

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ, МОЛОДЕЖИ И  
СПОРТА УКРАИНЫ

ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра “Основы проектирования машин”

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к выполнению курсового проекта по теории механизмов и машин**

### **Раздел 1**

**«Синтез и анализ стержневых механизмов»**

**(для студентов направлений «Инженерная механика» и «Машиностроение» всех форм обучения)**

Рассмотрено на заседании кафедры  
«Основы проектирования машин»

Протокол № 10 от 08.02.2011 г.

Утверждено на заседании учебно-издательского совета ДонНТУ

Протокол № \_\_ от \_\_\_\_ 2011 г.

УДК 621.01 (071)

Методические указания к выполнению курсового проекта по теории механизмов и машин. Раздел 1 «Синтез и анализ стержневых механизмов» (для студентов направлений «Инженерная механика» и «Машиностроение» всех форм обучения). / Сост.: Э.Л. Гордиенко, В.А. Мешков, А.Л. Сотников, В.Г. Пархоменко, Д.Ю. Семенюк. – Донецк : ДонНТУ, 2011. - 59 с.

В пособии рассмотрено решение задач кинематического и динамического исследования плоских стержневых механизмов аналитическим методом с применением MathCAD–программ, а также приведены примеры силового анализа механизмов графическими методами.

Авторы:

Э.Л. Гордиенко, доц.  
В.А. Мешков, доц.  
А.Л. Сотников, доц., к.т.н.  
В.Г. Пархоменко, ст. пр.  
Д.Ю. Семенюк, асс.

Ответственный за выпуск

В.Г. Нечепаяев, д.т.н., проф., зав. каф.  
«Основы проектирования машин»

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Содержание, объем курсового проекта по ТММ и требования к его оформлению.....	5
2. Исследование плоского шарнирного четырехзвенника.....	11
2.1. Определение кинематических параметров движения звеньев механизма аналитическим методом.....	11
2.2. Определение момента инерции маховика.....	13
2.3. Кинематическое исследование механизма графическим методом.....	24
3. Исследование кривошипно-ползунного механизма.....	28
3.1. Кинематическое исследование кривошипно-ползунного механизма аналитическим методом.....	28
3.2. Определение момента инерции маховика.....	31
3.3. Кинематический анализ механизма графическим методом.....	37
4. Кинетостатический расчет механизма.....	41
4.1. Цель расчета, исходные данные и принятые предложения.....	41
4.2. Общие положения.....	42
4.3. Пример.....	45
5. Определение уравновешивающей силы способом Н.Е. Жуковского.....	52
6. Контрольные вопросы.....	56
Рекомендованная литература.....	58

## ВВЕДЕНИЕ

Курсовой проект по дисциплине «Теория механизмов и машин» предусматривает усвоение необходимых для инженерной деятельности методов проектирования и исследования механизмов. Это первый проект, в котором студенты решают конкретные инженерные задачи с соответствующими расчетами, графическими построениями и анализом полученных результатов. При выполнении курсового проекта студенты используют знания, полученные при изучении теоретического курса, решении задач на практических занятиях, выполнении лабораторных работ дисциплины ТММ а также предыдущих общетехнических дисциплин: физики, математики, теоретической механики и информатики.

При курсовом проектировании по теории механизмов и машин рассматриваются задачи анализа и синтеза трех основных типов механизмов, входящих в состав машинного агрегата: плоских стержневых механизмов, зубчатых передач и кулачковых механизмов. Эти задачи могут решаться с использованием как графических, так и аналитических методов. Первые, будучи более наглядными, дают возможность лучше понять строение и принцип работы механизмов, физический смысл того или иного применяемого метода и полученного результата; вторые - шире использовать возможности современных ЭВМ и, тем самым, проводить многовариантные исследования, решать вопросы оптимизации параметров, сравнения их при различных исходных данных, и другие задачи, решение которых при графических методах затруднено.

В данном пособии приведены основные сведения о содержании и объеме курсового проекта, требования к его оформлению, рассмотрены методика и последовательность решения задач кинематического и динамического исследования двух типов плоских стержневых механизмов аналитическим методом с использованием программного комплекса MathCAD. Рассмотрено также решение задач силового анализа стержневых механизмов методами Н.Г. Бруевича и Н.Е. Жуковского, приведены контрольные вопросы и рекомендуемая литература.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ, ОБЪЕМ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ТММ И ТРЕБОВАНИЯ К ЕГО ОФОРМЛЕНИЮ

Задание на курсовой проект по теории механизмов и машин выдается каждому студенту индивидуально в форме бланка, содержащего схемы проектируемых и исследуемых механизмов, исходные данные и содержание курсового проекта.

Студенты направлений «Инженерная механика» и «Машиностроение» дневной и заочной форм обучения выполняют курсовой проект следующего содержания:

1. Кинематическое и силовое исследование стержневого механизма.
  - 1.1. Определить длины всех звеньев и построить 12 планов механизма, соответствующих равноотстоящим положениям кривошипа. За нулевое принять одно из крайних положений механизма.
  - 1.2. Для заданных положений механизма построить планы скоростей и ускорений.
  - 1.3. Выполнить аналитическое исследование механизма, определив кинематические параметры движения звеньев, и сравнить их с результатами графического решения.
  - 1.4. Для одного положения механизма, заданного угловой координатой  $\varphi^*$ , определить силы реакций во всех кинематических парах и уравнивающий момент, приложенный к кривошипу.
  - 1.5. Определить уравнивающий момент способом проф. Н. Е. Жуковского.
2. Синтез и кинематический анализ зубчатого механизма.
  - 2.1. Выполнить геометрический расчет цилиндрический эвольвентой зубчатой передачи внешнего зацепления.
  - 2.2. Построить эквивалентное зацепление и графики коэффициентов удельных скольжений зубьев.
  - 2.3. Подобрать числа зубьев колес планетарного механизма и выполнить его кинематический анализ аналитическим и графическим методами.
3. Синтез кулачкового механизма.
  - 3.1. По заданному закону изменения аналога ускорения толкателя аналитическим интегрированием получить законы изменения аналога скорости и перемещения толкателя. Построить графики этих функций.
  - 3.2. Определить минимальный радиус центрального профиля кулачка по условию допустимого угла давления.
  - 3.3. Построить центральный и действительный профили кулачка.
4. Определение момента инерции маховика.
  - 4.1. Выполнить приведение масс и сил к валу маховика.
  - 4.2. Определить работы приведенных моментов сил и приращение кинетической энергии. Построить графики этих функций.
  - 4.3. Определить момент инерции маховика.

Объем графической части курсового проекта для студентов направления «Машиностроение» – 3 листа формата А1 – исследуются шестизвенные стержневые механизмы; для студентов направления «Инженерная механика» – 2,5 листа формата А1 – исследуются четырехзвенные стержневые механизмы.

Курсовой проект выполняется в соответствии с действующими стандартами. Оформление текстовой части проекта должно соответствовать требованиям ДСТУ 3008-95. Графическая часть выполняется в соответствии со стандартами ЕСКД.

Текстовая часть проекта (пояснительная записка) пишется от руки или набирается на компьютере на листах бумаги формата А4 с одной стороны листа с полями: левое, верхнее и нижнее – 20мм, правое – 10 мм. Листы должны быть вложены в обложку и сшиты. Записка должна иметь титульный лист (первая страница), реферат, содержание, введение, основную часть, выводы, перечень ссылок и, при необходимости, приложения.

Титульный лист является первой страницей записки, но не нумеруется. Образец титульного листа приведен на стр. 9. Реферат – вторая страница записки. Он оформляется по образцу, приведенному на стр. 10. Перечень ключевых слов (см. последний абзац реферата) содержит от 8 до 15 слов, написанных в строчку через запятую крупными буквами в именительном падеже. Они выражают основные понятия, раскрывающие содержание текста.

«Содержание» (оглавление) начинается на третьей странице записки. Оно содержит последовательный перечень глав с их нумерацией в тексте и указанием страниц, на которых расположены их названия. Номера страниц записки проставляются в правом верхнем углу листа.

Введение содержит цель работы, принцип работы исследуемых и проектируемых механизмов и описание принятых методов решения. Слова «Реферат», «Содержание», «Введение», а также название разделов пишутся в виде заголовков большими буквами без точки на конце. Названия подразделов пишутся в виде заголовков малыми буквами. Каждый раздел должен начинаться с новой страницы.

Текст должен быть изложен по возможности кратко, лаконично, но со всеми необходимыми пояснениями. Формулы следует записывать в буквенном виде, затем привести подстановку чисел, затем результат и размерность, например

$$\omega_3 = \frac{V_c}{l_{oc}} = \frac{2,84}{0,25} = 11,36 \text{ рад/с.}$$

Формулы, таблицы и рисунки нумеруют двумя цифрами: первая цифра соответствует номеру раздела, а вторая – номеру формулы (рисунка, таблицы) в этом разделе.

Все таблицы и рисунки в записке должны иметь номера и наименования. Ниже приведены образцы оформления рисунков и таблиц.

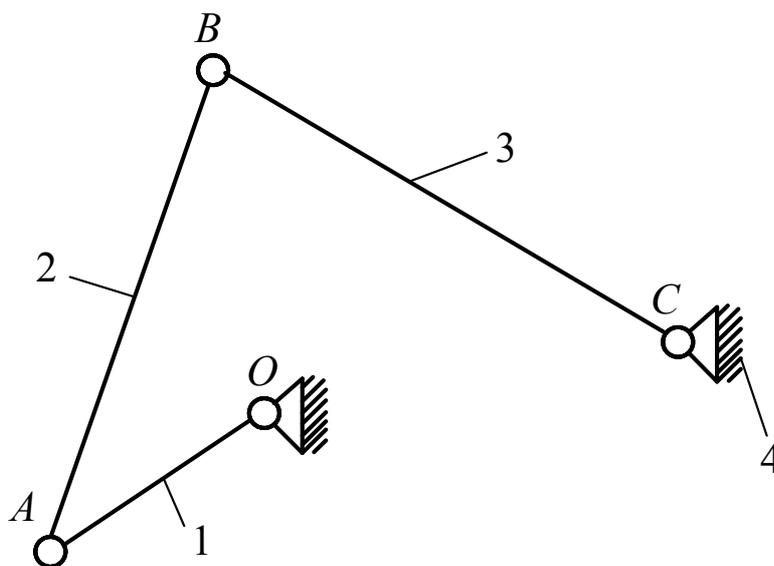


Рисунок 1.1 – Схема стержневого механизма

Таблица 3.1 – Значения геометрических параметров зубчатых колес

Параметр	$r_1$ мм	$r_2$ мм	$r_{\theta 1}$ мм	$r_{\theta 2}$ мм	$P$ мм
Вид зацепления					

Раздел «Выводы» должен содержать оценку результатов выполненной работы. В конце раздела нужно указать, чем завершена работа: получением определенных результатов, разработкой новых схем, освоением новых методик и т.д.

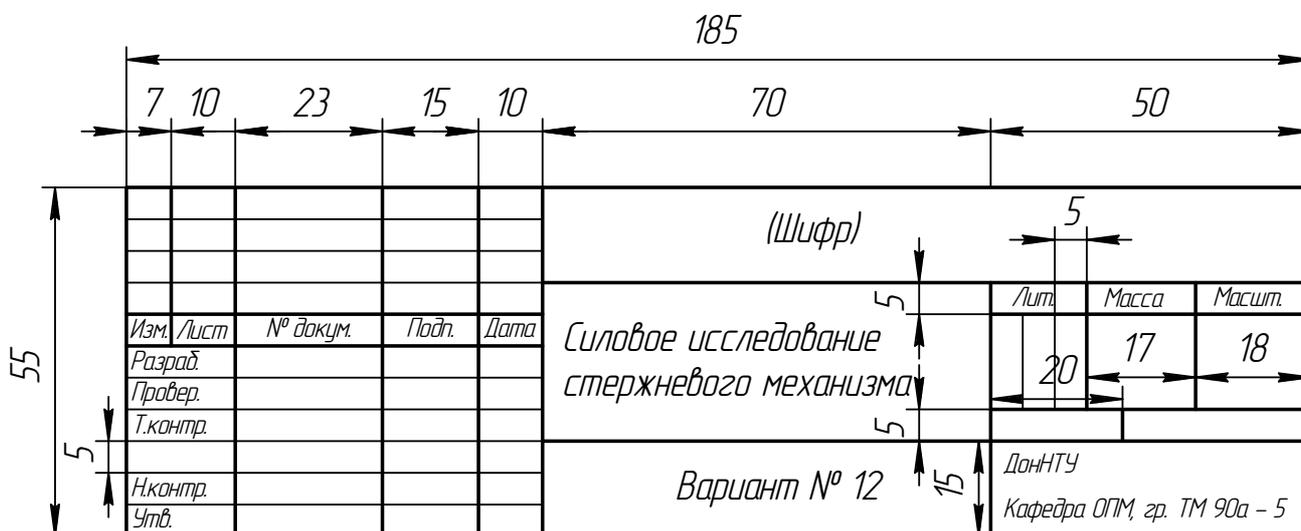
В «Перечень ссылок» включают все использованные источники информации, которые располагают в порядке ссылок на них в тексте работе. Пример оформления в «Перечне» учебника:

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988.-640 с.

В «Приложениях» помещают дополнительные материалы, например промежуточные расчеты, программы, вспомогательные рисунки и таблицы и т. п. Если приложений несколько, то каждое

из них начинается с новой страницы и именуется «Приложение А» и т.д.

Графическая часть курсового проекта выполняется на листах стандартного формата А1 или А2 (по указанию преподавателя). На каждом листе должна быть основная надпись размеры и образец заполнения приведен ниже.



Образец оформления титульного листа  
**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ, МОЛОДЕЖИ И  
СПОРТА УКРАИНЫ**

**ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра «Основы проектирования машин»

**КУРСОВОЙ ПРОЕКТ**

по дисциплине «Теория механизмов и машин»

на тему:

**«СПРОЕКТИРОВАТЬ И ИССЛЕДОВАТЬ МЕХАНИЗМЫ:  
СТЕРЖНЕВОЙ, ЗУБЧАТЫЙ И КУЛАЧКОВЫЙ»**

**ВАРИАНТ 28**

Исполнитель студент гр. ТМ 08а-5

В. В. Ткаченко

Консультант  
к. т. н., доцент

К. Н. Коваленко

Н. Контролер

К. О. Лукьянов

Рук. проекта  
к. т. н., доцент

Л. М. Дмитриев

ДОНЕЦК 2010

## Образец оформления реферата

### РЕФЕРАТ

Курсовой проект: 48 с., 12 рисунков, 4 таблицы, 3 приложения на листах формата А1.

Объект проектирования и исследования – механизмы прессы: стержневой, зубчатый, кулачковый.

Цель работы – синтез и анализ этих механизмов.

Выполнен синтез и анализ кинематических схем и реальных характеристик механизмов прессы.

При проектировании и исследовании механизмов использовались графические и аналитические методы с применением компьютерных технологий.

МЕХАНИЗМ, ЗВЕНО, СКОРОСТЬ, УСКОРЕНИЕ, СИЛА РЕАКЦИИ, ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА, МОДУЛЬ, САТЕЛЛИТ, КУЛАЧОК, МАХОВИК.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

Исследование стержневого механизма в курсовом проекте по теории механизмов и машин предусматривает решение двух основных задач: кинематический анализ, т.е. определение кинематических параметров движения звеньев и точек механизма, и решение одной из задач динамики – определение момента инерции маховика.

### 2.1 Определение кинематических параметров движения звеньев механизма аналитическим методом.

Рассмотрим задачу определения кинематических параметров движения звеньев механизма, представленного на рисунке 2.1.

