

УДК 621.3. 012.8

М.М.Федоров, А.В.Корощенко, В.Е.Михайлов

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ АКТИВНЫХ ТРЕХПОЛЮСНИКОВ

Эквивалентные схемы замещения линейных активных трёхполюсников и определение их параметров расчётным и экспериментальным путём.

К л ю ч е в ы е с л о в а: активный трёхполюсник, схема замещения

Постановка проблемы. В разветвленных электрических цепях в ряде случаев нет необходимости рассчитывать силу тока во всех ветвях. Например, используя метод эквивалентного генератора, можно определить силу тока одной ветви произвольной схемы. В этом случае вся цепь может быть упрощена путём замены её отдельных частей схемами замещения на основе эквивалентных преобразований. Подобная замена может существенно упростить анализ и методы расчёта электрических цепей. В этой связи методы определения параметров эквивалентных схем замещения активного трёхполюсника актуальны, в том числе для решения задачи представления линейного активного трёхполюсника постоянного тока A , питающего произвольную линейную (пассивную или активную) цепь (рисунок 1), эквивалентной схемой, которая может иметь соединение «звездой» или «треугольником».

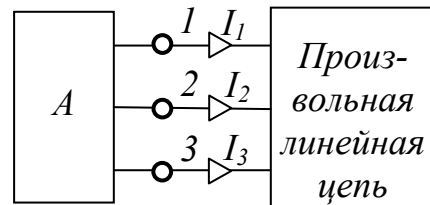


Рисунок 1 – Исходная схема

Анализ публикаций. В учебниках и учебных пособиях по теоретическим основам электротехники, например в [1], рассматривается применение теоремы об активном двухполюснике, а также преобразования пассивных трёхполюсников. Схемы же замещения линейных активных трёхполюсников и определение их параметров в литературе не отражены.

Цель статьи. Выбор эквивалентных схем замещения активного трёхполюсника и разработка методов определения его параметров.

Результаты исследований. Рассмотрим схему замещения при соединении «звездой» (рисунок 2). В ней необходимо определить параметры $E_{\varepsilon 1}$, $E_{\varepsilon 2}$, $r_{\varepsilon 1}$, $r_{\varepsilon 2}$ и $r_{\varepsilon 3}$.

Для нахождения электродвижущей силы (ЭДС) $E_{\varepsilon 1}$ и $E_{\varepsilon 2}$ воспользуемся известным приёмом, воспользуемся известным приёмом, используемым

для определения E_{ϑ} при рассмотрении активного двухполюсника в методе эквивалентного генератора [1], и рассмотрим режим холостого хода (XX), при котором в исходной схеме (рисунок 1) разомкнуты проводники 1 и 2, а сила тока I_{x1} , I_{x2} и I_{x3} равна нулю (рисунок 3а). Допустим, нам известно (измерено или вычислено) напряжение XX U_{xx1} и U_{xx2} . В исходной схеме (рисунок 1) в проводники 1 и 2 включим встречно по два источника с $E_{\vartheta 1}=U_{xx1}$ и $E_{\vartheta 2}=U_{xx2}$, как показано на рисунке 3б. Поскольку новые дополнительные источники компенсируют друг друга, то сила тока в схеме рисунка 3б будет такой же, как и в исходной схеме рисунка 1. Далее применим принцип наложения. Составляющие токов от действия источников активного трёхполюсника произвольной цепи и источников $E_{\vartheta 1}$ и $E_{\vartheta 2}$, направленных справа-налево, равны нулю, так как мы получаем режим XX (рисунок 3а): $I_1'=0$; $I_2'=0$; $I_3'=0$. Тогда вторые составляющие токов, обусловленные действием источников $E_{\vartheta 1}$ и $E_{\vartheta 2}$, направленных слева-направо, должны быть равны исходным токам (рисунок 1): $I_1''=I_1$, $I_2''=I_2$, $I_3''=I_3$. При этом активный трёхполюсник заменяется эквивалентной схемой, включающей пассивный трёхполюсник и источники напряжения с $E_{\vartheta 1}=U_{xx1}$ и $E_{\vartheta 2}=U_{xx2}$.

