкого круга задач расчета нелинейных цепей.

Например, при последовательном соединении НС (рис. 1) обычно ставится задача определения тока I и напряжений U_1, U_2 , на нелинейных элементах (НЭ) при заданной величине входного напряжения U .

В этом случае n -последовательных НС заменяются эквивалентным НС. При этом необходимо использовать аналитические зависимости ВАХ в виде $U(I)$. Для получения ВАХ эквивалентного НС можно воспользоваться следующим алгоритмом.

Задаваясь различными значениями тока I_i на заданном рациональном интервале от I_1 до I_k (например, через выбранную величину ΔI) с помощью аналитических выражений для ВАХ определяются величины напряжений на каждом НС (U_1, U_2, \dots, U_n), алгебраическая сумма которых, согласно 2-му закону Кирхгофа, дает напряжение эквивалентного НЭ U_{Σ} при заданном токе I_i .

Расчеты могут быть сведены в таблицу.

Например, в табл. 1 приведено получение массива значений ВАХ НЭ в интервале от I_1 до $I_k = I_1 + (k-1) \Delta I$.

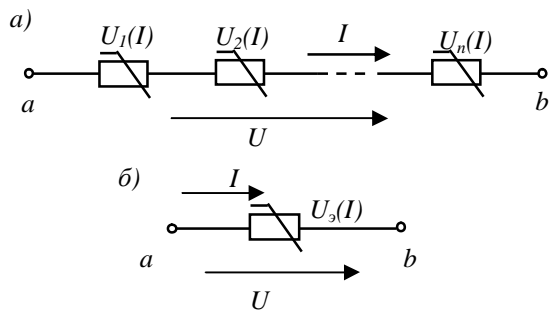


Рисунок 1 – Последовательное соединение НЭ (а), эквивалентное НЭ (б)

Таблица 1 – Алгоритм получения ВАХ эквивалентного НЭ

I	I_1	$I_2 = I_1 + \Delta I$...	$I_k = I_1 + (k-1) \cdot \Delta I$
U_1	U_{11}	U_{12}	...	U_{1k}
U_2	U_{21}	U_{22}	...	U_{2k}
...
U_j	U_{j1}	U_{j2}	...	U_{jk}
...
U_n	U_{n1}	U_{n2}	...	U_{nk}
$U_{\text{э}}$	$U_{\text{э}1}$	$U_{\text{э}2}$...	$U_{\text{э}k}$

Из полученного массива токов и напряжений можно получить аналитические выражения ВАХ эквивалентного НЭ в виде $U(I)$ и $I(U)$. Для решения поставленной задачи определения тока (I) и напряжений на нелинейных элементах (U_1, U_2, \dots, U_n) необходимо воспользоваться аналитическим выражением ВАХ эквивалентного элемента $I(U)$ и затем ВАХ всех НЭ в виде $U(I)$.

Приведенный алгоритм может быть использован в случае когда последовательно с НЭ включены m -источников напряжения. (рис. 2).

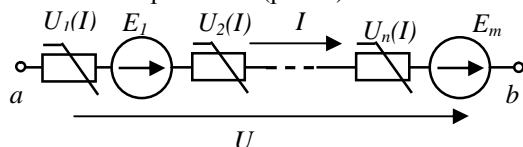


Рисунок 2 – Последовательное соединение НЭ и источников ЭДС

Последовательное соединение m -источников заменяют эквивалентным источником напряжения, ЭДС которого определяется как алгебраическая сумма ЭДС этих источников

$$E = \sum_{i=1}^m E_i \quad (5)$$

В этом случае эквивалентная схема представлена на рис. 3, а аналитическое выражение для ВАХ эквивалентной схемы будет иметь вид:

$$U_{ab}(I) = U(I) + E \quad (6)$$

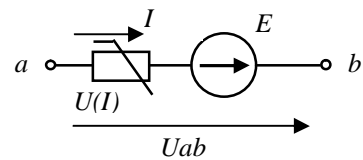


Рисунок 3 – Эквивалентная схема последовательного соединения

Далее, при необходимости, по этому выражению можно создать массив координатных точек ВАХ эквивалентной схемы, с помощью которого аппроксимируется аналитическое выражение ВАХ эквивалентной схемы в виде $I(U_{ab})$.

При параллельном соединении НЭ (рис. 4) обычно решается задача определения напряжения U и токов I_1, I_2, \dots, I_n в нелинейных элементах (НЭ) при заданном токе в общей части цепи I . В этом случае n -параллельных НЭ заменяются эквивалентным НЭ. При этом необходимо использовать аналитические зависимости ВАХ в виде $I(U)$. Для получения ВАХ эквивалентного НЭ можно воспользоваться следующим алгоритмом.