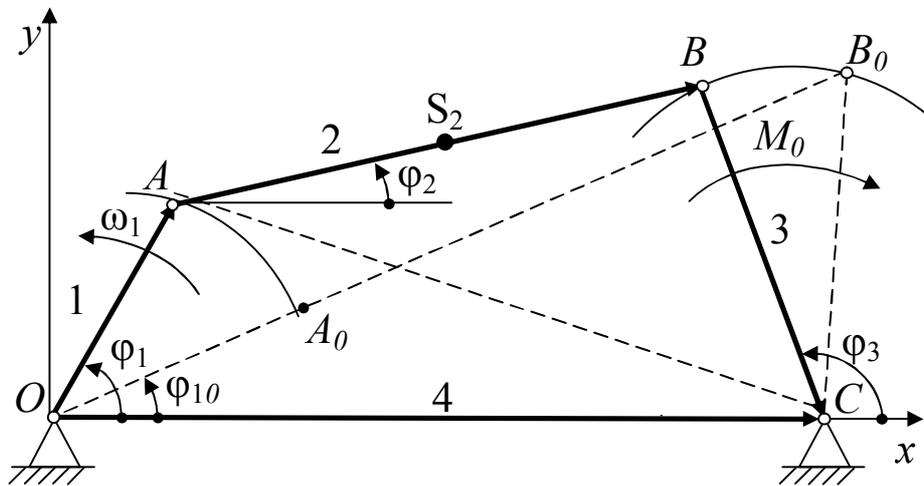


Рисунок 2.1 – Схема плоского шарнирного четырехзвенника

Исходные данные

$l_{OA}$  – длина кривошипа;

$l_{AB}$  – длина шатуна;

$l_{BC}$  – длина коромысла;

$l_{OC}$  – кинематическая длина стойки;

$l_{AS_2}$  – расстояние от шарнира до центра масс шатуна;

$\omega_1 = \text{const}$  – угловая скорость кривошипа;

$\varphi_1$  – угол поворота кривошипа.

Центры масс звеньев 1 и 3 находятся в центрах шарниров  $O$  и  $C$ .

Необходимо определить

$\varphi_2$  и  $\varphi_3$  – углы поворота шатуна и коромысла соответственно;

$\omega_2$  и  $\omega_3$  – угловые скорости шатуна и коромысла;

$\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  – угловые ускорения шатуна и коромысла;

$V_{S_2}$  – скорость центра тяжести шатуна.

Для решения поставленной задачи применяем метод замкнутого векторного контура. Векторный контур, образованный звеньями механизма, можно представить уравнением

$$\overline{l_1} + \overline{l_2} + \overline{l_3} = \overline{l_4}.$$

Проектируя это векторное уравнение на оси  $x$  и  $y$ , получаем

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 = l_4 \cos \varphi_4 \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 = l_4 \sin \varphi_4 \end{cases}. \quad (2.1)$$

Так, как  $\varphi_4 = 0^\circ$ , то  $\sin \varphi_4 = 0$ ,  $\cos \varphi_4 = 1$ .

Обозначаем известные величины

$$\begin{cases} l_4 - l_1 \cos \varphi_1 = q \\ l_1 \sin \varphi_1 = u \end{cases}. \quad (2.2)$$

Тогда уравнения (2.1) будут иметь следующий вид

$$\begin{cases} l_2 \cos \varphi_2 = q - l_3 \cos \varphi_3 \\ l_2 \sin \varphi_2 = -u - l_3 \sin \varphi_3 \end{cases}. \quad (2.3)$$

Введем обозначения

$$\frac{u}{q} = \operatorname{tg} v; \quad (2.4)$$

$$\frac{q^2 + u^2 - l_3^2 + l_2^2}{2ql_2} = c; \quad (2.5)$$

$$\frac{q^2 + u^2 + l_3^2 - l_2^2}{2ql_3} = a. \quad (2.6)$$

Тогда после соответствующих замен и преобразований системы уравнений (2.3) получим

$$\varphi_3 = \arccos(c \cos v) - v; \quad (2.7)$$

$$\varphi_3 = \arccos(a \cos v) + v. \quad (2.8)$$

Угловые скорости и угловые ускорения звеньев 2 и 3 определим, продифференцировав уравнения (2.1) по времени и выполнив необходимые преобразования

$$\omega_2 = -\omega_1 \frac{l_1 \sin(\varphi_1 + \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)}; \quad (2.9)$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{l_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)}; \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_1^2 l_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_3) + \omega_2^2 l_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) + \omega_3^2 l_3}{-l_2 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)}; \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\omega_1^2 l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \omega_2^2 l_2 + \omega_3^2 l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)}{-l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)}. \quad (2.12)$$

Проекции скорости точки  $S_2$  на оси  $x$  и  $y$

$$\begin{cases} V_{xs_2} = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_{AS_2} \omega_2 \sin \varphi_2 \\ V_{ys_2} = -l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 - l_{AS_2} \omega_2 \cos \varphi_2 \end{cases}, \quad (2.13)$$

Модуль скорости центра тяжести второго звена (точки  $S_2$ )

$$V_{S_2} = \sqrt{(V_{xs_2})^2 + (V_{ys_2})^2}. \quad (2.14)$$

При исследовании механизма за нулевое принято одно из крайних положений – то, в котором кривошип и шатун располагаются на одной прямой (рисунок 2.1). Поэтому расчет необходимо начинать с определения начальной угловой координаты кривошипа по формуле

$$\varphi_{1(0)} = \arccos \left[ \frac{(l_1 + l_2)^2 + l_4^2 - l_3^2}{2(l_1 + l_2) l_4} \right]. \quad (2.15)$$

По описанному выше алгоритму выполняется расчет кинематических параметров механизма с применением программы, выполненной в среде MathCAD, которая приведена на стр. 18. Для пользования программой необходимо запустить файл имеющийся программы (или набрать ее, используя данное методическое пособие) и ввести исходные данные.

Получив результаты аналитического расчета (см. таблицы и графики в программе) необходимо сравнить их с кинематическими параметрами, полученными на планах скоростей и ускорений механизма, построенных для заданных его положений.

По этой же программе определяется момент инерции маховика, методика расчета которого описана в п. 2.2.

## 2.2 Определение момента инерции маховика

Рассмотрим неравновесное установившееся движение, т.е. движение, при котором угловая скорость главного вала (кривошипа) является периодической функцией времени. Период установившегося движения машины – это такой наименьший промежуток времени, по истечении которого все процессы в машине повторяются, т.е. все кинематические и динамические характеристики точек и звеньев возвращаются к своему первоначальному значению. Часто период или полный цикл работы происходит за один или несколько полных оборотов главного вала. Из этого определения периода движения следует, что приращение кинетической энергии машины за цикл равно ну-

лю и алгебраическая сумма работ всех сил, действующих на звенья механизма в течении периода, тоже равна нулю.

Угловая скорость  $\omega$  главного вала машины изменяется в течении периода, колеблясь около некоторого среднего значения  $\omega_{cp}$ . Основной характеристикой такого движения является коэффициент неравномерности хода машины  $\delta$

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}}, \quad (2.16)$$

где  $\omega_{\max}$  – максимальное значение угловой скорости главного вала;

$\omega_{\min}$  – минимальное значение угловой скорости главного вала;

$\omega_{cp}$  – среднее значение угловой скорости

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (2.17)$$

Из выражений (2.16) и (2.17) следует, что

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\max} &= \omega_{cp} \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right) \\ \omega_{\min} &= \omega_{cp} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

$$\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 = 2 \delta \omega_{cp}^2. \quad (2.19)$$

При заданных силах и средней угловой скорости главного вала  $\omega_{cp}$  коэффициент неравномерности хода машины  $\delta$  зависит от постоянной составляющей приведенного момента инерции машины  $J_{np}$ . Чем больше эта составляющая, тем меньше коэффициент  $\delta$ .

Если параметры проектируемой машины таковы, что приведенный момент инерции оказывается недостаточным для обеспечения границ колебания угловой скорости главного вала (звена приведения), заданных коэффициентом  $\delta$ , то возникает задача увеличения приведенного момента инерции посадкой на главный вал (звено приведения) дополнительной детали, имеющей определенный момент инерции. Эта деталь называется маховым колесом, или маховиком.

Существует несколько методов определения момента инерции маховика, а именно [1, 2, 6]:

- метод проф. Н.И. Мерцалова и К.Э. Рериха;
- метод проф. Е. М. Гутьяра;
- метод проф. Ф. Виттенбауэра.

Все эти методы основаны на применении известного приема динамики машин, в соответствии с которым составляется динамическая модель, т.е. рассматривается одно звено – звено приведения, в качестве которого принимается главный вал машины – вал маховика.

Рассматриваем машину, имеющую одну степень подвижности. Тогда положение всех звеньев определяется одним параметром. Таким параметром будем считать угол  $\varphi$  поворота главного вала, т.е. звена приведения.

### *Приведение сил и масс в механизме.*

Для определения момента инерции маховика должны быть заданы:

- массы и моменты инерции звеньев;
- кинематические параметры движения звеньев и точек приложения сил;
- средняя угловая скорость вала, на котором устанавливается маховик, в нашем механизме – вала кривошипа;
- коэффициент неравномерности хода машины  $\delta$ ;
- движущие силы и силы сопротивления в функции положения звеньев для периода установившегося движения.

Рассмотрим метод проф. Е.М. Гутьяра. Определяем приведенный к валу кривошипа момент инерции от масс всех звеньев механизма, представленного на рисунке 2.1. Момент инерции ротора двигателя не учитываем. Используем равенство кинетических энергий

$$T_{np} = \sum_1^n T_i ;$$

$$\frac{J_{np1} \omega_1^2}{2} = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_{S_2} \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{J_3 \omega_3^2}{2}. \quad (2.20)$$

Откуда получаем

$$J_{np1} = J_1 + J_{S_2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left( \frac{V_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2. \quad (2.21)$$

Определяем приведенный к валу кривошипа момент от момента сопротивления, считая его постоянным. Для этого используем равенство мощностей

$$N_{np} = N_{Mc};$$

$$M_{np.c} \omega_1 = -M_c \omega_3;$$

$$M_{np.c} = -M_c \left| \frac{\omega_3}{\omega_1} \right|; \quad (2.22)$$

*Определение работы приведенного момента сопротивления за цикл, работы движущего момента и приращения кинетической энергии.*

Закон изменения кинетической энергии в дифференциальной форме имеет вид

$$dA = dT,$$

где  $A$  – сумма работ всех сил в системе;

$T$  – кинетическая энергия системы.

Обозначим  $J_{max}$  – момент инерции маховика, тогда

$$T = (J_{max} + J_{np}) \frac{\omega_1^2}{2};$$

$$dA = M_{np} d\varphi_1.$$

Тогда

$$M_{np} = \frac{d}{d\varphi_1} \left( (J_{max} + J_{np}) \frac{\omega_1^2}{2} \right). \quad (2.23)$$

Интегрированием уравнения (2.23) получаем

$$J_{max} \frac{\omega_1^2}{2} = \int_0^{\varphi} M_{np} d\varphi_1 - J_{np} \frac{\omega_1^2}{2}.$$

Из уравнения движения машины в форме закона изменения кинетической энергии следует, что

$$\int_0^{\varphi} M_{np} d\varphi_1 = A = \Delta E. \quad (2.24)$$

Это работа приведенного момента, равная приращению кинетической энергии машины, причем

$$A = A_{\delta\delta} - A_c,$$

$$\text{где } A_c = \int_0^{\varphi} M_{np.c} d\varphi_1. \quad (2.25)$$

Работа приведенного момента  $A_c$  определяется приближенно как площадь диаграммы  $M_{np.c}(\varphi_1)$ : на каждом участке вычисляем  $M_{cp}$  и умножаем на  $\Delta\varphi_1$  в радианах

$$\Delta A_{ci} = M_{cp_i} \Delta\varphi_1 = \frac{M_{i-1} + M_i}{2} \Delta\varphi_1. \quad (2.26)$$

Это работа за один интервал. С начала цикла получаем

$$A_{ci} = \sum_1^i \Delta A_{ci}. \quad (2.27)$$

Строим график  $A_c(\varphi)$ . За цикл  $A_{\delta\delta} = A_c$ , т.к. рассматривается установившееся движение.

Допустим, что  $M_{\delta\delta} = const$ , тогда график  $A_{\delta\delta}$  – прямая линия, а разность ординат ( $A_{\delta\delta} - A_c$ ) в каждой точке – это  $\Delta E$  – приращение кинетической энергии.

Значит, приравняв значения  $A_{\delta\delta}$  и  $A_{c(n)}$  в конечном положении цикла, можно вычислить  $\Delta A_{\delta\delta}$  за интервал

$$\Delta A_{\partial \delta} = \frac{A_{c(n)}}{n};$$

где  $n$  – число интервалов за цикл.

$$\text{С начала цикла} \quad A_{\partial \delta_i} = \sum_1^i \Delta A_{\partial \delta} = \sum_1^i \frac{A_{c(n)}}{n}. \quad (2.28)$$

Строим график  $A_{\partial \delta}(\varphi)$  вычисляем приращение кинематической энергии и строим график  $\Delta E(\varphi_1)$  (см. рис. 2.7)

$$\Delta E_i = A_{\partial \delta_i} - A_{c_i}. \quad (2.29)$$

*Определение момента инерции маховика*

Определив значения  $\omega_{\max}$  и  $\omega_{\min}$  по уравнениям (2.18), введем функции  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= \Delta E - \frac{J_{np} \omega_{\max}^2}{2} \\ \Phi_2 &= \Delta E - \frac{J_{np} \omega_{\min}^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Вычислим значения этих функций и построим их графики в зависимости от  $\varphi_1$ .

Разность максимального значения функции  $\Phi_1$  и минимального значения функции  $\Phi_2$  представляет собой избыточную работу

$$A_{uz\bar{\delta}} = \max(\Phi_1) - \min(\Phi_2). \quad (2.31)$$

Если  $A_{uz\bar{\delta}} > 0$ , то маховик необходим. Если  $A_{uz\bar{\delta}} < 0$ , то в механизме без маховика коэффициент неравномерности хода  $\delta$  не превосходит заданной величины, т.е. маховик не нужен.

Если маховик необходим, то его момент инерции рассчитывается по формуле

$$J_{max} = \frac{A_{uz\bar{\delta}}}{\omega_1^2 \delta}. \quad (2.32)$$

*Программа расчета кинематических характеристик звеньев механизма и момента инерции маховика, выполненная в среде MathCAD.*

Расчет выполнен для следующих исходных данных:

$$l_{OA} = l_1 = 0,08 \text{ м}; l_{AB} = l_2 = 0,28 \text{ м}; l_{BC} = l_3 = 0,12 \text{ м}; l_{OC} = l_4 = 0,28 \text{ м}; \\ l_{AS2} = l_{as2} = 0,14; \omega_1 = \text{const} = 3,4 \text{ рад/с}; \Delta\varphi_1 = 30^\circ, J_1 = 0,35 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, J_{s2} = \\ 4,0 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, J_3 = 2,9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, m_2 = 40 \text{ кг}.$$

## **Кинематический и динамический расчет шарнирного черырехзвенника**

### **Ввод исходных данных:**

Длина кривошипа OA, м:	l1 := 0.08
Длина шатуна AB, м:	l2 := 0.28
Длина коромысла BC, м:	l3 := 0.12
Межосевое расстояние OC, м	l4 := 0.28
Расстояние до центра масс AS <sub>2</sub> , м:	las2 := 0.14
Угловая скорость кривошипа, рад/с:	ω1 := 3.4
Рабочая нагрузка Mc, Нм:	Mc := 50
Момент инерции кривошипа I1, кгм <sup>2</sup> :	I1 := 0.35
Центральный момент инерции шатуна Is2, кгм <sup>2</sup> :	Is2 := 4.0
Момент инерции коромысла I3, кгм <sup>2</sup> :	I3 := 2.9
Масса шатуна, кг:	m2 := 40
Кэффициент неравномерности хода:	δ := 0.02

### **Определение кинематических характеристик шатуна и коромысла:**

Угол кривошипа в нулевом положении:

$$\phi_0 := \arccos\left[\frac{(l1 + l2)^2 + l4^2 - l3^2}{2 \cdot (l1 + l2) \cdot l4}\right] \div \text{deg} \quad \phi_0 = 16.2$$

Задаем узловые точки:

$$N := 12 \quad i := 0..N \quad k := 1..12 \quad \Delta\phi_1 := \frac{2 \cdot \pi}{N} \quad \phi_{1_i} := \left(i \cdot \frac{360}{N} + \phi_0\right) \cdot \text{deg}$$

$$q_i := l4 - l1 \cdot \cos(\phi_{1_i}) \quad u_i := l1 \cdot \sin(\phi_{1_i}) \quad v_i := \text{atan}(u_i \div q_i)$$

$$a_i := \frac{(q_i)^2 + (u_i)^2 - l3^2 + l2^2}{2 \cdot q_i \cdot l2} \quad a_i := \frac{(q_i)^2 + (u_i)^2 + l3^2 - l2^2}{2 \cdot q_i \cdot l3}$$

$$\phi_{2_i} := \left(\arccos(c_i \cdot \cos(v_i)) - v_i\right) \quad \phi_{3_i} := \left(\arccos(a_i \cdot \cos(v_i)) + v_i\right)$$

$$\omega_{2_i} := -\omega_1 \cdot \frac{l1 \cdot \sin(\phi_{1_i} + \phi_{3_i})}{l2 \cdot \sin(\phi_{2_i} + \phi_{3_i})} \quad \omega_{3_i} := \omega_1 \cdot \frac{l1 \cdot \sin(\phi_{2_i} - \phi_{1_i})}{l3 \cdot \sin(\phi_{2_i} + \phi_{3_i})}$$

$$\varepsilon_{2_i} := \frac{\omega_1^2 \cdot l1 \cdot \cos(\phi_{1_i} + \phi_{3_i}) + (\omega_{3_i})^2 \cdot l3 + (\omega_{2_i})^2 \cdot l2 \cdot \cos(\phi_{2_i} + \phi_{3_i})}{-l2 \cdot \sin(\phi_{2_i} + \phi_{3_i})}$$

$$\varepsilon_{3_i} := \frac{\omega_1^2 \cdot l1 \cdot \cos(\phi_{1_i} - \phi_{2_i}) + (\omega_{2_i})^2 \cdot l2 + (\omega_{3_i})^2 \cdot l3 \cdot \cos(\phi_{2_i} + \phi_{3_i})}{-l3 \cdot \sin(\phi_{2_i} + \phi_{3_i})}$$

