УДК 515.2

ВКЛЮЧЕННЯ КРАЇВ У КООРДИНАТНУ СІТКУ ПОВЕРХНІ

Скідан І.А., д.т.н.
Абрамова І.О., здобувач*
Донецький національний технічний університет
Тел.: (062) 338-48-85

***Анотація* – у тривимірних криволінійних координатах пропонується спосіб подання поверхонь внутрішніми рівняннями за умов включення в координатну сітку однієї чи двох ліній.**

***Ключові слова* – криволінійні координати, поверхня, координатна сітка, візуалізація, краї.**

Постановка проблеми. Для визначення довільностей, які з’являються в результаті інтегрування диференціальних рівнянь, якими описують напружено-деформований стан оболонки, необхідно подати граничні умови на контурах, що обмежують оболонку. Граничні умови подають у силових чинниках, у деформаціях, у переміщеннях чи у змішаному варіанті.

При цьому конче бажано, щоб крайові контури були координатними лініями поверхні оболонки.

В задачах визначення площі поверхні необхідною умовою є збігання границь, обмежуючих відсік поверхні, з координатними лініями криволінійної системи.

Аналіз останніх досліджень. Проблема перетворення криволінійних координат на поверхні вирішувалась в роботах [1, 2, 3] в зв’язку з переходом від довільної параметризації поверхні до спеціальної. В цих роботах одна із сімей координатної сітки збігалась з сім’єю відповідних спеціальних ліній (ліній кривини чи асимптотичних), інша не збігалась, завдяки чому задача віднесення поверхні до криволінійної координатної сітки зі спеціальних ліній зводилась до розв’язання звичайних диференціальних рівнянь замість диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Вибір тривимірної системи координат, до якої віднесена поверхня, здійснювався з врахуванням схеми формоутворення самої поверхні, яка в обраній системі подавалась внутрішнім рівнянням, що

* Науковий керівник – д.т.н., проф. Скідан І.А.

набуло ролі визначального чинника спрощень у розв’язанні наведеної складної проблеми.

Формулювання цілей статті. Виходячи із загального представлення перетворення криволінійних координат на поверхні та з вибору такої тривимірної системи віднесення поверхні, яка відповідає конструктивній схемі її формоутворення, в статті досліджуються задачі перетворень криволінійних координат на поверхні з ціллю досягнення спеціальних параметризацій, а також з ціллю включення до координатної сім’ї однієї чи двох ліній, що не перетинаються, в якості крайових контурів.

Для прикладів обрані лінійчаті гвинтові поверхні, представлені в узагальнених циліндричних координатах [4]. Обмеження у виборі поверхонь і системи їх віднесення обумовлені наочністю візуальних демонстрацій запропонованих ідей: не завжди за зображенням відсіка можна уявити клас поверхні, якій він належить. З іншого боку для обраних поверхонь і обраної системи віднесення аналітичні викладення значно спрощуються.

Основна частина. У загальному вигляді перетворення криволінійних координат на поверхні, поданої параметричними рівняннями

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}),\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}),\ \boldsymbol{z} = \boldsymbol{z}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) \tag{1}$$

здійснюється за формулами

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}),\ \ \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) \tag{2}$$

за умови

$$\boldsymbol{J} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \boldsymbol{u}} & \dfrac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \boldsymbol{v}} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \boldsymbol{u}} & \dfrac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \boldsymbol{v}} \end{vmatrix} \neq 0. \tag{3}$$

Якщо функції *α, β* (або одна з них) залежать суттєво від двох незалежних змінних *u, v*, то перетворенням (2) змінюється не тільки координація на поверхні (1), але й координатна сітка на ній.