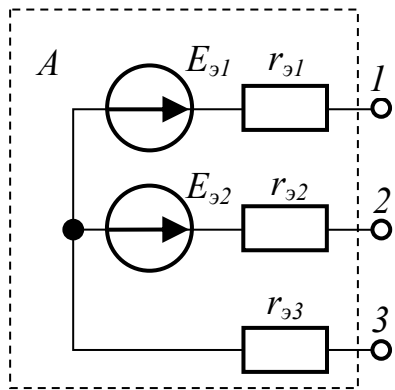


Рисунок 2 – Эквивалентная схема активного трёхполюсника при соединении «звездой»

Составляющие токов от действия источников активного трёхполюсника произвольной цепи и источников $E_{\vartheta 1}$ и $E_{\vartheta 2}$, направленных справа-налево, равны нулю, так как мы получаем режим XX (рисунок 3а): $I_1'=0$; $I_2'=0$; $I_3'=0$. Тогда вторые составляющие токов, обусловленные действием источников $E_{\vartheta 1}$ и $E_{\vartheta 2}$, направленных слева-направо, должны быть равны исходным токам (рисунок 1): $I_1''=I_1$, $I_2''=I_2$, $I_3''=I_3$. При этом активный трёхполюсник заменяется эквивалентной схемой, включающей пассивный трёхполюсник и источники напряжения с $E_{\vartheta 1}=U_{xx1}$ и $E_{\vartheta 2}=U_{xx2}$.

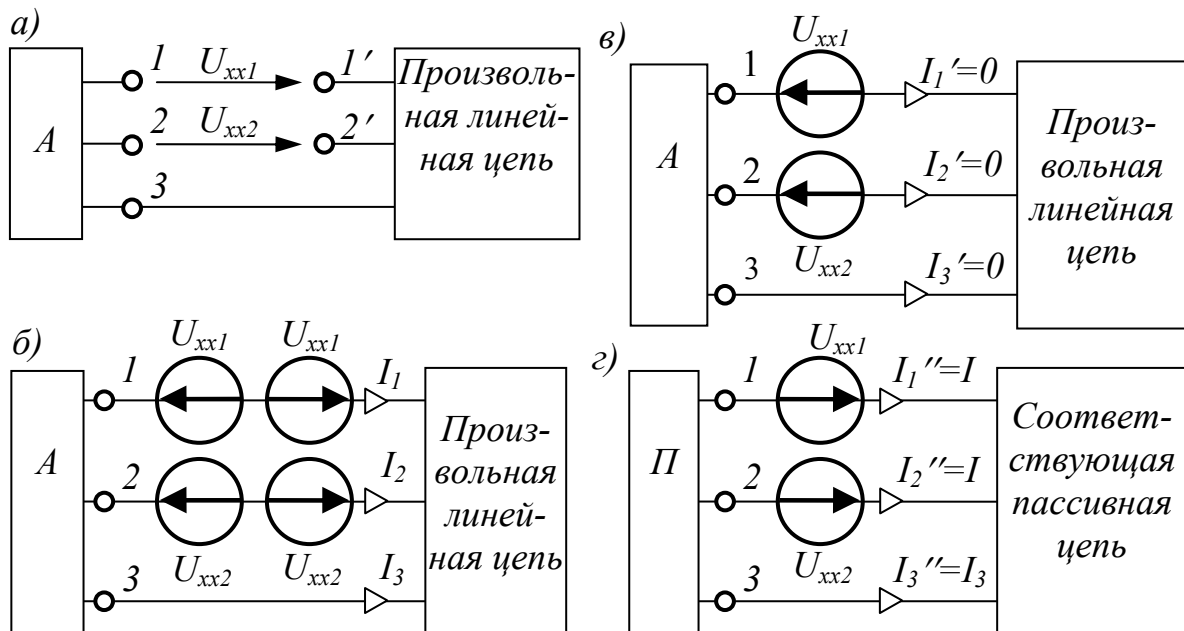


Рисунок 3 – Обоснование замены активного трёхполюсника эквивалентной схемой с пассивным трёхполюсником и источниками напряжения с $E_{\vartheta 1}=U_{xx1}$ и $E_{\vartheta 2}=U_{xx2}$

Пассивный же трёхполюсник, как известно, можно всегда представить эквивалентной «звездой» $r_{\varepsilon 1}-r_{\varepsilon 2}-r_{\varepsilon 3}$. В результате получаем эквивалентный активный трёхполюсник (рисунок 2), подключенный к пассивной цепи, соответствующей исходной. По полученной схеме рисунка 3г можно рассчитать искомую силу тока I_1, I_2, I_3 .