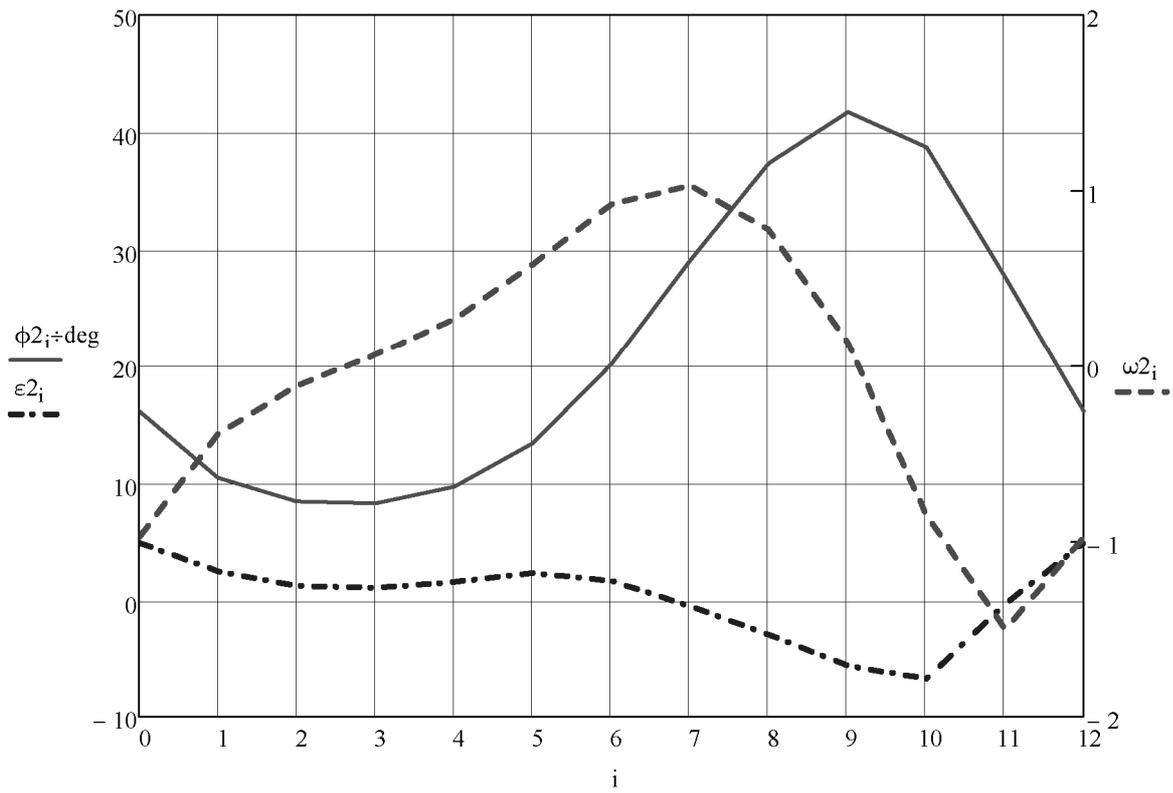


Рисунок 2.1 - Графики зависимости кинематических параметров шатуна от угла поворота кривошипа

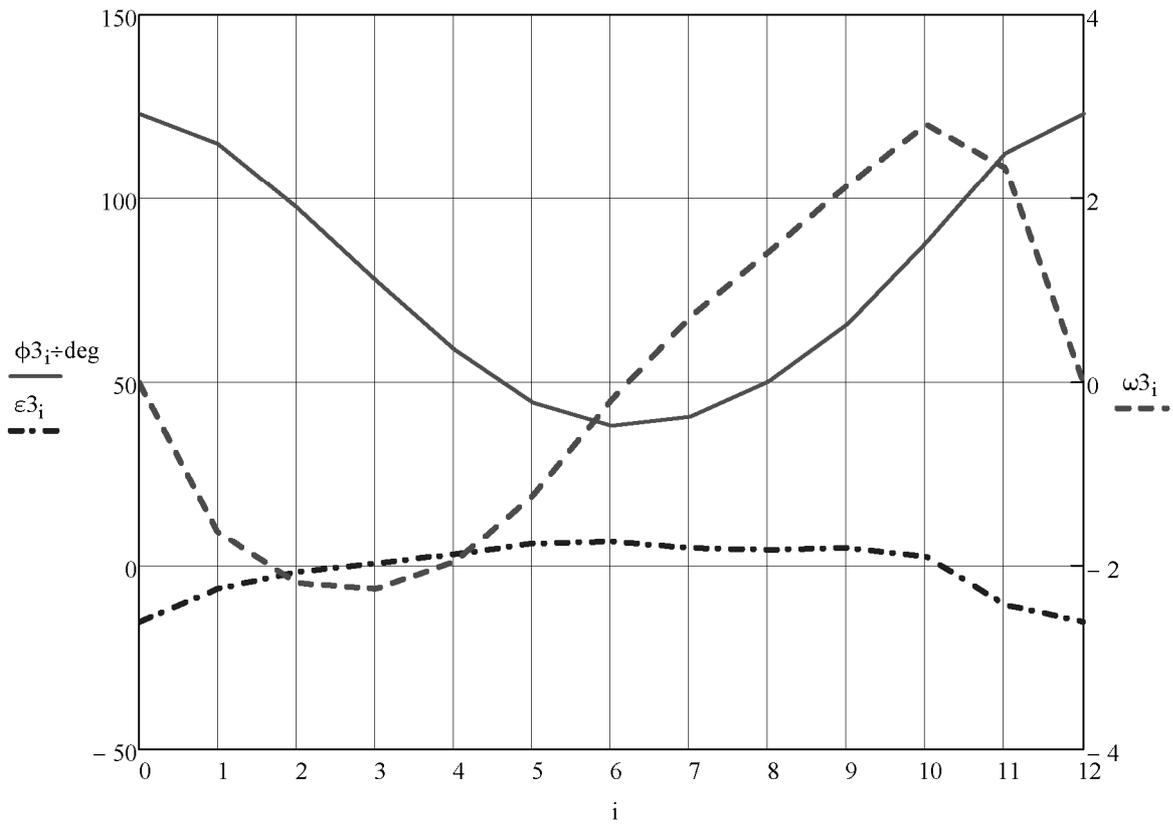


Рисунок 2.2 - Графики зависимости кинематических параметров коромысла от угла поворота кривошипа

$\phi 2 \div \text{deg} =$		$\omega 2 =$	$\epsilon 2 =$	$\phi 3 \div \text{deg} =$		$\omega 3 =$	$\epsilon 3 =$
0	16.195	-0.971	4.954	123.204	0	-15.225	
1	10.502	-0.385	2.557	114.985	-1.624	-6.231	
2	8.469	-0.108	1.295	97.68	-2.184	-1.689	
3	8.314	0.069	1.127	77.851	-2.25	0.709	
4	9.765	0.273	1.63	59.006	-1.956	3.236	
5	13.47	0.586	2.371	44.635	-1.223	6.191	
6	20.224	0.927	1.701	38.366	-0.187	6.635	
7	29.116	1.033	-0.437	40.86	0.709	5.01	
8	37.392	0.781	-2.858	50.314	1.422	4.504	
9	41.752	0.138	-5.505	66.005	2.147	4.921	
10	38.764	-0.848	-6.645	88.119	2.81	2.579	
11	27.68	-1.496	-0.212	112.357	2.338	-10.593	
12	16.195	-0.971	4.954	123.204	0	-15.225	

**Линейная скорость центра масс второго звена:**

$$V_{s2_i} := \sqrt{\left(-l1 \cdot \sin(\phi 1_i) \cdot \omega 1 - l_{as2} \cdot \sin(\phi 2_i) \cdot \omega 2_i\right)^2 + \left(-l1 \cdot \cos(\phi 1_i) \cdot \omega 1 - l_{as2} \cdot \cos(\phi 2_i) \cdot \omega 2_i\right)^2}$$

**Приведение сил:**

$$M_{prs_i} := -M_c \cdot \frac{|\omega 3_i|}{\omega 1}$$

$M_{prs} =$		$V_{s2} =$	
	0		0
0	0	0	0.136
1	-23.885	1	0.23
2	-32.113	2	0.267
3	-33.093	3	0.271
4	-28.772	4	0.251
5	-17.992	5	0.203
6	-2.744	6	0.143
7	-10.42	7	0.14
8	-20.905	8	0.199
9	-31.576	9	0.264
10	-41.324	10	0.282
11	-34.378	11	0.18
12	0	12	0.136

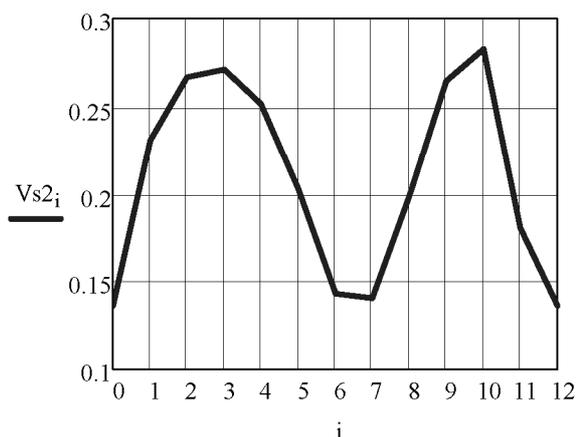


Рис. 2.3 - График зависимости линейной скорости центра масс шатуна от угла поворота кривошипа

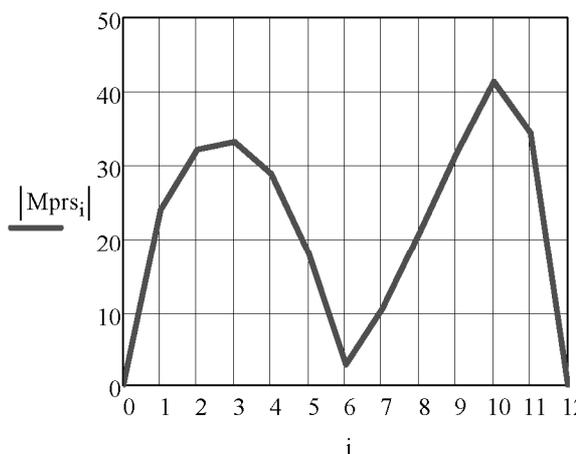


Рис. 2.4 - График зависимости приведенного момента силы сопротивления от угла поворота кривошипа

**Определение работы момента сопротивления и движущего момента:**

$$\Delta A_{c_k} := \frac{M_{pr_s_k} + M_{pr_s_{k-1}}}{2} \cdot \Delta \phi_1 \quad A_{c_k} := \sum_{k=0}^k \Delta A_{c_k} \quad \Sigma A_c := \sum_k \Delta A_{c_k} \quad Adv_k := \sum_{k=1}^k \frac{\Sigma A_c}{N}$$

$$\Delta E_k := Adv_k - A_{c_k}$$

	$\Delta E =$	$\Delta A_c =$	$A_c =$	$Adv =$
0	0	0	0	0
1	-5.842	-6.253	-6.253	-12.095
2	-3.277	-14.66	-20.913	-24.19
3	1.699	-17.071	-37.984	-36.286
4	5.8	-16.196	-54.18	-48.381
5	5.947	-12.243	-66.423	-60.476
6	-0.719	-5.429	-71.852	-72.571
7	-9.368	-3.446	-75.298	-84.666
8	-13.263	-8.201	-83.499	-96.761
9	-11.618	-13.74	-97.238	-108.857
10	-4.628	-19.085	-116.323	-120.952
11	3.095	-19.819	-136.142	-133.047
12	0	-9	-145.142	-145.142

k := 0..12

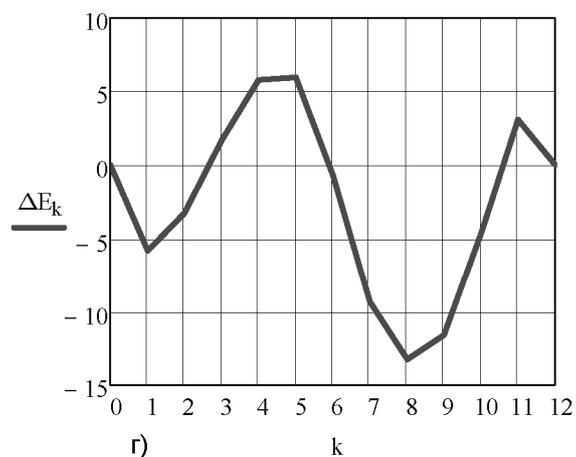
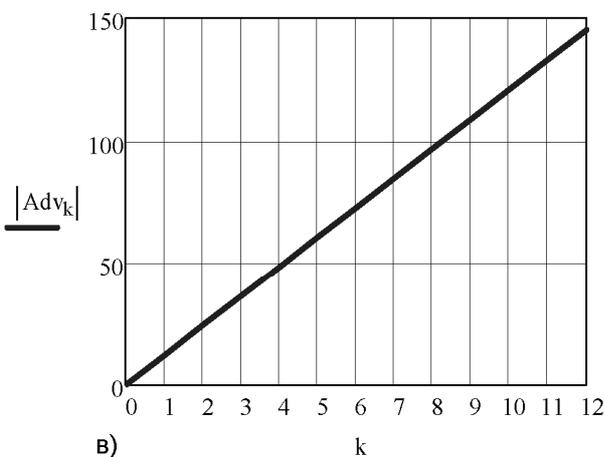
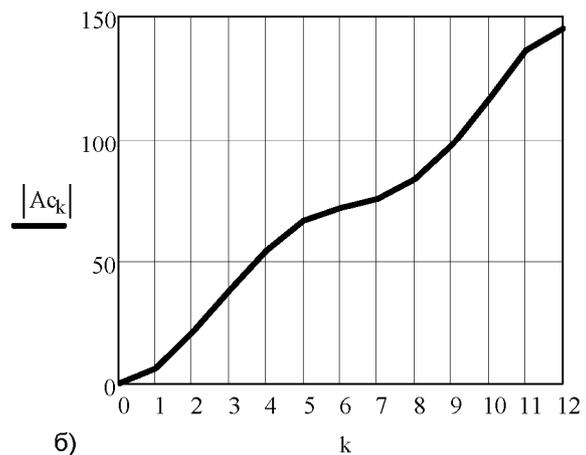
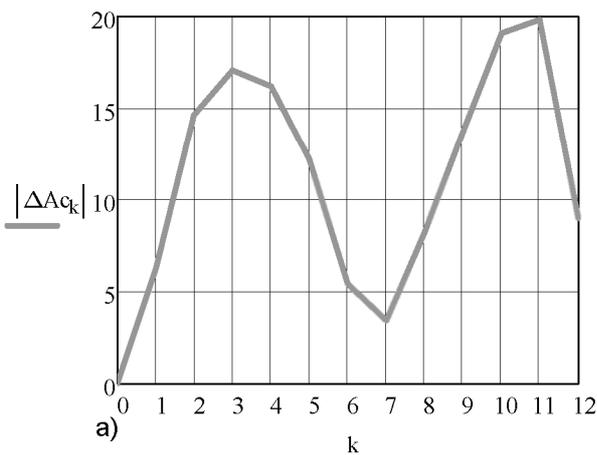
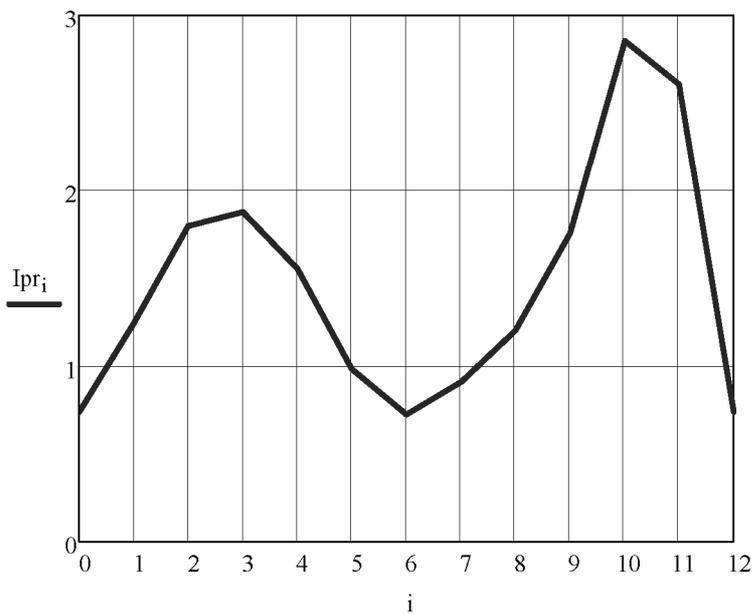