Якщо кожна з координат *α, β* залежить тільки від однієї з координат *u* чи *v*, тобто, замість (2) матимемо

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{u}),\ \ \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{v}), \tag{4}$$

таке перетворення приводить до зміни криволінійних координат на поверхні (1), але координатна сітка лишиться незмінною. Наприклад, якщо параметричними рівняннями (1) подається площина, а *α, β* – декартові координати на ній, то перетворення (4) виражатиме паралельне переміщення декартової системи на площині, а координатна сітка, як і до перетворення, буде складатися з прямих, паралельних осям *α=0* і *β=0.*

На практиці часто виникає задача визначення такого перетворення (2), яке б залишало одну сім'ю координатної сітки без змін, а іншу сім'ю перетворювало б у таку, що включає до себе наперед задану лінію на поверхні

$$\alpha = \alpha(\beta) \qquad (5)$$

як координатну.

Розв'язувати подібні задачі приходиться у випадках, коли поверхня представлена параметричними рівняннями (1), відомо, що сім'я координатних ліній, наприклад, сім'я *α=const*, є сім'єю спеціальних ліній (ліній кривини чи асимптотичних ліній), а інша сім'я координатних ліній не збігається з сім'єю відповідних спеціальних ліній. Задача – віднести поверхню (1) до координатної сітки відповідних спеціальних ліній.

Представимо розв'язання цих задач на конкретних прикладах.

Приклад 1. Розгортний гелікоїд, ребром звороту якого є гвинтова лінія

$$x = r\cos\alpha,\ y = r\sin\alpha,\ z = c\alpha \qquad (6)$$

віднести до ліній кривини.

Розв'язання. Прямолінійні твірні розгортної поверхні представляють одну з двох сімей ліній кривини цієї поверхні. В нашому випадку параметричні рівняння розгортного гелікоїда, отримаємо за формулами

$$X = x + \beta x',\ Y = y + \beta y',\ Z = z + \beta z' \qquad (7)$$

як рівняння сім'ї дотичних до лінії (6).

Підставивши замість *x, x', y, y', z, z'* до (7) їхні вирази (6) і похідні маємо:

$$X = r\cos\alpha - \beta r\sin\alpha,\ Y = r\sin\alpha + \beta r\cos\alpha,\ Z = c\alpha + c\beta. \qquad (8)$$

На розгортному гелікоїді (8) сім'я прямолінійних твірних *α=const* збігається з сім'єю ліній кривини. Щоб знайти іншу сім'ю ліній кривини, необхідно на поверхні (8) відшукати ортогональні траєкторії сім'ї *α=const.*

Косинус кута між двома лініями на поверхні визначають за формулою

$$\cos\Theta = \frac{Ed\alpha\delta\alpha + F(d\alpha\delta\beta + d\beta\delta\alpha) + Gd\beta\delta\beta}{\sqrt{Ed\alpha^2 + Fd\alpha d\beta + Gd\beta^2}\sqrt{E\delta\alpha^2 + F\delta\alpha\delta\beta + G\delta\beta^2}} \qquad (9)$$

Для шуканої сім'ї ортогональних траєкторій *Θ=π/2, cosΘ=0, dα=0* і її диференціальне рівняння отримуємо підстановкою цих значень до (9):

$$\boldsymbol{F}\delta\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{G}\delta\boldsymbol{\beta}=0,$$

$$\textit{\textbf{де}}\quad \boldsymbol{F}=\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial \boldsymbol{\beta}}+\frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{\beta}}+\frac{\partial \boldsymbol{Z}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\frac{\partial \boldsymbol{Z}}{\partial \boldsymbol{\beta}}=\boldsymbol{r}^2+\boldsymbol{c}^2;$$

$$\boldsymbol{G}=\left(\frac{\partial \boldsymbol{X}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right)^2+\left(\frac{\partial \boldsymbol{Y}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right)^2+\left(\frac{\partial \boldsymbol{Z}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right)^2=\boldsymbol{r}^2+\boldsymbol{c}^2 \qquad (10)$$

коефіцієнти першої квадратичної форми поверхні (8).

Підставляючи отримані вирази *F* та *G* до (10), після інтегрування отримаємо

$$\boldsymbol{\alpha}=-\boldsymbol{\beta}+\boldsymbol{v}, \qquad (11)$$

де *v* – стала інтегрування.