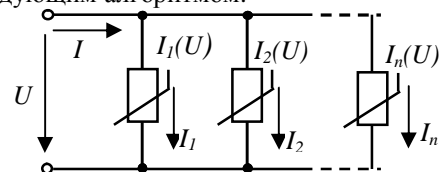


Рисунок 4 – Параллельное соединение

Задаваясь различными значениями напряжения U_i , например с шагом ΔU , на заданном рациональном интервале от U_1 до U_k , с помощью аналитических выражений для ВАХ определяются величины токов каждого НЭ (I_1, I_2, \dots, I_n), алгебраическая сумма которых, согласно 1-му закону Кирхгофа, дает ток эквивалентного НЭ $I_{\text{э}}$ при заданном напряжении U_i . Пример получения массива значений ВАХ НЭ в этом случае приведен в табл. 2.

Таблица 2 - Алгоритм получения ВАХ эквивалентного НЭ

U	U_1	$U_2 = U_1 + \Delta U$...	$U_k = U_1 + (k-1) \cdot \Delta U$
I_1	I_{11}	I_{12}	...	I_{1k}
I_2	I_{21}	I_{22}	...	I_{2k}
...
I_j	I_{j1}	I_{j2}	...	I_{jk}
...
I_n	I_{n1}	I_{n2}	...	I_{nk}
$I_{\text{э}}$	$I_{\text{э}1}$	$I_{\text{э}2}$...	$I_{\text{э}k}$

Выводы. Из полученного массива напряжений и токов можно получить аналитические выражения ВАХ эквивалентного НЭ в виде $I(U)$ и $U(I)$.

Для решения поставленной задачи определения напряжения U и токов нелинейных элементов (I_1, I_2, \dots, I_n) необходимо воспользоваться аналитическим выражением ВАХ эквивалентного элемента $U(I)$ и затем ВАХ всех НЭ в виде $I_j(U)$.

Такой подход может быть использован в случае, когда параллельно с НЭ включены m -источников тока (рис. 5).

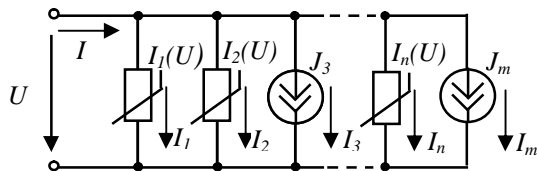


Рисунок 5 – Параллельное соединение НС и источников тока

Параллельное соединение m -источников тока заменяют эквивалентным источником тока, ток которого определяется как алгебраическая сумма токов этих источников.

$$J = \sum_{i=1}^m J_i. \quad (7)$$

В этом случае эквивалентная схема будет иметь вид, представленный на рис. 6.

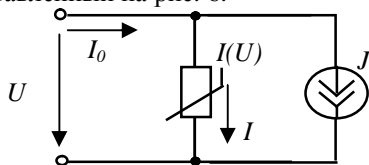


Рисунок 6 – Эквивалентная схема параллельного соединения

А аналитическое выражение для ВАХ эквивалентной схемы будет иметь вид:

$$I_0(U) = I(U) + J. \quad (8)$$

Далее при необходимости по этому выражению можно создать массив координатных точек ВАХ эквивалентной схемы, с помощью которого аппроксимируется аналитическое выражение ВАХ эквивалентной схемы в виде $U(I_0)$.

Рассмотренные принципы получения аналитических зависимостей между током и напряжением в эквивалентных схемах для последовательного и параллельного соединений положены в основу расчета разветвленных электрических цепей цепочного типа с источниками при произвольном количестве ветвей.

На примере электрической цепи постоянного тока с резистивными НС (рис. 7) показан алгоритм расчета токов ветвей.

Исходными данными для расчета токов схемы являются параметры активных элементов цепи (источников) и ВАХ нелинейных сопротивлений.

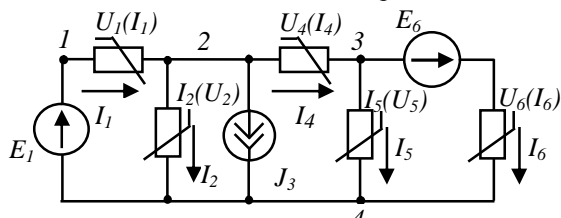


Рисунок 7 – Электрическая цепь постоянного тока с резистивными НС

Для решения задачи расчета токов и напряжений в ветвях приведенной схемы необходимо сформировать результирующую ВАХ участка цепи $U_{14}(I_1)$, который подключен к источнику напряжения E_1 .

На первом этапе решения этой задачи выполнена аппроксимация ВАХ НС и получены аналитические выражения, причем для элементов, которые образуют последовательное соединение в виде $U(I)$, а для элементов, которые образуют параллельное соединение в виде $I(U)$. Таким образом, в результате аппроксимации получены следующие аналитические выражения: $U_1(I_1)$, $I_2(U_2)$, $U_4(I_4)$, $I_5(U_5)$ и $U_6(I_6)$.