Рис. 2.5 - Графики зависимости приращения работы силы сопротивления(а), работы сил сопротивления (б), движущей силы (в), и приращения кинетической энергии (г) от угла поворота кривошипа

**Приведение масс:**

$$I_{pr_i} := I1 + I s2 \cdot \left(\frac{\omega_{2_i}}{\omega_1}\right)^2 + m2 \cdot \left(\frac{Vs_{2_i}}{\omega_1}\right)^2 + I3 \cdot \left(\frac{\omega_{3_i}}{\omega_1}\right)^2$$



Ipr <sub>i</sub> =	
0	0.741
1	1.247
2	1.796
3	1.876
4	1.554
5	0.986
6	0.727
7	0.913
8	1.205
9	1.755
10	2.856
11	2.607
12	0.741

Рис. 2.6 - График зависимости приведенного момента инерции к первому звену от угла поворота кривошипа

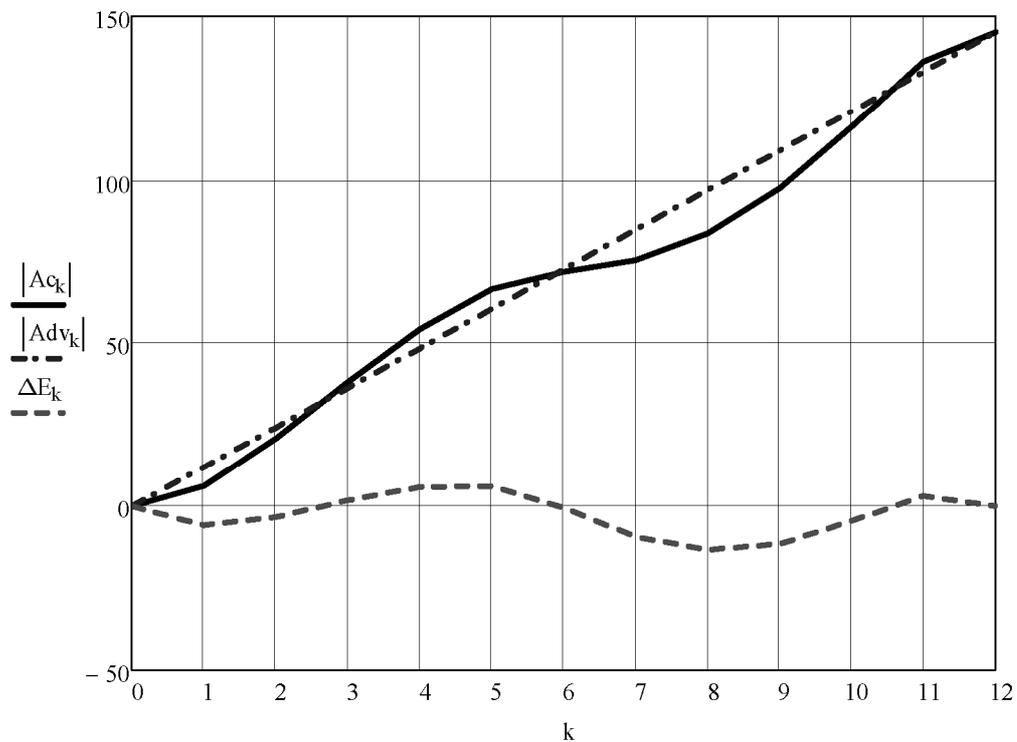
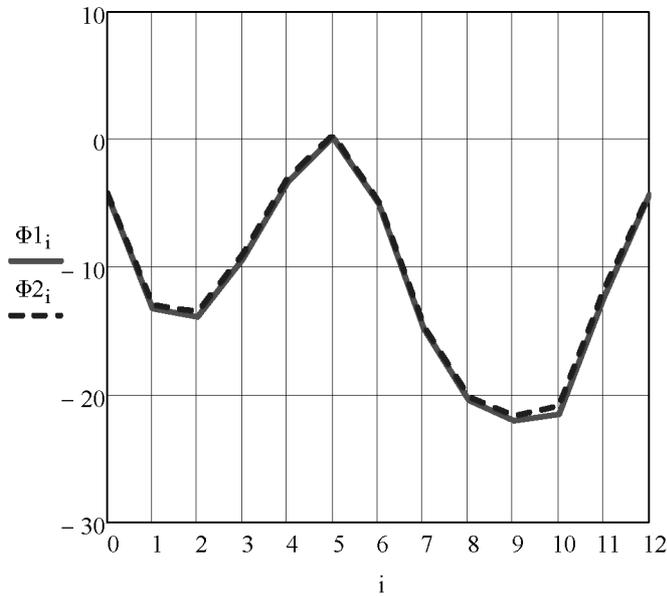


Рис. 2.7 - Графики зависимости работы силы сопротивления, движущей силы и кинетической энергии от угла поворота кривошипа

**Определение момента инерции маховика:**

$$\Phi1_i := \Delta E_i - \frac{I_{pr_i} \cdot \left[ \omega1 \cdot \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right) \right]^2}{2}$$

$$\Phi2_i := \Delta E_i - \frac{I_{pr_i} \cdot \left[ \omega1 \cdot \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right) \right]^2}{2}$$



	Φ1 =	Φ2 =
0	-4.366	-4.195
1	-13.193	-12.905
2	-13.868	-13.453
3	-9.361	-8.928
4	-3.365	-3.006
5	0.131	0.359
6	-5.005	-4.837
7	-14.752	-14.541
8	-20.369	-20.09
9	-21.965	-21.559
10	-21.467	-20.807
11	-12.278	-11.676
12	-4.366	-4.195

Рис. 2.8 - Графики зависимости функций  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  от угла поворота кривошипа

$$\max(\Phi1) = 0.131$$

$$\min(\Phi2) = -21.559$$

$$Aizb := \max(\Phi1) - \min(\Phi2) \quad Imah := \frac{Aizb}{\omega1^2 \cdot \delta}$$

s1 := "Маховик необходим"  
s2 := "Маховик не нужен"

$$Aizb = 21.69$$

**Вывод о необходимости применения маховика:**

if(Aizb > 0, s1, s2) = "Маховик необходим"

$$Imah = 93.815$$

## 2.3 Кинематическое исследование механизма графическим методом

Графический метод кинематического анализа – это построение планов скоростей и планов ускорений в заданных положениях механизма.

Рассмотрим построение плана скоростей и плана ускорений механизма, схема которого представлена на рисунке 2.9 а.

Заданы: угловая скорость кривошипа 1 –  $\omega_1 = const$ , размеры и положение всех звеньев.

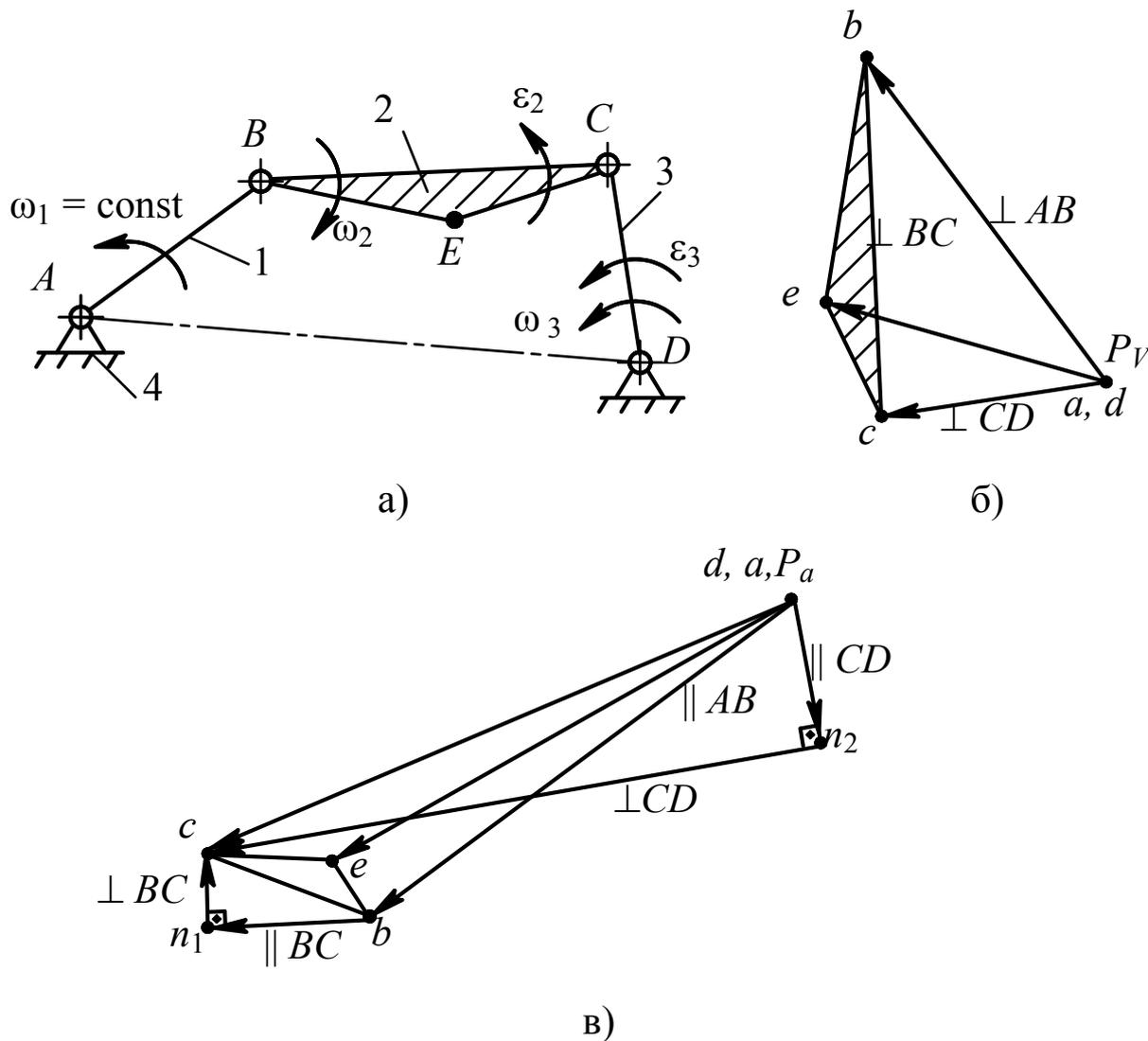


Рисунок 2.9 – Планы скоростей и ускорений шарнирного четырехзвенника

### Построение плана скоростей

Так как задана угловая скорость  $\omega_1$ , то построение плана скоростей начинаем с определения скорости точки  $B$

$$V_B = \omega_1 l_{AB}, \text{ м/с.}$$

Вектор  $\bar{V}_B$  направлен перпендикулярно  $AB$  в соответствии с направлением  $\omega_1$ .

Выбрав точку  $P_v$  - полюс плана скоростей, изображаем скорость точки  $B$  – вектор  $\bar{P}_v b$  - рисунок 2.9 б. Вычисляем масштабный коэффициент плана скоростей

$$\mu_v = \frac{V_B}{P_v b}, \frac{м/с}{мм}.$$

Для определения скорости точки  $C$  рассмотрим плоскопараллельное движение шатуна 2. Разложим это движение на переносное – это поступательное движение вместе с точкой  $B$  и относительное – это вращательное движение звена 2 вокруг точки  $B$ . Тогда составим векторное уравнение

$$\begin{array}{ccc} \bar{V}_C & = & \bar{V}_B + \bar{V}_{C-B} \\ \perp CD & & \perp BC \end{array}$$

Это уравнение содержит два скалярных неизвестных и является графическим разрешимым. Строим  $\bar{V}_C$  по этому уравнению: из точки « $b$ » плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную линии  $BC$  плана механизма, а из полюса  $P_v$  - прямую, перпендикулярную линии  $CD$  плана механизма. Точка пересечения этих прямых является концом векторов  $\bar{V}_C$  и  $\bar{V}_{C-B}$ , модули, которых равны

$$\begin{aligned} V_C &= (P_v C)\mu_v, м/с, \\ V_{C-B} &= (bc)\mu_v, м/с. \end{aligned}$$

Скорости точек  $A$  и  $D$  равны нулю, следовательно изображения этих точек на плане скоростей находятся в полюсе  $P_v$ .

Скорость точки  $E$  строим, используя теорему подобия. Звено  $BCE$  плана механизма – неизменяемая фигура, следовательно, на плане скоростей на линии « $bc$ » строим фигуру, т.е. треугольник « $bce$ », подобный треугольнику  $BCE$  и сходственно с ним расположенный – рисунок 2.9 б. Модуль скорости точки  $E$

$$V_E = (P_v e)\mu_v, м/с.$$

Построенный план скоростей позволяет определить угловые скорости звеньев. Модули угловых скоростей определяем по формулам

$$\omega_2 = \frac{V_{C-B}}{l_{BC}}, рад/с; \quad \omega_3 = \frac{V_C}{l_{CD}}, рад/с.$$

Направления  $\omega_2$  и  $\omega_3$  покажем на плане механизма, используя векторы  $\bar{V}_C$  и  $\bar{V}_{C-B}$  - рисунок 2.9 а, б.

### Построение плана ускорений

Определяем ускорение точки  $B$ . Так как кривошип 1 совершает вращательное движение, то ускорение точки  $B$  равно векторной сумме двух ускорений – нормального (центростремительного) и тангенциального (касательного)

$$\bar{a}_B = \underline{\underline{\bar{a}_B^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_B^\tau}}$$

$$B \rightarrow A \perp AB$$

Модули этих ускорений

$$a_B^n = \omega_1^2 l_{AB}, \text{ м/с}^2,$$

$$a_B^\tau = \varepsilon_1 l_{AB}, \text{ м/с}^2.$$

Так как задано, что  $\omega_1 = const$ , то  $\varepsilon = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$ , следовательно

$$a_B^\tau = 0.$$

Выбираем точку  $P_a$  - полюс плана ускорений, и строим вектор  $\bar{P}_a b$ , изображающий  $\bar{a}_B^n$ . Он направлен параллельно линии  $AB$  от точки  $B$  к точке  $A$  плана механизма – рисунок 2.9 в.

Вычисляем масштабный коэффициент плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_B^n}{(P_a b)}, \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Для определения ускорения точки  $C$  воспользуемся разложением движения звена 2, принятым при построении плана скоростей. Тогда составим векторное уравнение

$$\bar{a}_C = \underline{\underline{\bar{a}_B}} + \underline{\underline{\bar{a}_{C-B}^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_{C-B}^\tau}}$$

$$C \rightarrow B \perp BC$$

Это уравнение содержит три скалярных неизвестных и, следовательно, является неразрешимым. Рассмотрим точку  $C$  звена 3, совершающего вращательное движение. Ускорение точки  $C$  при этом движении равно векторной сумме двух ускорений

$$\bar{a}_C = \underline{\underline{\bar{a}_C^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_C^\tau}}$$

$$C \rightarrow D \perp CD$$

В двух векторных уравнениях четыре скалярных неизвестных, следовательно, эта система уравнений графически разрешима.