Рассмотрим возможность определения $r_{\varepsilon 1}, r_{\varepsilon 2}$ и $r_{\varepsilon 3}$. Для этого необходимо определить входное сопротивление пассивного трёхполюсника относительно выводов 1-2 (r_{ex12}), 2-3 (r_{ex23}), 1-3 (r_{ex13}), которые равны

$$\begin{aligned} r_{ex12} &= r_{\varepsilon 1} + r_{\varepsilon 2}; \\ r_{ex23} &= r_{\varepsilon 2} + r_{\varepsilon 3}; \\ r_{ex13} &= r_{\varepsilon 3} + r_{\varepsilon 1}. \end{aligned} \quad (1)$$

При расчётном определении эквивалентных сопротивлений $r_{\varepsilon 1}, r_{\varepsilon 2}, r_{\varepsilon 3}$ используем схему пассивного трёхполюсника, в которую преобразуется активный трёхполюсник (рисунок 2) после замены источников их внутренним сопротивлением. Указанное сопротивление определяется через найденное любым способом входное сопротивление соответствующего пассивного трёхполюсника относительно выводов 1-2, 2-3, 1-3 путем решения системы уравнений (1):

$$\begin{aligned} r_{\varepsilon 1} &= 1/2(r_{ex12} + r_{ex13} - r_{ex23}); \\ r_{\varepsilon 2} &= 1/2(r_{ex12} + r_{ex23} - r_{ex13}); \\ r_{\varepsilon 3} &= 1/2(r_{ex13} + r_{ex23} - r_{ex12}). \end{aligned}$$

Входное сопротивление может быть также определено по результатам трёх отдельных опытов короткого замыкания (КЗ) относительно соответствующих выводов с измерением силы тока КЗ (сначала замыкаются выводы 1-2 при разомкнутом выводе 3, затем выводы 1-3 при разомкнутом выводе 2 и, наконец, 2-3 при разомкнутом 1):

$$\begin{aligned} r_{ex12} &= (E_{\varepsilon 1} - E_{\varepsilon 2})/I_{\kappa 12}; \\ r_{ex23} &= E_{\varepsilon 2}/I_{\kappa 23}; \\ r_{ex13} &= E_{\varepsilon 1}/I_{\kappa 13}. \end{aligned}$$

В случае, если опыты КЗ недопустимы из-за большой силы тока, то вместо них производится опыт нагрузки активного трёхполюсника на сопротивление R с измерением силы тока нагрузки I_n (рисунок 4). Экспериментальные значения входного сопротивления определяют по формулам:

$$\begin{aligned} r_{ex12} &= (E_{\varepsilon 1} - E_{\varepsilon 2})/I_{n12} - R; \\ r_{ex23} &= E_{\varepsilon 2}/I_{n23} - R; \\ r_{ex13} &= E_{\varepsilon 1}/I_{n13} - R. \end{aligned}$$

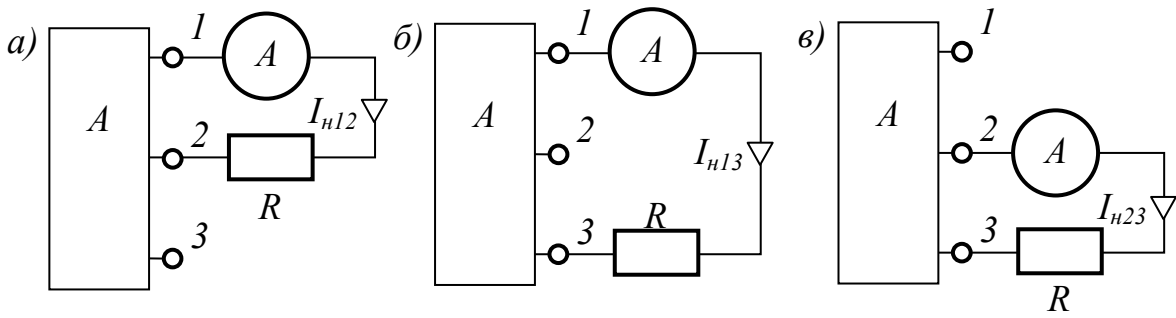


Рисунок 4 – Схема опытов под нагрузкой, используемых для определения $r_{\varepsilon 1}$, $r_{\varepsilon 2}$ и $r_{\varepsilon 3}$