Оскільки криволінійна координата *α* лишається незмінною, перше рівняння перетворення (2) має вираз *α=u*. Друге рівняння отримуємо з врахуванням (11), а саме

$$\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u} \qquad (12)$$

Підстановка виразів *α* і *β* з (12) до (8) приводить до:

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{u}-(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u})\boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{u}+(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u})\boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{Z}=\boldsymbol{c}\boldsymbol{v} \qquad (12a)$$

параметричні рівняння розгортного гелікоїда, віднесеного до ліній кривини.

На рис.1 показано розгортний гелікоїд, побудований за рівняннями (8) при *r=1, c=1, 0≤α≤2π, 0≤β≤3.*

На рис.2 показано розгортний гелікоїд, побудований за рівняннями (12a) при *r=1, c=1, 0≤v≤2π, 0≤u≤2π.*

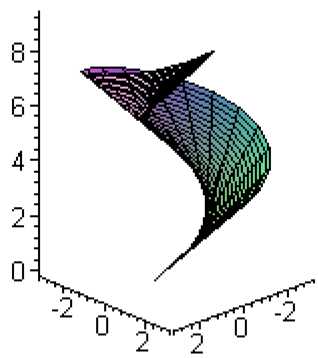

Рис.1

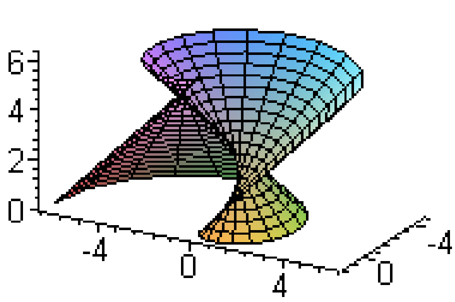

Рис.2

Приклад 2. Віднести гвинтовий циліндроїд

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{\alpha}-\boldsymbol{\beta}\sin\boldsymbol{\alpha},\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}\cos\boldsymbol{\alpha},\ \boldsymbol{z}=\boldsymbol{c}\boldsymbol{\alpha} \qquad (13)$$

до асимптотичних ліній.

Розв'язання. Визначимо перші і другі частинні похідні функцій (13)

$$\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = -\boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}\cos\boldsymbol{\alpha},\ \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -\sin\boldsymbol{\alpha},\ \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{d}^2} = -\boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\sin\boldsymbol{\alpha}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}\sin\boldsymbol{\alpha},\quad \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \cos\boldsymbol{\alpha},\quad \frac{\partial^2 \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{d}^2} = -\boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}\cos\boldsymbol{\alpha}$$

$$\frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{c},\qquad \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0,\qquad \frac{\partial^2 \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{d}^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}\partial \boldsymbol{\beta}} = -\cos\boldsymbol{\alpha},\quad \frac{\partial^2 \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}\partial \boldsymbol{\beta}} = -\sin\boldsymbol{\alpha},\ \frac{\partial^2 \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{\alpha}\partial \boldsymbol{\beta}} = 0,\ \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\beta}^2} = \frac{\partial^2 \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\beta}^2} = \frac{\partial^2 \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{\beta}^2} = 0$$

Знайдемо вирази *E, F, G* першої і *L, M, N* другої квадратичної форм:

$$\boldsymbol{E} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\right)^2 = \boldsymbol{r}^2 + \boldsymbol{\beta}^2 + \boldsymbol{c}^2,\ \boldsymbol{F} = \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\beta}} + \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\beta}} + \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\alpha}}\frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{r},$$

$$\boldsymbol{G} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right)^2 = 1.$$

$$\boldsymbol{L} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}^2} & \frac{\partial^2 \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}^2} & \frac{\partial^2 \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{\alpha}^2} \\ \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\beta}} \end{vmatrix}}{\sqrt{\boldsymbol{EG} - \boldsymbol{F}^2}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\sqrt{\boldsymbol{\beta}^2 + \boldsymbol{c}^2}},\ \boldsymbol{M} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial^2 \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial^2 z}{\partial \boldsymbol{\alpha}\partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} & \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\beta}} \end{vmatrix}}{\sqrt{\boldsymbol{EG} - \boldsymbol{F}^2}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\sqrt{\boldsymbol{\beta}^2 + \boldsymbol{c}^2}},\ \boldsymbol{N} = 0.$$