Модули нормальных ускорений и отрезки в  $мм$ , изображающие эти ускорения, определяем по формулам

$$a_{C-B}^n = \frac{V_{C-B}^2}{l_{BC}}, \text{ м/с}^2, \quad (bn_1) = \frac{a_{C-B}^n}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

$$a_C^n = \frac{V_C^2}{l_{CD}}, \text{ м/с}^2, \quad (P_a n_2) = \frac{a_C^n}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

Строим  $\bar{a}_C$  по двум векторным уравнениям. Для этого из точки «в» плана ускорений, строим линию, параллельную звену  $BC$  в направлении от  $C$  к  $B$  плана механизма, на которой откладываем отрезок  $(bn_1)$ , а из полюса  $P_a$  проводим линию  $CD$  в направлении от  $C$  к  $D$  плана механизма, на которой откладываем отрезок  $(P_a n_2)$  - рисунок 2.9 в. В точках  $n_1$  и  $n_2$  проводим прямые, перпендикулярные к построенным нормальным ускорениям. Точка пересечения этих прямых «с» является концом вектора  $\bar{a}_C$ . Соединяем эту точку с полюсом  $P_a$  и определяем модули построенных ускорений

$$a_C = (P_a c) \mu_a, \text{ м/с}^2,$$

$$a_C^\tau = (n_2 c) \mu_a, \text{ м/с}^2,$$

$$a_{C-B}^\tau = (n_1 c) \mu_a, \text{ м/с}^2,$$

Используя теорему подобия, строим ускорение точки  $E$ . Для этого на линии «вс» строим треугольник «все», подобный треугольнику  $BCE$  плана механизма и сходственно расположенный. Полученную точку «е» соединяем с полюсом  $P_a$  - рисунок 2.9 в, и определяем модуль ускорения точки  $E$

$$a_E = (P_a e) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

Построенный план ускорений позволяет определить угловые ускорения звеньев. Модули угловых ускорений

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{C-B}^\tau}{l_{BC}}, \text{ рад/с}^2, \quad \varepsilon_3 = \frac{a_C^\tau}{l_{CD}}, \text{ рад/с}^2.$$

Направления  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  покажем на плане механизма, используя векторы  $\bar{a}_{C-B}^\tau$  и  $\bar{a}_C^\tau$  - рисунок 2.9 а, в.

### 3. ИССЛЕДОВАНИЕ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

Широкое распространение в поршневых машинах (двигатели внутреннего сгорания, компрессоры, насосы, прессы и т.д.) имеет кривошипно-ползунный механизм (рисунок 3.1), который преобразует вращательное движение входного звена – кривошипа 1, в возвратно-поступательное движение выходного звена – ползуна 3.

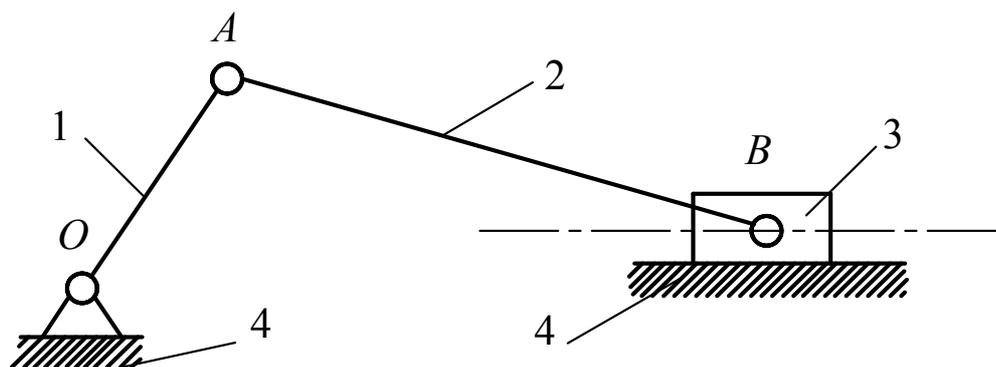


Рисунок 3.1 – Схема кривошипно-ползунного механизма

#### 3.1 Кинематическое исследование кривошипно-ползунного механизма аналитическим методом.

Задачи кинематического анализа механизма следующие:

- определение положений звеньев и траекторий отдельных точек;
- определение угловых скоростей звеньев и линейных скоростей отдельных точек;
- определение угловых ускорений звеньев и линейных ускорений точек.

Полученные результаты необходимы для силового анализа механизма, расчета маховика, расчета звеньев механизма на прочность.

При решении этих задач считаются известными кинематическая схема механизма и закон движения начального звена (кривошипа 1).

На рисунке 3.2 показан замкнутый векторный контур кривошипно-ползунного механизма. Неподвижная система координат (связанная со стойкой 4) имеет начало координат в неподвижном шарнире  $O$ , ось координат  $x$  направлена параллельно траектории движения ползуна 3, которая смещена относительно начала координат вдоль оси координат  $y$  на расстояние  $e$ , называемое эксцентриситетом кривошипно-ползунного механизма. Звенья механизма представлены векторами:  $\vec{r}$  соответствует кривошипу 1, длина его равна длине кривошипа;  $\vec{l}$  – шатуну 2;  $\vec{e}$  – эксцентриситету механизма.

Угол поворота кривошипа 1 –  $\varphi_1$  отсчитывается от оси  $x$  против часовой стрелки так, как показано на рисунке 3.2.

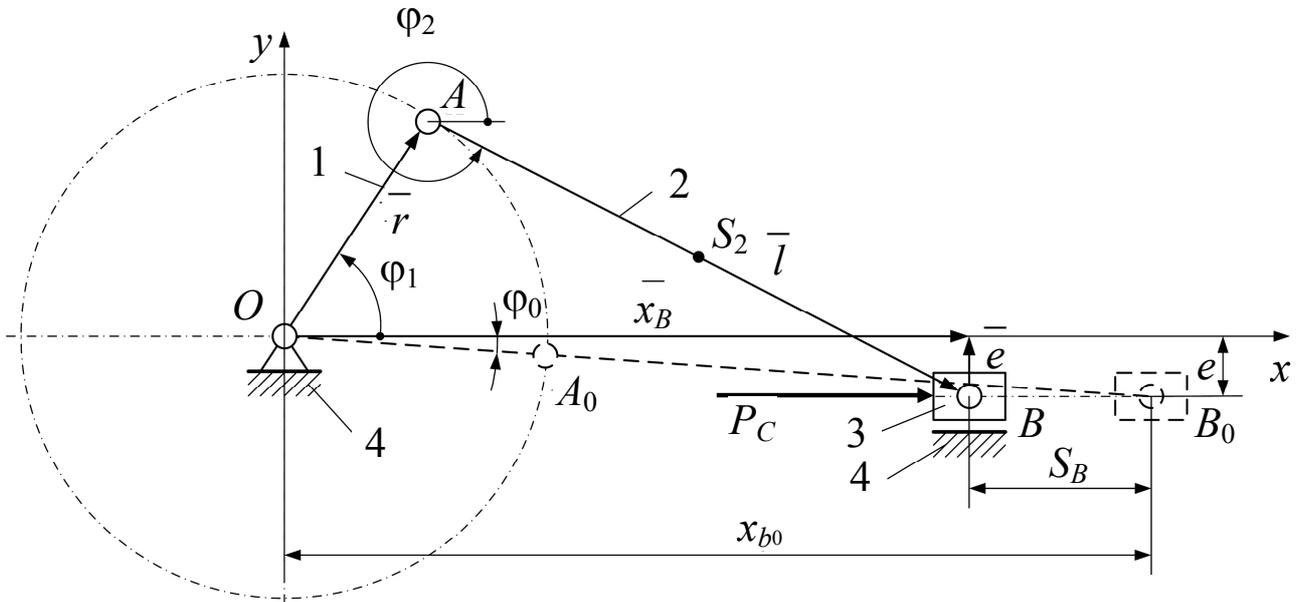


Рисунок 3.2 – Расчетная схема механизма для кинематического анализа методом замкнутого векторного контура

Значение угла поворота кривошипа 1 в начальном положении механизма, когда ползун 3 расположен в крайнем правом положении, определяется зависимостью

$$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{e}{l+r}\right). \quad (3.1)$$

Координата точки  $B$  по оси  $y$  для данной схемы механизма постоянна и равна эксцентриситету механизма со знаком минус  $y_B = -e$ , а координата по оси  $x$  изменяется в процессе работы механизма. В начальном положении механизма эта координата определяется зависимостью

$$x_{B_0} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2}. \quad (3.2)$$

Координаты шарнира  $A$  в системе координат  $xOy$  определяются следующими зависимостями

$$\left. \begin{aligned} x_A &= r \cos \varphi_1 \\ y_A &= r \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Путем дифференцирования зависимостей (3.3) по  $\varphi_1$  определяются проекции аналогов скоростей шарнира  $A$  вдоль осей  $x$  и  $y$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_A &= -r \sin \varphi_1 \\ \dot{y}_A &= r \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Аналог линейной скорости шарнира  $A$ , соответственно будет равен

$$v_A = \sqrt{\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2}. \quad (3.5)$$

Угол поворота шатуна 2 является функцией угла поворота кривошипа 1

$$\varphi_2 = 2\pi + \arcsin\left(\frac{e - y_A}{l}\right). \quad (3.6)$$

Путем дифференцирования зависимости (3.6) определяются аналоги угловой скорости и углового ускорения шатуна 2

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_2 &= \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \\ \ddot{\varphi}_2 &= \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Координата шарнира  $B$  по оси  $x$  определяется следующей зависимостью

$$x_B = r \cdot \cos \varphi_1 + l \cdot \cos \varphi_2. \quad (3.8)$$

Путем дифференцирования зависимости (3.8) по  $\varphi_1$  определяются аналоги скорости и ускорения шарнира  $B$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_B &= \frac{dx_B}{d\varphi_1} \\ \ddot{x}_B &= \frac{d^2x_B}{d\varphi_1^2} \end{aligned} \right\}. \quad (3.9)$$

Принимаем, что центр тяжести шатуна 2 расположен посередине звена в точке  $S_2$ . Тогда перемещение, проекции аналогов скорости и ускорения этой точки определяются зависимостями

$$x_{S_2} = x_A + l_{S_2} \cos \varphi_2, \quad y_{S_2} = y_A + l_{S_2} \sin \varphi_2. \quad (3.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_{S_2} &= \frac{dx_{S_2}}{d\varphi_1} \\ \dot{y}_{S_2} &= \frac{dy_{S_2}}{d\varphi_1} \end{aligned} \right\}; \quad (3.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_{S_2} &= \frac{d^2x_{S_2}}{d\varphi_1^2} \\ \ddot{y}_{S_2} &= \frac{d^2y_{S_2}}{d\varphi_1^2} \end{aligned} \right\}. \quad (3.12)$$

Аналоги линейной скорости и линейного ускорения центра тяжести шатуна 2, соответственно будут равны

$$v_{S_2} = \sqrt{x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2}, \quad a'_{S_2} = \sqrt{x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2}. \quad (3.13)$$

Для определения абсолютных значений скоростей и ускорений звеньев и отдельных точек этих звеньев, необходимо найденные значения аналогов скоростей и ускорений умножить, соответственно, на угловую скорость и квадрат угловой скорости кривошипа 1

$$\left. \begin{aligned} V_A &= \omega_1 v_A \\ V_{S_2} &= \omega_1 v_{S_2} \\ V_B &= \omega_1 v_B \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{S_2} &= \omega_1^2 a'_{S_2} \\ a_B &= \omega_1^2 a'_B \end{aligned} \right\}. \quad (3.15)$$

Так как за начальное положение ползуна 3 принято крайнее правое положение, то величина перемещения относительно этого положения, определяемого в системе координат  $xOy$  координатой  $x_{B_0}$  определяется зависимостью

$$S_B = x_{B_0} - x_B. \quad (3.16)$$

Все описанные выше кинематические параметры определяются с использованием MathCAD-программы, приведенной в п. 3.2.

### 3.2 Определение момента инерции маховика

Основные теоретические положения и методика определения момента инерции маховика способом профессора Е.М. Гутьяра описаны в п. 2.2.

При решении этой задачи для кривошипно-ползунного механизма приведенный к валу кривошипа 1 момент инерции  $J_{np1}$  определяется из равенства

$$T_{np} = \sum_1^n T_i;$$

$$\frac{J_{np1} \omega_1^2}{2} = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_{S_2} \omega_2^2}{2} + \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{m_3 V_B^2}{2}.$$

Откуда

$$J_{np1} = J_1 + J_{S_2} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left( \frac{V_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left( \frac{V_B}{\omega_1} \right)^2. \quad (3.17)$$

Приведенный к валу кривошипа момент от силы сопротивления, приложенной к ползуну, (рисунок 3.2) определяется из равенства

$$M_{np.c} \omega_1 = -P_c V_B;$$
$$M_{np.c} = -P_c \left| \frac{V_B}{\omega_1} \right|. \quad (3.18)$$

Работа приведенного момента сопротивления, работа движущего момента, приращение кинетической энергии, значения функций  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , а так же момент инерции маховика определяются по формулам (2.23) – (2.32).

*Пример решения задачи с использованием MathCAD программы*

Количество положений механизма:  $N=12$ .

Длины звеньев механизма:  $r = 0,09$  м,  $l = 0,28$  м.

Эксцентриситет механизма  $e = 0,05$  м.

Угловая скорость кривошипа 1  $\omega_1 = 12$  рад/с.

Моменты инерции звеньев  $J_1 = 0,012$  кг·м<sup>2</sup>;  $J_{s2} = 0,088$  кг·м<sup>2</sup>.

Массы звеньев:  $m_2 = 11,2$  кг;  $m_3 = 33,5$  кг.

Сила полезного сопротивления:  $P_c = 400$  Н.

Коэффициент неравномерности хода:  $\delta = 0,03$ .

MathCAD-программа расчета кинематических параметров:

**Решение задачи кинематического анализа:**

$$l_{AS2} := 0.5 \cdot 1 \quad N := 12 \quad g := 9.81$$

$$\phi_0 := \arcsin\left(\frac{e}{1+r}\right) \quad \phi_0' := \pi + \arcsin\left(\frac{e}{1+r}\right) \quad \phi_1 := \phi_0, \phi_0 + \frac{2\pi}{N} .. 2 \cdot \pi + \phi_0 \quad b_0 := \sqrt{(1+r)^2 - e^2}$$

$$\Delta\phi_1 := \frac{2\pi}{N}$$

$$\phi_2(\phi_1) := 2 \cdot \pi + \arcsin\left(\frac{e - r \cdot \sin(\phi_1)}{1}\right) \quad \phi_2'(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} \phi_2(\phi_1) \quad \phi_2''(\phi_1) := \frac{d^2}{d\phi_1^2} \phi_2(\phi_1)$$

$$x_A(\phi_1) := r \cdot \cos(\phi_1)$$

$$x_A'(\phi_1) := -r \cdot \sin(\phi_1)$$

$$y_A(\phi_1) := r \cdot \sin(\phi_1)$$

$$y_A'(\phi_1) := r \cdot \cos(\phi_1)$$

$$x_B(\phi_1) := r \cdot \cos(\phi_1) + 1 \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))$$

$$x_B'(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} x_B(\phi_1)$$

$$x_B''(\phi_1) := \frac{d^2}{d\phi_1^2} x_B(\phi_1)$$

$$x_{S2}(\phi_1) := x_A(\phi_1) + l_{AS2} \cdot \cos(\phi_2(\phi_1))$$

$$x_{S2}'(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} x_{S2}(\phi_1)$$

$$x_{S2}''(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} x_{S2}'(\phi_1)$$

$$y_{S2}(\phi_1) := y_A(\phi_1) + l_{AS2} \cdot \sin(\phi_2(\phi_1))$$

$$y_{S2}'(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} y_{S2}(\phi_1)$$

$$y_{S2}''(\phi_1) := \frac{d}{d\phi_1} y_{S2}'(\phi_1)$$

$$a_{S2}''(\phi_1) := \sqrt{x_{S2}''(\phi_1)^2 + y_{S2}''(\phi_1)^2}$$

$$v_{S2}'(\phi_1) := \sqrt{x_{S2}'(\phi_1)^2 + y_{S2}'(\phi_1)^2}$$

$$a_{S2}(\phi_1) := w_1^2 \cdot a_{S2}''(\phi_1)$$

$$v_{S2}(\phi_1) := w_1 \cdot v_{S2}'(\phi_1)$$

$$\varepsilon_2(\phi_1) := w_1^2 \cdot \phi_2''(\phi_1)$$

$$w_2(\phi_1) := \phi_2'(\phi_1) \cdot w_1$$

$$s_B(\phi_1) := b_0 - x_B(\phi_1)$$

$$v_B(\phi_1) := x_B'(\phi_1) \cdot w_1$$

$$a_B(\phi_1) := w_1^2 \cdot x_B''(\phi_1)$$

**Результаты расчета:**

$w_2(\phi_1) =$		$\varepsilon_2(\phi_1) =$		$v_B(\phi_1) =$		$a_B(\phi_1) =$		$s_B(\phi_1) =$	
0	-3.857	8.342		0		-17.284		0	
1	-3.05	28.182		-0.677		-12.704		0.016	
2	-1.47	42.892		-1.049		-4.076		0.055	
3	0.526	46.278		-1.049		3.487		0.102	
4	2.369	36.269		-0.804		7.137		0.143	
5	3.576	18.272		-0.466		8.13		0.17	
6	3.92	-2.917		-0.098		8.828		0.183	
7	3.29	-26.201		0.316		10.191		0.178	
8	1.66	-47.229		0.778		10.522		0.154	
9	-0.601	-52.646		1.154		5.488		0.111	
10	-2.62	-37.29		1.171		-5.153		0.059	
11	-3.743	-13.951		0.723		-14.566		0.016	
12	-3.857	8.342		0		-17.284		0	