Используя полученные выше параметры эквивалентной «звезды» (рисунок 2), нетрудно определить параметры эквивалентного активного «треугольника» (рисунок 5) по формулам преобразования пассивного трехполюсника из соединения «звездой» в соединение «треугольником»:

$$r_{\varepsilon 12} = r_{\varepsilon 1} + r_{\varepsilon 2} + r_{\varepsilon 1} \cdot r_{\varepsilon 2} / r_{\varepsilon 3};$$

$$r_{\varepsilon 13} = r_{\varepsilon 1} + r_{\varepsilon 3} + r_{\varepsilon 1} \cdot r_{\varepsilon 3} / r_{\varepsilon 2};$$

$$r_{\varepsilon 23} = r_{\varepsilon 2} + r_{\varepsilon 3} + r_{\varepsilon 2} \cdot r_{\varepsilon 3} / r_{\varepsilon 1}.$$

В результате схема рисунка 2 принимает вид рисунка 6.

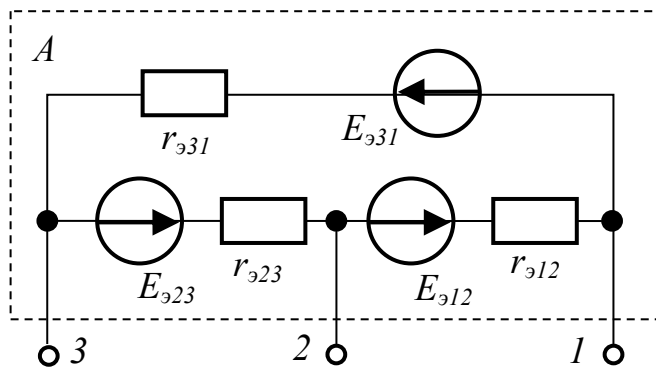


Рисунок 5 – Эквивалентная схема активного трёхполюсника при соединении «треугольником»

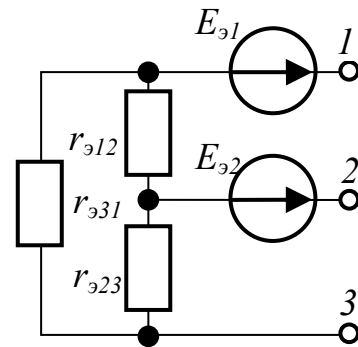


Рисунок 6 – Преобразованная схема соединения «звездой»

Значения ЭДС источников напряжения в ветвях эквивалентной схемы «треугольника» $E_{\varepsilon 12}$, $E_{\varepsilon 23}$ и $E_{\varepsilon 13}$ могут быть определены с помощью известного приёма эквивалентного преобразования, при котором в ветви электрической цепи, подключенные к общему узлу, включаются источники напряжения с одинаковыми значениями ЭДС (рисунок 7).

На рисунке 8 показано определение ЭДС источников напряжения в ветвях схемы эквивалентного «треугольника» с использованием вышеуказанных эквивалентных преобразований. Схема рисунка 8 соответствует схеме рисунка 5 при условии

$$E_{\varepsilon 13} = -E_{\varepsilon 1}; \quad E_{\varepsilon 12} = E_{\varepsilon 1} - E_{\varepsilon 2}; \quad E_{\varepsilon 23} = E_{\varepsilon 2}.$$

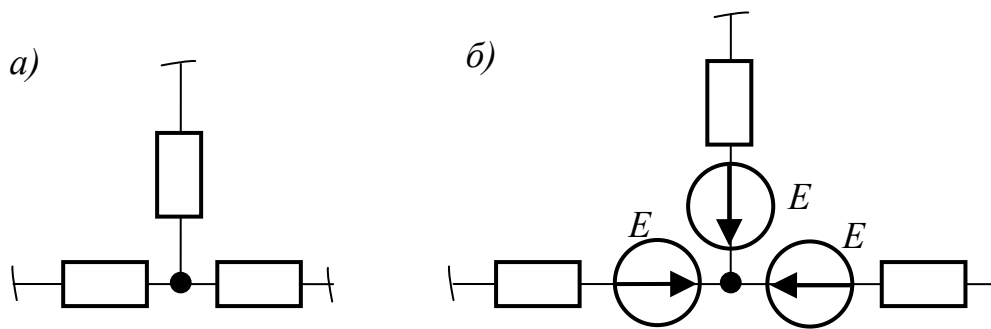


Рисунок 7 – Схема эквивалентных преобразований с подключением источников напряжения в ветви, подсоединённые к общему узлу