Завдяки тому, що прямолінійні твірні гвинтового циліндроїда є координатними лініями *α=const* і *N=0*, диференціальне рівняння асимптотичних

$$\boldsymbol{L}\boldsymbol{d}\boldsymbol{\alpha}^2 + 2\boldsymbol{M}\boldsymbol{d}\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{d}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{N}\boldsymbol{d}\boldsymbol{\beta}^2 = 0$$

набуває вигляду

$$\boldsymbol{d\alpha}(\boldsymbol{L}\boldsymbol{d\alpha} + 2\boldsymbol{M}\boldsymbol{d\beta}) = 0.$$

Останнє розпадається на 2 рівняння: *dα=0* – диференціальне рівняння сім'ї прямолінійних твірних *α=const*, і

$$\boldsymbol{L}\boldsymbol{d\alpha} + 2\boldsymbol{M}\boldsymbol{d\beta} = 0. \tag{14}$$

Підставимо вирази *L* і *M* до (14). Отримаємо:

$$\boldsymbol{d\alpha} + 2\boldsymbol{d\beta} = 0,$$

Звідки

$$\boldsymbol{\alpha} = -2\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{v}. \qquad (15)$$

З метою отримати функції перетворення у вигляді (2) і з врахуванням (15) позначимо $\alpha = u$ і отримаємо:

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{u}, \;\; \boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}}{2}. \qquad (16)$$

Підставимо вирази α, β з (16) до (13). Отримаємо:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{u} - \frac{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}}{2}\sin\boldsymbol{u}, \;\; \boldsymbol{y} = \boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{u} + \frac{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}}{2}\cos\boldsymbol{u}, \; \boldsymbol{z} = \boldsymbol{cu} - \qquad (17)$$

рівняння гвинтового циліндроїда, віднесеного до асимптотичних.

На рис.3 показано гвинтовий циліндроїд, побудований за рівняннями (13) при $r=1$, $c=1$, $0 \le \alpha \le 2\pi$, $0 \le \beta \le 3$.

На рис.4 показано гвинтовий циліндроїд, побудований за рівняннями (17) при $r=1$, $c=1$, $0 \le u \le 2\pi$, $8 \le v \le 11$.

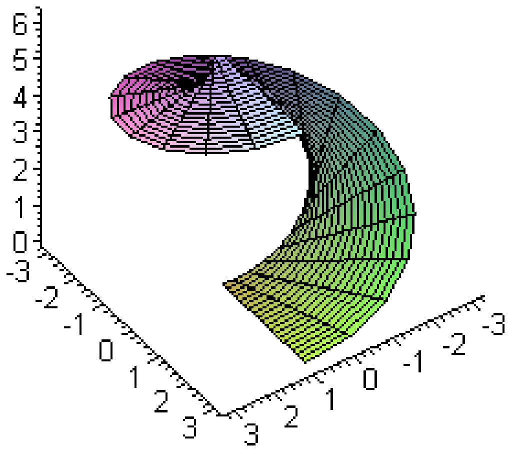

Рис.3

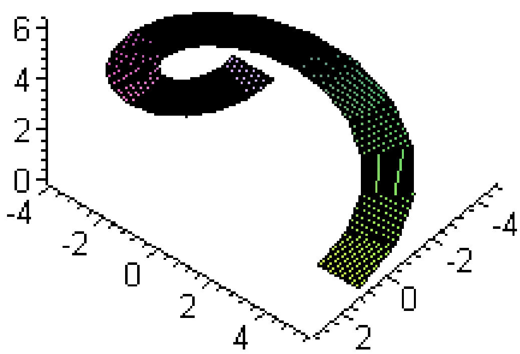

Рис.4

Як бачимо, поверхні, зображені на рис.1 і 2 та на рис.3 і 4 відрізняються не лише краями, але й тим, що нові краї входять до сім'ї ліній кривини (рис.2) і до сім'ї асимптотичних (рис.4).