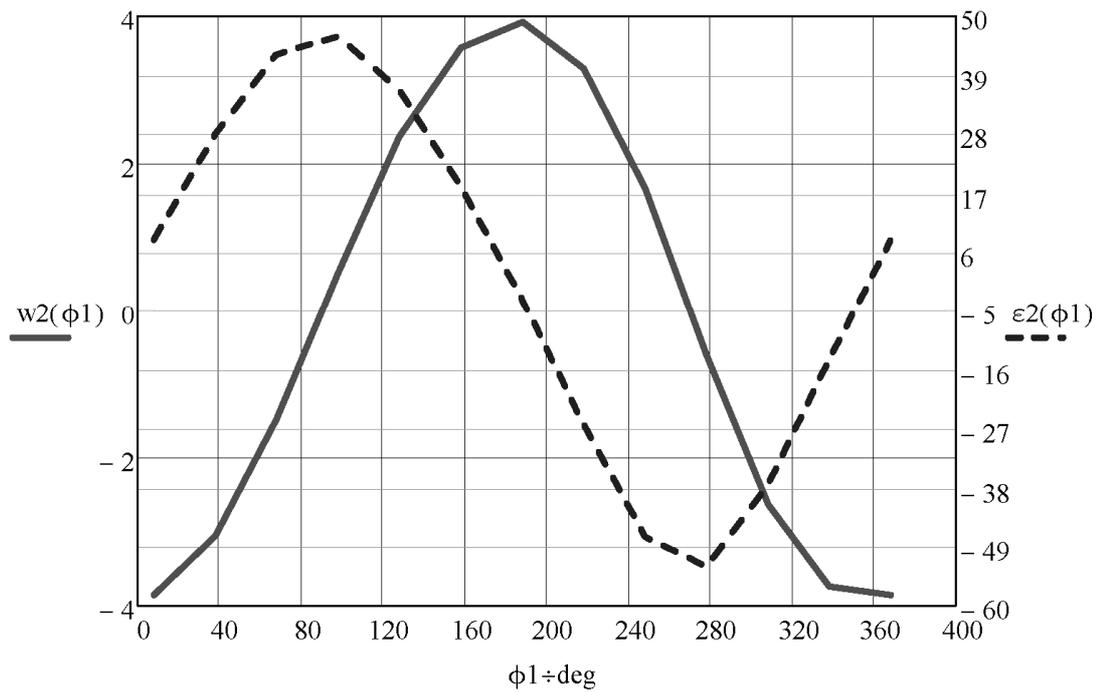


Рисунок 3.3 - График зависимости угловой скорости и углового ускорения шатуна от угла поворота кривошипа

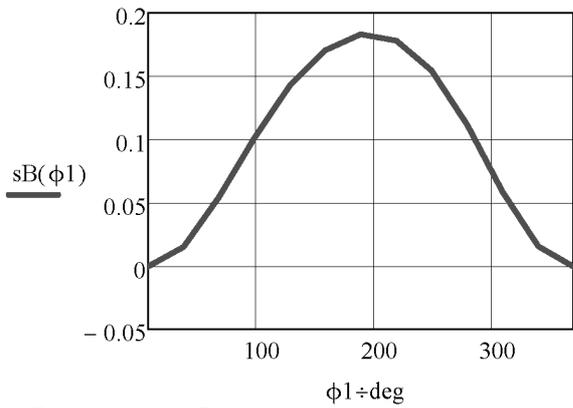


Рисунок 3.4 - График зависимости перемещения ползуна от угла поворота кривошипа

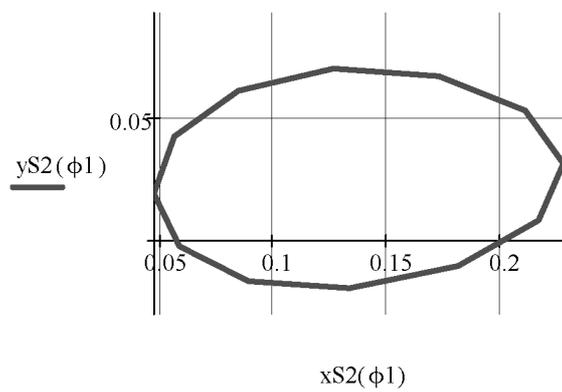


Рисунок 3.5 - Траектория центра масс шатуна во время работы механизма

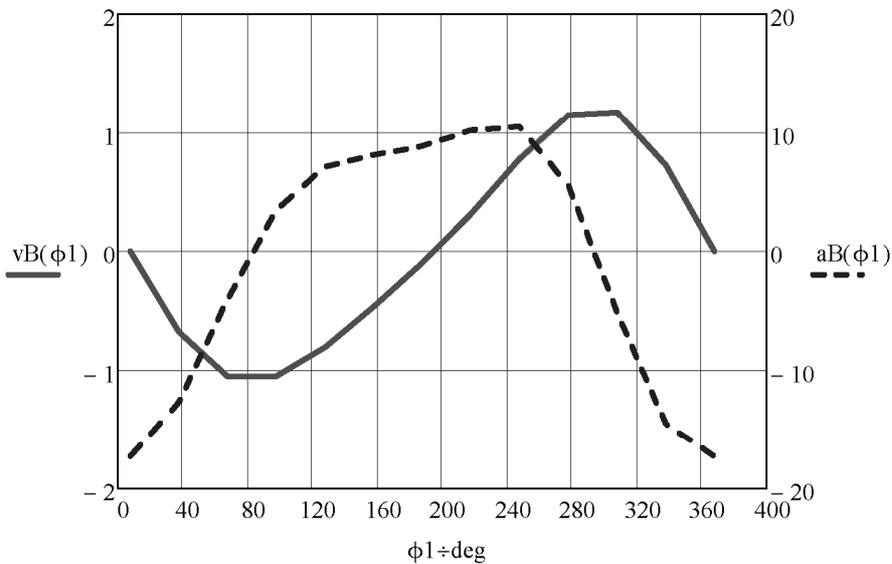


Рисунок 3.6 - График зависимости скорости и ускорения ползуна от угла поворота кривошипа

**Приведение сил:**

$$M_{prs}(\phi_1) := -P \cdot \left| \frac{v_B(\phi_1)}{w_1} \right|$$

$M_{prs}(\phi_1) =$

	0
0	0
1	-22.568
2	-34.955
3	-34.982
4	-26.789
5	-15.523
6	-3.257
7	-10.521
8	-25.949
9	-38.456
10	-39.04
11	-24.109
12	0

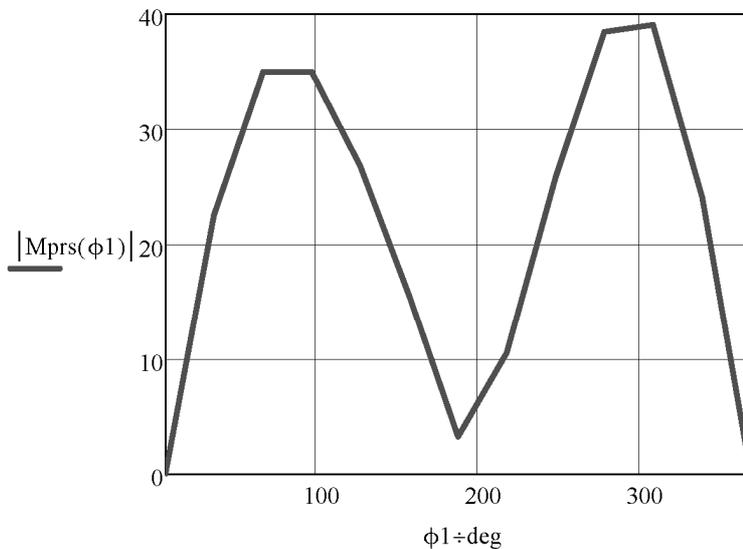


Рис. 3.7 - График зависимости приведенного момента силы сопротивления от угла поворота кривошипа

**Определение работы момента сопротивления и движущего момента:**

$$j := 0..2 \cdot N - 1 \quad \Delta\phi_{1j} := \left( \phi_0 + \frac{\pi}{N} \cdot j \right) \quad I_p(\phi_1) := J_1 + J_{s2} \cdot \phi_2'(\phi_1)^2 + m_2 \cdot v_{S2}'(\phi_1)^2 + m_3 \cdot x_{B'}(\phi_1)^2$$

$$I_p'(\phi_1) := 2 \cdot [J_{s2} \cdot \phi_2'(\phi_1) \cdot \phi_2''(\phi_1) + m_2 \cdot (x_{S2}'(\phi_1) \cdot x_{S2}''(\phi_1) + y_{S2}'(\phi_1) \cdot y_{S2}''(\phi_1))] + m_3 \cdot (x_{B'}(\phi_1) \cdot x_{B'}''(\phi_1) + y_{B'}(\phi_1) \cdot y_{B'}''(\phi_1))$$

$$M_{pc}(\phi_1) := M_{prs}(\phi_1) \quad i := 0..2 \cdot N - 2 \quad I_j := I_p(\Delta\phi_{1j}) \quad I_{prj} := I_p'(\Delta\phi_{1j}) \quad M_{pj} := M_{pc}(\Delta\phi_{1j})$$

$$I_{prmax} := \max(I_{pr}) \quad A_{c_0} := 0 \quad A_{c_{i+1}} := A_{c_i} + \frac{M_{p_{i+1}} + M_{p_i}}{2} \cdot (\Delta\phi_{1_{i+1}} - \Delta\phi_{1_i}) \quad A_{cmax} := \min(A_c)$$

$$M_{pd} := \frac{-A_{cmax}}{2 \cdot \pi} \quad A_{d_j} := M_{pd} \cdot \Delta\phi_{1_j} \quad \Delta E_j := A_{d_j} + A_{c_j}$$

**Определение момента инерции маховика:**

$$\Phi_{1_i} := \Delta E_i - \frac{I_{pr_i} \cdot \left[ w_1 \cdot \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right) \right]^2}{2} \quad \Phi_{2_i} := \Delta E_i - \frac{I_{pr_i} \cdot \left[ w_1 \cdot \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right) \right]^2}{2} \quad s1 := \text{"Маховик необходим"}$$

$$s2 := \text{"Маховик не нужен"}$$

$$\max(\Phi_1) = 33.447 \quad \min(\Phi_2) = -19.067 \quad A_{izb} := \max(\Phi_1) - \min(\Phi_2) \quad I_{mah} := \frac{A_{izb}}{w_1^2 \cdot \delta} \quad A_{izb} = 52.514$$

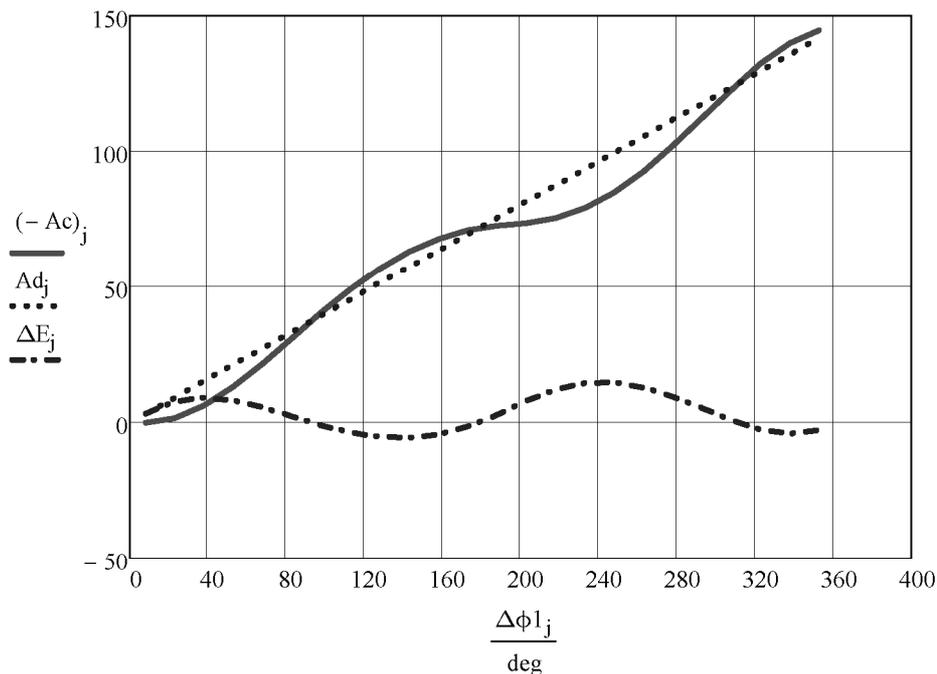


Рис. 3.8 - Графики зависимости работы силы сопротивления, движущей силы и кинетической энергии от угла поворота кривошипа

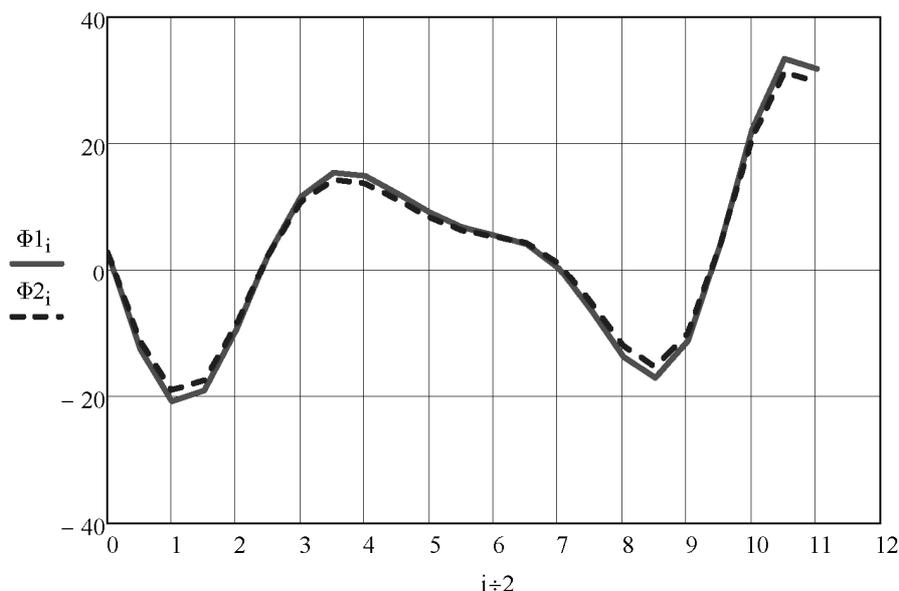


Рис. 3.9 - Графики зависимости функций  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  от угла поворота кривошипа

**Вывод о необходимости применения маховика:**

if(Aizb > 0, s1, s2) = "Маховик необходим"

Imah = 12.156

### 3.3 Кинематический анализ механизма графическим методом

Рассмотрим построение плана скоростей и плана ускорений кривошипно-ползунного механизма схема которого представлена на рисунке 3.10. Заданы: угловая скорость кривошипа  $1-\omega_1=const$ , размеры и положение всех звеньев.

#### Построение плана скоростей

Так как задана угловая скорость звена 1, то построение плана скоростей начинаем с определения скорости точки  $C$

$$V_C = \omega_1 l_{OC}, \text{ м/с.}$$

Направлен вектор  $\bar{V}_C$  перпендикулярно  $OC$  в соответствии с направлением  $\omega_1$ .