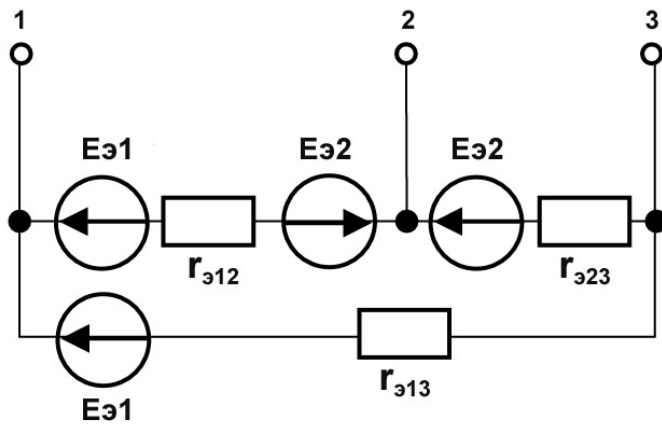


Рисунок 8 – Определение ЭДС источников напряжения в ветвях схемы эквивалентного треугольника

Нередко (особенно это касается активных трёхполюсников переменного тока в трёхфазных цепях) вместо схемы рисунка 2 с двумя источниками удобнее пользоваться эквивалентной «звездой» с тремя источниками (рисунок 9). Эту схему получают из схемы рисунка 2 путём применения вышеуказанного эквивалентного преобразования (рисунок 7). В ветви эквивалентной схемы (рисунок 2) включаются источники напряжения с ЭДС $E_{\epsilon 3}'$ произвольного значения (рисунок 10).

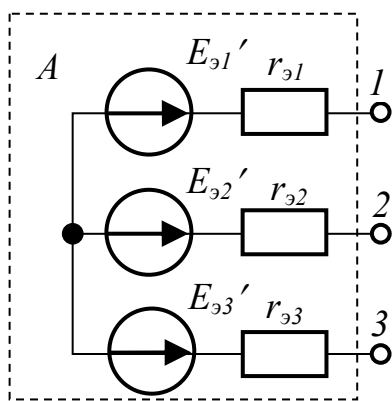


Рисунок 9 – Эквивалентная схема активного трёхполюсника при соединении звездой и трёх источниках напряжения

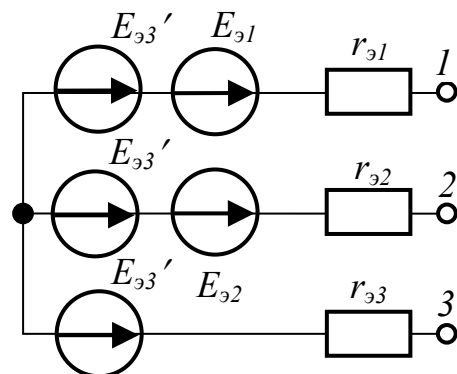


Рисунок 10 – Порядок определения ЭДС источников напряжения в ветвях схемы эквивалентной «звезды» с тремя источниками

В результате получаем эквивалентную схему с тремя источниками напряжения (рисунок 9). При этом $E_{\varepsilon 1}'$ и $E_{\varepsilon 2}'$ равны:

$$\begin{aligned} E_{\varepsilon 1}' &= E_{\varepsilon 1} + E_{\varepsilon 3}'; \\ E_{\varepsilon 2}' &= E_{\varepsilon 2} + E_{\varepsilon 3}'. \end{aligned}$$

В случае представления нагрузки активного трёхполюсника эквивалентной «звездой» получим электрическую цепь с двумя узлами (рисунок 11), в которой независимо от значения $E_{\varepsilon 3}'$ сила токов I_1 , I_2 и I_3 будет равна силе токов исходной схемы (рисунок 1), а $E_{\varepsilon 3}'$ будет влиять на значение узлового напряжения U_{ab} . Интерес представляет выбор такого значения $E_{\varepsilon 3}'$, при котором $U_{ab} = 0$. В этом случае сила токов I_1 , I_2 и I_3 может быть определена с помощью закона Ома по формулам:

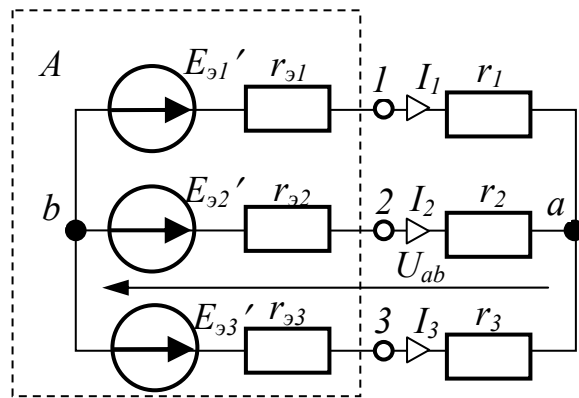


Рисунок 11 – Схема с двумя узлами, эквивалентная исходной

электрическую цепь с двумя узлами (рисунок 11), в которой независимо от значения $E_{\varepsilon 3}'$ сила токов I_1 , I_2 и I_3 будет равна силе токов исходной схемы (рисунок 1), а $E_{\varepsilon 3}'$ будет влиять на значение узлового напряжения U_{ab} . Интерес представляет выбор такого значения $E_{\varepsilon 3}'$, при котором $U_{ab} = 0$. В этом случае сила токов I_1 , I_2 и I_3 может быть определена с помощью закона Ома по формулам:

$$\begin{aligned} I_1 &= E_{\varepsilon 1}' / (r_{\varepsilon 1} + r_1) = (E_{\varepsilon 1} + E_{\varepsilon 3}') / (r_{\varepsilon 1} + r_1); \\ I_2 &= E_{\varepsilon 2}' / (r_{\varepsilon 2} + r_2) = (E_{\varepsilon 2} + E_{\varepsilon 3}') / (r_{\varepsilon 2} + r_2); \\ I_3 &= E_{\varepsilon 3}' / (r_{\varepsilon 3} + r_3). \end{aligned}$$

При этом $E_{\varepsilon 3}'$ определяется из формулы

$$U_{ab} = \frac{(E_{\varepsilon 1} + E_{\varepsilon 3}')g_1 + (E_{\varepsilon 2} + E_{\varepsilon 3}')g_2 + E_{\varepsilon 3}'g_3}{g_1 + g_2 + g_3},$$

где $g_1 = (r_{\varepsilon 1} + r_1)^{-1}$;
 $g_2 = (r_{\varepsilon 2} + r_2)^{-1}$;
 $g_3 = (r_{\varepsilon 3} + r_3)^{-1}$.

Следовательно, при $U_{ab} = 0$

$$E_{\varepsilon 3}' = - \frac{E_{\varepsilon 1}g_1 + E_{\varepsilon 2}g_2}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

Как было указано, $E_{\varepsilon 3}'$ может быть взята любой при построении эквивалентной схемы без нарушения её эквивалентности в отношении внешней цепи. Это означает, что в эквивалентной схеме имеется всего пять независимых параметров (две ЭДС и три сопротивления). Для экспериментального их определения нужны результаты пяти измерений, комбинация которых может быть произвольной. Одна такая комбинация уже рассмотрена выше. Она включает в себя два напряжения XX (U_{xx1} и U_{xx2}) и сила трех токов КЗ ($I_{\kappa 12}$, $I_{\kappa 13}$, $I_{\kappa 23}$). Можно предложить также комбинацию: U_{xx13} и U_{xx23} с

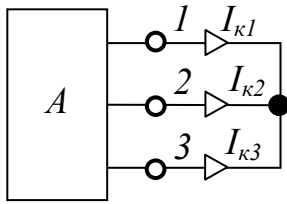


Рисунок 12 – Опыт полного короткого замыкания активного трёхполюсника

одновременным измерением силы тока $I_{к12}$ и полное КЗ, при котором замыкаются сразу все три вывода активного трёхполюсника (рисунок 12). В последнем эксперименте измеряется сила двух токов КЗ, например, $I_{к1}$ и $I_{к2}$, поскольку сила третьего тока является зависимой и ее можно найти по первому закону Кирхгофа. Соответственно, для каждой произвольной комбинации нужно вывести формулы для определения параметров эквивалентного трёхполюсника.

Вывод. Предложенные методы выбора эквивалентных схем замещения активных трёхполюсников и методов определения их параметров позволяют существенно расширить возможности расчёта и анализа разветвлённых цепей.

Список литературы

1. Рибалко М.П. Теоретичні основи електротехніки: лінійні електричні кола: підруч. / М.П.Рибалко, В.О.Есауленко, В.І.Костенко. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513с.