Слід відзначити, що в наведених прикладах вибір нових країв обумовлений тим, що вони відіграють для поданої поверхні роль спеціальної лінії, так що при поданій поверхні форма країв строго визначена через посередництво диференціального рівняння. Тому призначати краї у цих випадках слід таким чином, щоб вони були координатними лініями у новій системі *u*, *v* криволінійних координат на поданій поверхні.

Однак в задачах визначення площі певного відсіку поданої поверхні, об'єму тіла, обмеженого певними поверхнями, лінійні межі відсіку чи поверхневі межі тіла не завжди збігаються з координатними лініями системи віднесення поверхні чи з координатними поверхнями системи віднесення тіла. Крім того, якщо подальший розрахунок поверхні чи тіла передбачається за методом скінчених елементів, конче бажано для подання крайових умов збігання країв з координатними лініями чи поверхнями.

З метою включення до координатної сітки однієї чи двох наперед поданих ліній, які б відігравали роль країв, розглянемо два наступних приклади.

Приклад 3. На гвинтовому циліндроїді (13) подано лінію

$$\boldsymbol{\beta} = 1.2\boldsymbol{\alpha} \tag{18}$$

Перетворити криволінійні координати на поверхні (13) таким чином, щоб лінія (18) опинилась координатною і крайовою.

Розв'язання. Координату α і лінійчату сім'ю $\alpha=const$ лишаємо без змін. Щодо координати β, її замінимо на координату v. Зводячи перетворення до форми (2), представимо його у вигляді

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{u},\ \boldsymbol{\beta} = 1.2\boldsymbol{u}(1-\boldsymbol{v}), \tag{19}$$

звідки видно, що при $v=0$, $\beta=1.2u=1.2\alpha$ – маємо подану лінію, при $v=1$, $\beta=0$, тобто, маємо той же край, що був у поверхні (13) (див. рис.3).

Підстановка виразів α, β з (19) до (13) приводить до

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{r}\cos\boldsymbol{u} - 1.2\boldsymbol{u}(1-\boldsymbol{v})\sin\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{r}\sin\boldsymbol{u} + 1.2\boldsymbol{u}(1-\boldsymbol{v})\cos\boldsymbol{u},\ \boldsymbol{z} = \boldsymbol{c}\boldsymbol{v} - \tag{20}$$

параметричних рівнянь поверхні гвинтового циліндроїда.

На рис.5 показано поверхню (20) при $r=2,\ c=1,\ 0\le u\le 2\pi,\ 0\le v\le 1.$

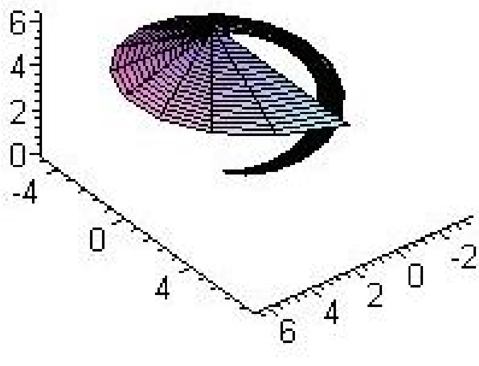

Рис.5

Приклад 4. На гвинтовому циліндроїді (13) подано дві лінії

$$\boldsymbol{\beta} = 1.2\boldsymbol{\alpha}, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{2\boldsymbol{\alpha}^2}{\boldsymbol{\pi}} \tag{22}$$

Перетворити криволінійні координати α, β на поверхні (13) таким чином, щоб лінії (21), (22) опинились координатними і були краями.