Дальнейший алгоритм получения результирующей (по отношению к источнику E_1) ВАХ $I_1(U_{14})$ имеет вид:

1. Получено аналитическое выражение

$U_{34}(I_6) = U_6(I_6) - E_6$ (согласно 2-му закону Кирхгофа для последовательного соединения элементов ветви наиболее удаленной от источника). С помощью полученного выражения выполнено построение таблицы (для дискретных значений тока I_6 рассчитаны значения U_{34}), после обработки данных которой, выполнена аппроксимация и получено аналитическое выражение для ВАХ $I_6(U_{34})$.

2. Для параллельного соединения 5-й и 6-й ветвей получено аналитическое выражение $I_4(U_{34}) = I_5(U_5) + I_6(U_{34})$ (по 1-му закону Кирхгофа) и через построение массива координатных точек (таблицы дискретных величин) и последующей аппроксимации получено выражение для ВАХ $U_{34}(I_4)$.

3. Определены выражения для соединенных последовательно элементов $U_{24}(I_4) = U_4(I_4) + U_{34}(I_4)$ и после обработки $I_4(U_{24})$.

4. Выполнен расчет выражения для параллельного соединения $I_1(U_{24}) = I_2(U_{24}) + J_3 + I_4(U_{24})$ и после преобразования $U_{24}(I_1)$.

5. Рассчитано выражение для последовательного соединения $U_{14}(I_1) = U_1(I_1) + U_{24}(I_1)$ и после обработки получено аналитическое выражение для ВАХ эквивалентной схемы $I_1(U_{14})$.

Для окончательного расчета токов и напряжений рассматриваемой схемы используются сама результирующая ВАХ $I_1(U_{14})$ и ВАХ отдельных участков цепи, полученные в результате ее формирования.

Алгоритм расчета токов и напряжений имеет вид:

1. Из аналитического выражения для ВАХ эквивалентной схемы $I_1(U_{14})$ определяется величина тока I_1 (поскольку $U_{14} = E_1$, то подстановка в $I_1(U_{14})$ значения E_1 дает I_1).

2. По величине тока I_1 из выражения $U_{24}(I_1)$ определяется величина напряжения U_{24} .

3. По полученному напряжению U_{24} известным выражениям $I_2(U_2) = I_2(U_{24})$ и $I_4(U_{24})$ получены I_2 и I_4 , соответственно.

4. Из выражения для ВАХ $U_{34}(I_4)$ определено напряжение U_{34} .

5. По полученному напряжению U_{34} и известным выражениям $I_5(U_5) = I_5(U_{34})$ и $I_6(U_{34})$ получены I_5 и I_6 , соответственно.

Проверка правильности решения и определение точности расчетов могут быть проверены составлением баланса мощностей.

В рассмотренном выше методе расчета в качестве конечного элемента может быть выбран не толь-

ко источник напряжения (в рассмотренном примере E_1), но и любая ветвь с выделенным НС.

В этом случае результирующая ВАХ может быть представлена как ВАХ (внешняя характеристика) эквивалентного источника питания с нелинейным внутренним сопротивлением. Режим работы цепи в этом случае определяется на пересечении ВАХ эквивалентного источника и выделенного НС (рис.8).

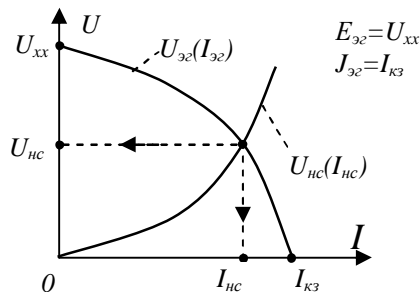


Рисунок 8 – Построение внешней характеристики источника

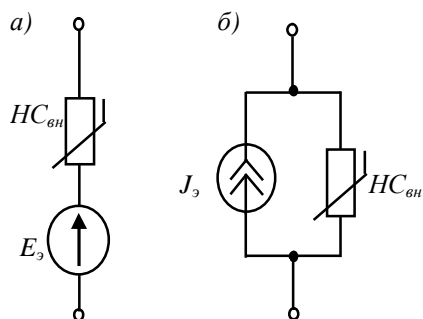


Рисунок 9 – Схемы эквивалентных источников

а) источник напряжения, б) источник тока

Схема эквивалентного источника может быть представлена источником напряжения (рис. 9а) или источником тока (рис. 9б).

Внешнюю характеристику эквивалентного источника можно получить и экспериментальным путем, изменяя нагрузку от режима холостого хода до короткого замыкания.

Алгоритм получения массива координатных точек результирующей ВАХ может быть иным:

На начальном этапе предполагается, что уже получены аналитические выражения ВАХ для НС в виде $U(I)$ и $I(U)$.