Выбрав точку  $P_v$  - полюс плана скоростей, изображаем вектор скорости точки  $C - \bar{P}_v c$  - рисунок 3.10 б. Вычисляем масштабный коэффициент плана скоростей

$$\mu_v = \frac{V_C}{P_v c}, \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Для определения скорости точки  $D$  разложим плоскопараллельное движение звена 2 на переносное – поступательное движение вме-

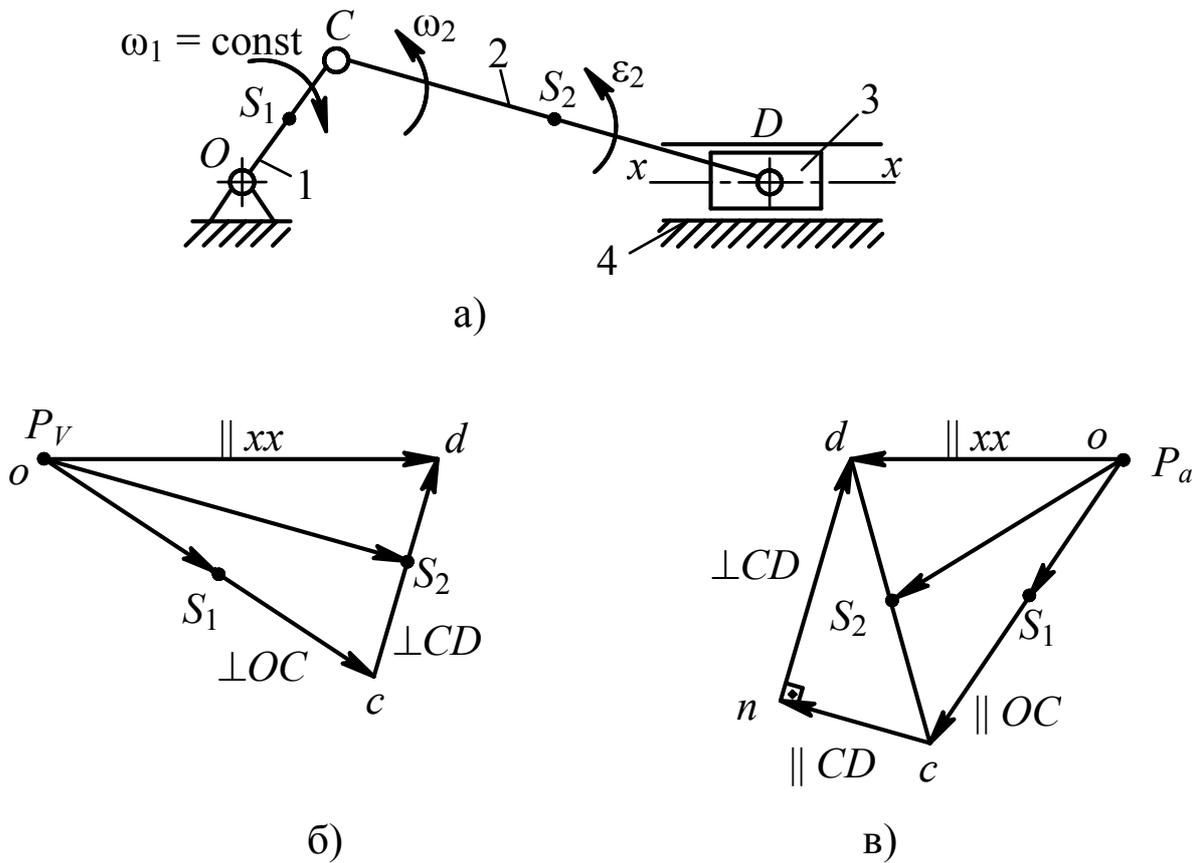


Рисунок 3.10 – Планы скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма

сте с точкой  $C$ , и относительное – вращательное движение звена 2 вокруг точки  $C$ . Тогда запишем векторное уравнение

$$\frac{\bar{V}_D}{\parallel XX} = \frac{\bar{V}_C}{\parallel OC} + \frac{\bar{V}_{D-C}}{\perp DC}$$

В этом уравнении два скалярных неизвестных, поэтому оно графически разрешимо. Строим  $\bar{V}_D$  по этому уравнению: из точки « $c$ » плана скоростей проводим линию, перпендикулярную звену  $CD$ , а из полюса  $P_v$  - прямую, параллельную линии  $XX$ , т.е. траектории движения точки  $D$  ползуна 3, движущегося поступательно. Точка пересечения этих линий – точка  $d$  – рисунок 3.10 б. Определяем модули построенных скоростей

$$V_D = (P_v d) \mu_v, \text{ м/с}$$

$$V_{D-C} = (cd) \mu_v, \text{ м/с}$$

Скорость точки  $O$  равна нулю, следовательно изображение этой точки на плане скоростей находится в полюсе  $P_v$ .

Скорости точек  $S_1$  и  $S_2$  определяем, используя теорему подобия, согласно которой точка  $S_1$  должна находиться на линии « $oc$ » плана скоростей, а точка  $S_2$  - на линии « $cd$ » плана скоростей. Для определения положения этих точек на соответствующих линиях составляем пропорции

$$\frac{OC}{OS_1} = \frac{(P_v c)}{(P_v s_1)}, \quad (P_v s_1) = (P_v c) \frac{OS_1}{OC};$$

$$\frac{CD}{CS_2} = \frac{(cd)}{cs_2}, \quad (cs_2) = (cd) \frac{CS_2}{CD}.$$

Модули скоростей точек  $S_1$  и  $S_2$

$$V_{S_1} = (P_v s_1) \mu_v, \text{ м/с,}$$

$$V_{S_2} = (P_v s_2) \mu_v, \text{ м/с.}$$

Определяем угловую скорость шатуна 2

$$\omega_2 = \frac{V_{D-C}}{l_{DC}}, \text{ рад/с.}$$

Покажем направление  $\omega_2$  на плане механизма, используя вектор  $\bar{V}_{D-C}$  - рисунок 3.10 а, б.

#### Построение плана ускорений

Определяем ускорение точки  $C$ . При вращательном движении кривошипа 1 ускорение точки  $C$  равно векторной сумме двух ускорений – нормального и касательного

$$\bar{a}_C = \underline{\bar{a}_C^n} + \underline{\bar{a}_C^\tau}$$

$$\quad \quad \quad // OC \quad \perp OC$$

$$C \rightarrow O$$

Модули этих ускорений

$$a_C^n = \omega_1^2 l_{OC}, \text{ м/с}^2,$$

$$a_C^\tau = \varepsilon_1 l_{OC}, \text{ м/с}^2.$$

Так как  $\omega_1 = const$ ,  $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$ , следовательно  $a_C^\tau = 0$ .

Выбираем точку  $P_a$  - полюс плана ускорений и строим вектор  $\bar{P}_a C$ , изображающий  $\bar{a}_C^n$ . Его проводим параллельно  $OC$  плана механизма от точки  $C$  к точке  $O$  – рисунок 3.10 в. Вычисляем масштабный коэффициент плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_C^n}{P_a C}, \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Для определения ускорения точки  $D$  составим векторное уравнение, воспользовавшись разложением движения звена 2, принятым при построении плана скоростей

$$\underline{\bar{a}}_D = \underline{\bar{a}}_C + \underline{\bar{a}}_{D-C}^n + \underline{\bar{a}}_{D-C}^\tau.$$

//  $XX$                        $D \rightarrow C \perp DC$

Модуль нормального относительного ускорения и отрезок, изображающий это ускорение определяем по формулам

$$a_{D-C}^n = \frac{V_{D-C}^2}{l_{DC}}, \text{ м/с}^2, \quad (cn) = \frac{a_{D-C}^n}{\mu_a}, \text{ мм.}$$

Строим  $\bar{a}_D$  по векторному уравнению. Для этого из точки «с» плана ускорений проводим линию, параллельную звену  $CD$  в направлении от  $D$  к  $C$  плана механизма, на которой откладываем отрезок  $(cn)$ , изображающий  $\bar{a}_{D-C}^n$ , затем в точке «n» проводим перпендикуляр к звену  $CD$ , а из полюса  $P_a$  - линию, параллельную линии  $XX$ , т.е. траектории движения точки  $D$  ползуна 3. Точка пересечения этих линий – точка  $d$  – рисунок 3.10 в.

Определяем модули построенных ускорений

$$a_D = (P_a d) \mu_a, \text{ м/с}^2,$$

$$a_{D-C}^\tau = (nd) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

Ускорения точек  $S_1$  и  $S_2$  определяем, используя теорему подобия. Составляем пропорции

$$\frac{OC}{OS_1} = \frac{(P_a c)}{(P_a s_1)}, \quad (P_a s_1) = (P_a c) \frac{OS_1}{OC};$$

$$\frac{CD}{CS_2} = \frac{(cd)}{(cs_2)}, \quad (cs_2) = (cd) \frac{CS_2}{CD}.$$

Модули ускорений точек  $S_1$  и  $S_2$

$$a_{S_1} = (P_a s_1) \mu_a, \text{ м/с}^2,$$

$$a_{S_2} = (P_a s_2) \mu_a, \text{ м/с}^2.$$

Определяем угловое ускорение шатуна 2

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{D-C}^\tau}{l_{DC}}, \text{ рад/с.}$$

Используя вектор  $\bar{a}_{D-C}^\tau$ , указываем направление  $\varepsilon_2$  на плане механизма – рисунок 3.10 а, в.

## 4. КИНЕТОСТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМА

### 4.1 Цель расчета, исходные данные и принятые предположения

Целью расчета является определение реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы или ее момента, приложенного к ведущему звену механизма с одной степенью свободы.

Знание этих силовых параметров необходимо для расчета звеньев на прочность и жесткость, выбора двигателя и др.

Заданы размеры и массы звеньев механизма, положение их центров тяжести, их моменты инерции относительно центральных осей и внешние нагрузки (силы и моменты сил).

Положение звеньев механизма определяется координатой ведущего звена  $\varphi_1$ , значение которой задано. Закон движения ведущего звена считается известным. Силами трения в кинематических парах пренебрегаем, то есть контактирующие поверхности считаем идеальными. Считаем, что все силы сосредоточенные и находятся в одной плоскости.

### 4.2 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Из курса теоретической механики известно, что реакция идеальной поверхности направлена вдоль нормали к ней. Это дает возможность указать прямую, по которой направлена сила действия одного звена на другое, если известны положение точки их контакта и формы контактирующих поверхностей (рис 4.1 а, б).

В дальнейшем силу действия звена  $b$  на звено  $c$  будем обозначать буквой  $R$  с двумя нижними индексами:  $R_{c,b}$ ; таким образом, первый индекс указывает звено, на которое действует сила, а второй индекс - звено, со стороны которого она действует.

В случае, когда два звена соединены плоским цилиндрическим шарниром, реакцию со стороны одного из них на другое часто удобно представить в виде двух составляющих – нормальной, направленной вдоль оси звена, и касательной, перпендикулярной к ней (рис.4.1.в). Осью звена будем называть отрезок прямой линии, которая соединяет центры шарниров, которыми это звено присоединяется к соседним звеньям.

Для решения задачи, сформулированной в пункте 4.1, используется принцип Даламбера: если к любой механической системе, кроме фактически действующих на нее внешних и внутренних сил, приложить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет удовлетворять всем условиям равновесия. Используя уравнения равновесия, можно найти искомые силы или моменты сил, если задача является статически определимой.

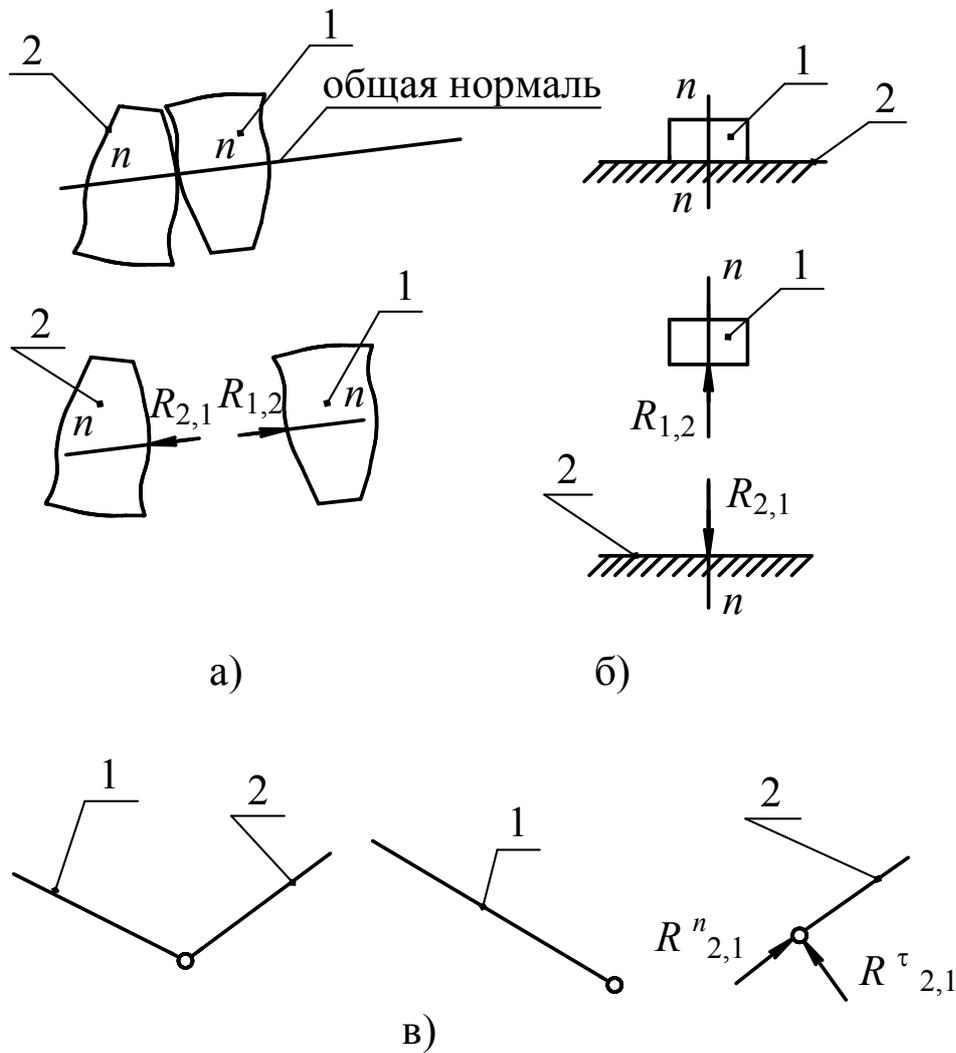


Рисунок 4.1 – Реакции в кинематических парах

Из теоретической механики известно, что систему сил инерции одного звена можно свести к одной силе  $F_u$  (главный вектор сил инерции) и одной паре сил с моментом  $M_u$  (главный момент сил инерции).

Выбрав за точку приведения сил инерции центр масс звена (точку  $S$ ), получаем

$$\bar{F}_{u_i} = -m_i \bar{a}_{s_i} ; \quad \bar{M}_{u_i} = -J_{s_i} \bar{\varepsilon}_i , \quad (4.1)$$

где:  $m_i$ ,  $J_{s_i}$  – масса и момент инерции  $i$ -того звена относительно его центральной оси,

$\bar{a}_{s_i}$ ,  $\bar{\varepsilon}_i$  – ускорение центра масс и угловое ускорение  $i$ -того звена.

Часто бывает удобно  $\bar{F}_{u_i}$  и  $\bar{M}_{u_i}$  свести к одной равнодействующей силе  $F_i$  или заменить момент сил инерции  $M_{u_i}$  парой сил  $F'_i$  и  $F''_i$  (см. пример на рис 4.8.а, 4.8.в)

$$F_4 = F_{u_4} ; \quad H_1 = \frac{M_{u_4}}{F_{u_4}}$$

(для шатуна 4) или

$$F'_3 = F''_3 = \frac{M_{u_3}}{l_{AC}}$$

(для кулисы 3).

Надо отложить  $h_1$  (для шатуна 4) или направление сил  $F'_3$  и  $F''_3$  так, чтобы замена была эквивалентной, то есть чтобы не только модули, а и направления заменяющего и замененного моментов были одинаковые.

После такой замены нет необходимости подставлять в уравнения моментов ( $\sum M = 0$ ) натуральные длины плеч сил ( $Hi$ ), а можно использовать их изображения на чертежах ( $hi$ ), измеренные в миллиметрах или в каких-либо других (обязательно одинаковых) единицах длины.