Розв'язання. Лінії однієї координатної сім'ї не можуть мати точок перетину. На рис. 3 поверхня (13) зображена при $0\le\alpha\le 2\pi$. Перевіримо, чи перетинаються лінії (21) та (22) на цьому інтервалі

$$\frac{2\alpha^2}{\pi}-1.2\alpha=\alpha\left(\frac{2\alpha}{\pi}-1.2\right)=0.$$

Таким чином, маємо дві точки перетину: при $\alpha=0$ і $\alpha=1.2\pi/2=1.885$. Тому ці значення α слід залишити поза межами інтервалу зміни.

Рівняння (2) перетворення координат α, β за поставленою умовою:

$$\alpha=u,\ \beta=1.2u(1-v)+\frac{2}{\pi}u^2v.$$

Підстановка цих виразів α, β до (13) приводить до параметричних рівнянь гвинтового циліндроїда у вигляді

$$\begin{aligned}
x&=r\cos u-\left[1.2u(1-v)+\frac{2}{\pi}u^2v\right]\sin u,\\
y&=r\sin u+\left[1.2u(1-v)+\frac{2}{\pi}u^2v\right]\cos u,\\
z&=cu.
\end{aligned}\tag{23}$$

Координатні лінії $v=0$ (лінія (21)) і $v=1$ (лінія (22)) є краями (рис.6). Поверхня побудована за рівнянням (23) при $r=2$, $c=1$, $2\le u\le 2\pi$, $0\le v\le 1$. (Бажано порівняти з рис.3)

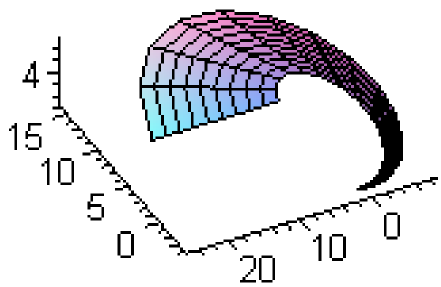

Рис.6

Висновки. Перетворення криволінійних координат на поверхні з метою включення наперед поданих ліній в сім'ю координатних ліній – одна із проблем розрахункових методів з поданням крайових умов, а також проблема, що витікає з візуалізації відсіків поверхонь з довільними краями. Наведене розв'язання цієї проблеми базується на лінійній інтерполяції ліній на поверхні уздовж однієї з координат, що не включає застосування інших законів розподілу ліній у проміжку між краями, наприклад, на основі лагранжевої інтерполяції [5].

Література
1. *Скидан И.А.* Геометрическое моделирование кинематических поверхностей в специальных координатах: дис…докт. техн. наук: 05.01.01. - М.; 1989. - 340 с.
2. *Сименко О.В*. Аналітичні та комп'ютерно-графічні моделі нетрадиційних систем проекціювання та їхніх проекцію вальних поверхонь: дис…канд. техн. наук: 05.01.01 / О.В. Сименко. – Донецьк, 2006. – 216 с.
3. *Фролов О.В.* Віднесення поверхонь до ліній кривини стосовно проектування оболонок: дис…канд. техн. наук: 05.01.01 / О.В. Фролов. – Донецьк, 2005. – 245 с.
4. *Скидан И.А.* Обобщенные цилиндрические координаты и их приложение в прикладной геометрии /И.А. Скидан // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К.:, "Будівельник", 1971. – Вып. 13. – с.15-20.
5. *Несмеянов А.Е.* Кусочно-аналитические модели поверхностей применительно к автоматизированному проектированию волочильных каналов: дис…канд. техн. наук: 05.01.01 / А.Е. Несмеянов. – Киев, 1998. – 156 с.

ВКЛЮЧЕНИЕ КРАЕВ В КООРДИНАТНУЮ СЕТЬ ПОВЕРХНОСТИ

Скидан И.А., Абрамова И.А.

Аннотация

В трехмерных криволинейных координатах предлагается способ задания поверхностей внутренними уравнениями с условием включения в координационную сеть одной или двух линий.

INVOLVING OF THE BOUNDARIES IN COORDINATE NET OF A SURFACE

I. Skidan, I. Abramova

Summary

In three-dimensional curvilinear coordinates the manner of representation of a surface by intrinsic equation according a condition of involving one or two lines in coordinate net is proposed.