Дальнейший алгоритм решения имеет вид:

1. Задается произвольное значение тока наиболее удаленной ветви I_6 и из аналитического выражения $U_6(I_6)$ определяется напряжение на нем U_6 ;

2. Затем определяется напряжение $U_{34} = U_6 - E_6$ (из выражения по 2-му закону Кирхгофа);

3. С учетом того, что $U_5 = U_{34}$, из аналитического выражения $I_5(U_5)$ по известной величине U_{34} определяется величина тока I_5 ;

4.

5. Определяется ток $I_4 = I_5 + I_6$ (по первому закону Кирхгофа);

6. Из аналитического выражения $U_4(I_4)$ определяется величина напряжения U_4 ;

7. Учитывая, что $U_4 = U_{23}$ по второму закону Кирхгофа определяется напряжение $U_{24} = U_{23} + U_{34}$;

8. Учитывая, что $U_2 = U_{24}$ известно, из аналитического выражения $I_2(U_2)$ определяется величина тока I_2 ;

9. Далее по первому закону Кирхгофа определяется ток в общей части цепи $I_1 = I_2 + J_3 + I_4$;

10. Из аналитического выражения $U_1(I_1)$ определяется величина напряжения U_1 .

11. С учетом $U_1 = U_{12}$, по второму закону Кирхгофа определяется величина напряжения

$$U_{14} = U_{12} + U_{23};$$

12. Полученное напряжение U_{14} сравнивается с величиной ЭДС источника E_1 , и, с учетом этого, задается следующее значение тока I_6 и снова проводится расчет цепи;

13. В результате нескольких расчетов выполняется построение результирующей ВАХ $U_{14}(I_6)$ (рис. 10) и по заданной величине E_1 , учитывая, что $U_{14} = E_1$, определяется величина тока I_6 ;

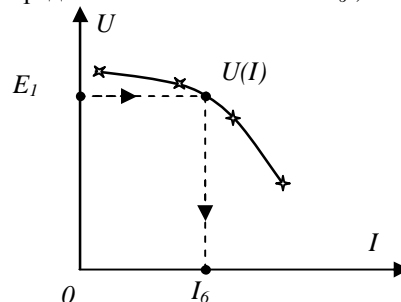


Рисунок 10 – Построение результирующей ВАХ

14. Для полученного значения тока I_6 проводится окончательный расчет, и определяются токи ветвей.

Выводы. Предложенные методы преобразования схем с НС с использованием аналитических выражений ВАХ в значительной степени повышают точность расчета, которая будет определяться точностью заданного массива координатных точек ВАХ. Кроме того, предложенные методы позволяют рассчитывать схемы с более сложной конфигурацией.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Зевеке Г.В. Основы теории цепей. Учебник для вузов.–переработанное.М. Энергия, 1975.–752 с.

Статья надійшла 11.03.2011 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.
Чорним О.П.

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ І АНАЛІЗУ РОЗГАЛУЖЕНИХ КІЛ ЛАНЦЮГОВОГУ ТИПУ З НЕЛІНІЙНИМИ РЕЗИСТИВНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Федоров М.М., д.т.н., проф., Михайлов В.Е., к.т.н., доц., Корощенко А.В., к.т.н., доц.

Донецький національний технічний університет

ул. Артема, 53, 83001, г. Донецьк, Україна

E-mail:

Запропоновані методи перетворення схем із нелінійними резистивними опорами на основі апроксимації аналітичними виразами вольтамперних характеристик. Розглянуті принципи отримання аналітичних залежностей між струмом і напругою в еквівалентних схемах для послідовного і паралельного з'єднань, які покладені в основу розрахунку розгалужених електричних кіл постійного струму ланцюгового типу.

Ключові слова: електричне коло ланцюгового типу, нелінійний резистивний опір, апроксимація, вольт-амперна характеристика, еквівалентна схема.

CALCULATION METHODS AND ANALYSIS OF THE CHAINLET CLASS BRANCHED CIRCUITS WITH NONLINEAR RESISTIVE ELEMENTS

Fedorov M., Doc. Sc. (Tech.), Prof., Mikhaylov V., Cand. of Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,

Koroschenko A., Cand. of Sc. (Tech.), Assoc. Prof.

Donetsk National Technical University

ul. Artema, 53, 83001, Donetsk, Ukraine

The simplification methods of a nonlinear resistive scheme are offered on the basis of approximation analytical expressions of volt-ampere characteristics. The principles to obtain analytical dependences of current versus voltage in equivalent schemes for series and parallel connection are considered. These principles are put in the base of the direct-current chainlet electric circuit calculation.

Key words: chainlet electric circuit, nonlinear resistor, approximation, volt-ampere characteristic, equivalent scheme.