Для определения реакций в кинематических парах следует расчленить механизм на основной механизм (ведущее звено со стойкой) и последовательно присоединенные к нему двухповодковые группы Ассра (рис. 4.2. и 4.3). После разъединения звеньев реакции в кинематических парах становятся внешними силами, и тем обеспечивается их вхождение в уравнения равновесия, из которых они определя-

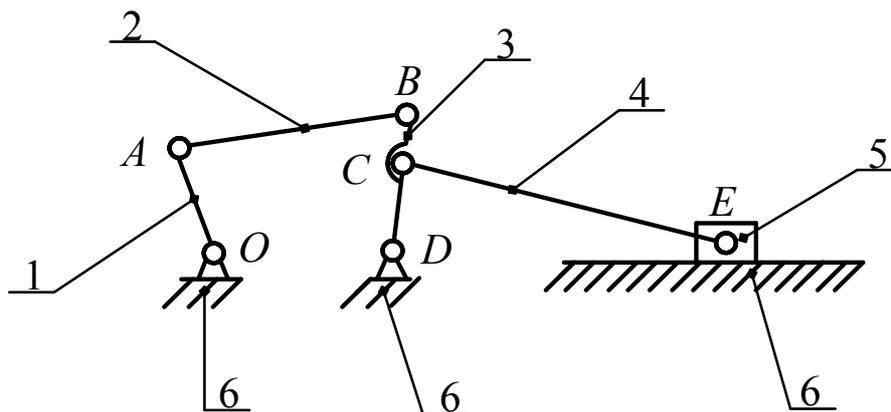


Рисунок 4.2 – План механизма

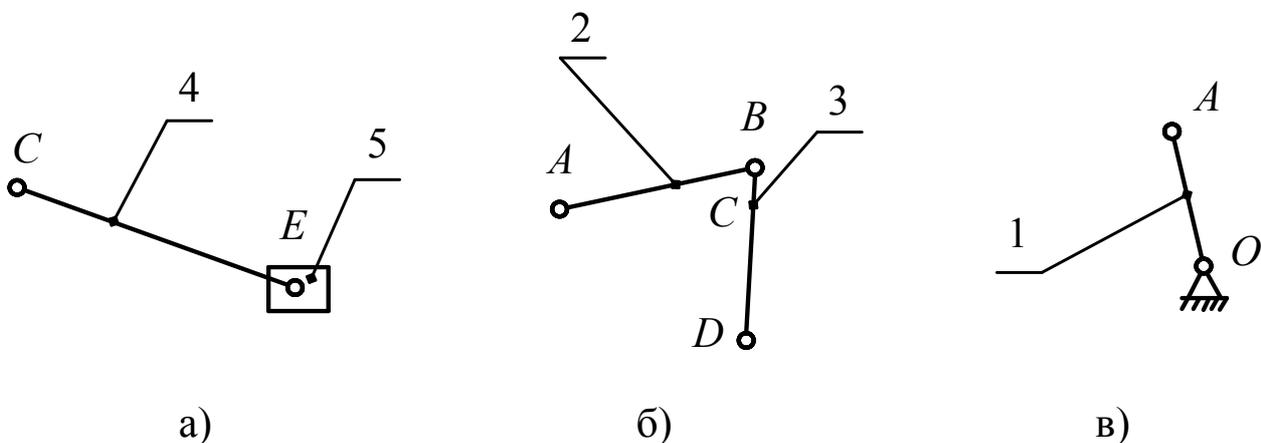


Рисунок 4.3 – Группы Ассра

ются. Так как задача решается графоаналитическим методом, необходимо изображать звенья с соблюдением масштабного коэффициента и в заданных положениях, сохраняя известное расположение линий действия и точек приложения сил.

Каждая из двухповодковых групп рассматривается отдельно. Именно она является статически определимой группой звеньев. Обычно при кинестатическом расчете механизма принимают порядок рассмотрения групп Ассур, обратный к порядку их присоединения к основному механизму при образовании исследуемого механизма. То есть в приведенном

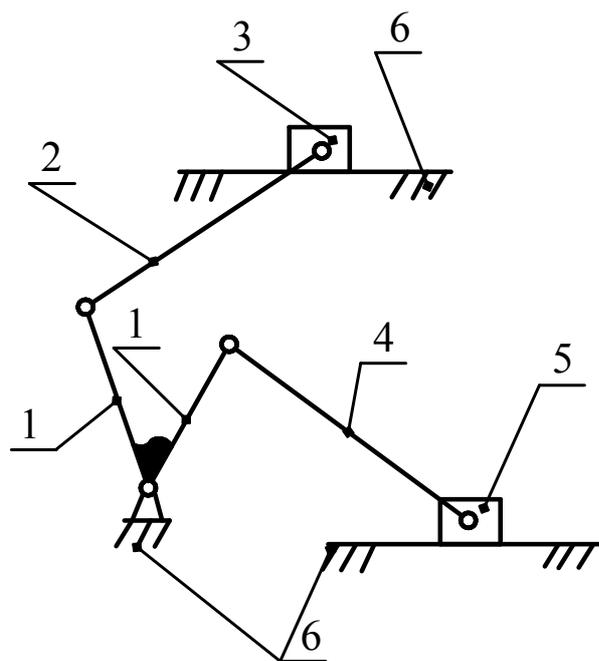


Рисунок 4.4 – План механизма

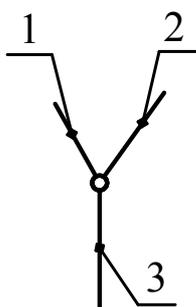


Рисунок 4.5 – Три вращательные пары

примере (рис. 4.2) первой рассматривается последняя присоединенная группа (рис.4.3.а), если заданная сила полезного сопротивления приложена к ползуну 5. Далее рассматривается равновесие предпоследней присоединенной группы Ассур (рис. 4.3.б), если она есть (на рис. 4.3 такой нет), и т.д.

После этого рассматривают основной механизм (рис. 4.3.в) и определяют реакцию в опоре ведущего звена и уравнивающую силу или ее момент.

В некоторых механизмах присутствуют не одна, а несколько последних присоединенных групп. Например, в механизме на рис. 4.4 последними присоединенными есть группы 2-3 и 4-5.

В таком случае в первую очередь рассматривают все последние присоединенные группы в произвольной последовательности. Во вторую очередь рассматривают предпоследние присоединенные группы и т.д.

Последним исследуют основной механизм.

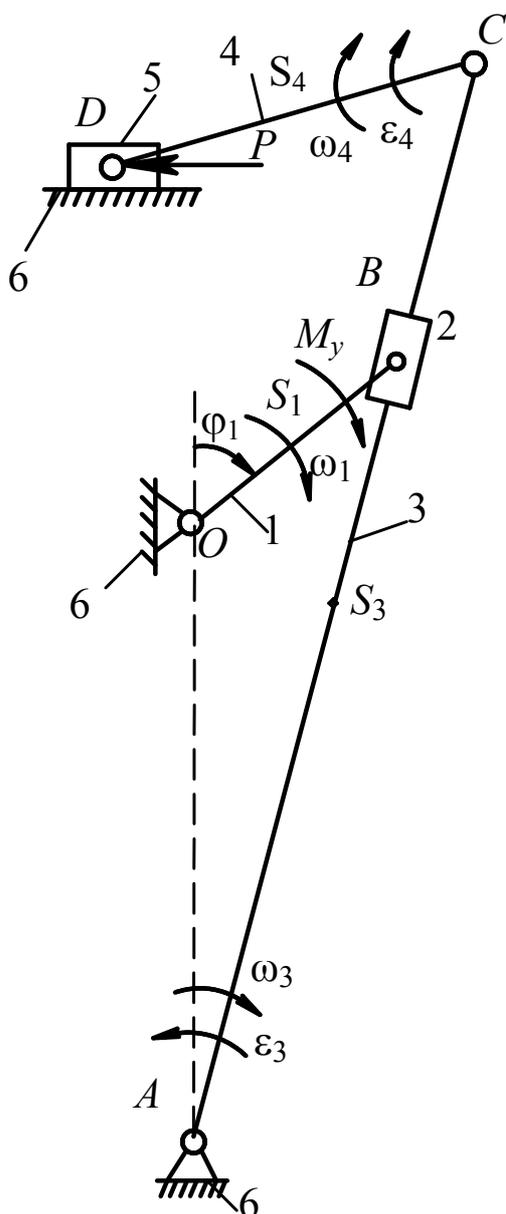
В случае, когда три вращательных пары имеют общую ось цилиндрических элементов (см. рис. 4.5), одну из этих пар при кинестатическом исследовании механизма нужно считать отсутствующей.

### 4.3 ПРИМЕР

В механизме, изображенном на рис.4.6, определить уравновешивающий момент  $M_y$  и реакции во всех кинематических парах.

#### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

$$\mu_l = 0,002 \frac{м}{мм}$$



Размеры звеньев:  $l_{OB} = 0,14 м$ ,  
 $l_{AC} = 0,7 м$ ,  $l_{CD} = 0,25 м$ ,  $l_{OA} = 0,45 м$ ,  
 $h = 0,15 м$ .

Положение центров масс звеньев:  
 $l_{OS_1} = 0,07 м$ ,  $l_{AS_3} = 0,35 м$ ,  
 $l_{DS_4} = 0,125 м$ ;

Массы звеньев:  $m_1 = 5 кг$ ;  $m_3 = 20 кг$ ;  
 $m_4 = 8 кг$ ;  $m_5 = 60 кг$ .

Моменты инерции звеньев:

$$J_{S_3} = 2 кг \cdot м^2, \quad J_{S_4} = 0,15 кг \cdot м^2.$$

Массой и моментом инерции звена 2 пренебрегаем из-за их малости.

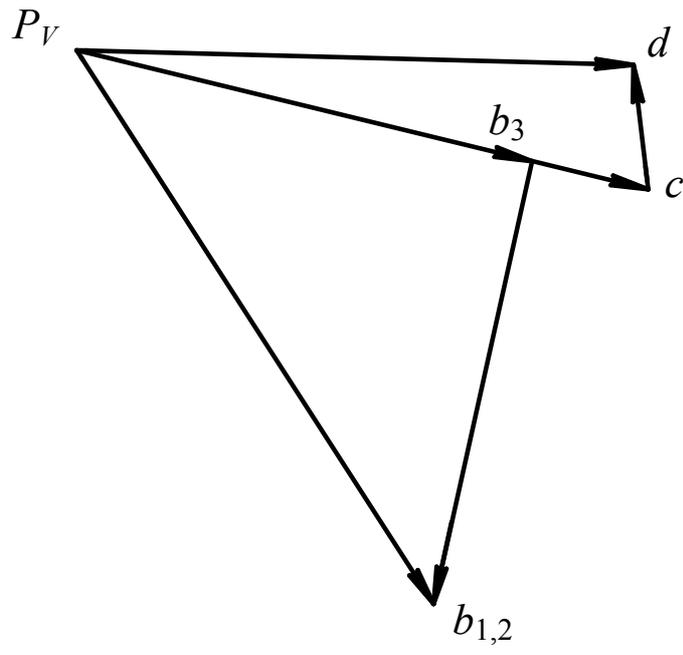
Угловая скорость кривошипа ОВ:  
 $\omega_1 = 10 рад/с$ .

Угловая координата кривошипа, которая определяет исследуемое положение механизма  $\phi_1 = 55^\circ$ .

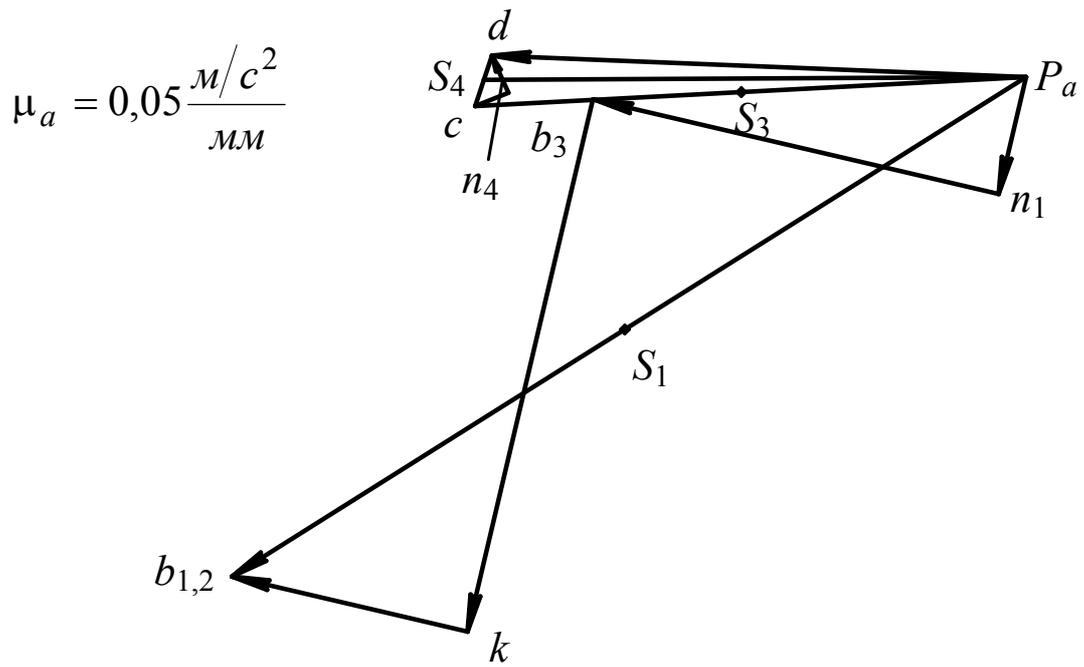
Сила полезного сопротивления  $P = 1000 Н$ .

Выбрав удобные значения масштабных коэффициентов,  $\mu_l, \mu_v, \mu_a$ , изображаем план механизма в заданном положении (рис.4.6) и соответствующие этому положению планы скоростей (рис.4.7.а) и ускорений (рис.4.7.б). Полученные результаты сводим в таблицы 4.1 и 4.2.

Рисунок 4.6 – План механизма



a)



б)

Рисунок 4.7 – План скоростей (а) и план ускорений (б)

Таблица 4.1 - Скорости точек

Обозначения	$v_{B_1} = v_{B_2}$	$v_{B_3}$	$v_{B_2-B_3}$	$v_C$	$v_{D-C}$	$v_D$
Изображения, мм	175	127	121	160	35	150
Модуль, $\frac{м}{с}$	1,4	1,02	0,97	1,28	0,28	1,2

Таблица 4.2 - Ускорения точек

Обозначения	$a_{B_1} = a_{B_2}$	$a_{B_3}^n$	$a_{B_3}^t$	$a_{B_2-B_3}$	$a_{B_2-B_3}^{kop}$	$a_C$
Изображения, мм	280	37,2	126	163	70,8	166
Модуль, $\frac{м}{с^2}$	14	1,86	6,3	8,15	3,54	8,3
Обозначения	$a_{D-C}^n$	$a_{D-C}^t$	$a_D$	$a_{S_1}$	$a_{S_3}$	$a_{S_4}$
Изображения, мм	6,2	12	162	140	83	164
Модуль, $\frac{м}{с^2}$	0,31	0,6	8,1	7	4,15	8,2

Таблица 4.3 - Угловые скорости и ускорения звеньев

Номер звена	1	3	4
Угловая скорость $\omega$ , рад/с	10	1,83	1,12
Угловое ускорение $\varepsilon$ , рад/с <sup>2</sup>	0	11,3	2,4

### СИЛЫ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ

По формулам (4.1) определяем главные векторы и главные моменты сил инерции звеньев. Результаты вычислений заносим в таблицу 4.4.

Таблица 4.4 – Силы и моменты сил инерции звеньев

Номер звена	1	3	4	5
Сила тяжести $G$ , Н	49	196	78,4	588
Главный вектор сил инерции $F_i$ , Н	35	3	65	486
Главный момент сил инерции $M_i$ , Н·м	0	22,6	0,36	0

## ГРУППА 5-4

Выбрав масштабный коэффициент  $\mu_{l_2}$ , изображаем двухповодковую группу 5-4 и указываем на чертеже все силы, которые действуют на звенья 4 и 5 (рис.4.8.а).

Здесь момент  $\bar{M}_{u_4}$  и сила  $\bar{F}_{u_4}$  сведены к одной силе  $\bar{F}_4$ , равной по модулю  $F_{u_4}$ , которая имеет то же направление. Плечо  $H_1$  вычисляется по формуле

$$H_1 = \frac{M_{u_4}}{F_{u_4}}$$

и откладывается (используя тот же масштабный коэффициент  $\mu_l$ ) от точки  $S_4$  перпендикулярно к линии действия силы  $\bar{F}_{u_4}$ . При этом направление момента силы  $\bar{F}_4$  относительно точки  $S_4$  должно совпадать с направлением момента сил инерции звена 4.

$$\text{В нашем случае } H_1 = \frac{M_{u_4}}{F_{u_4}} = \frac{0,36}{65} = 0,0055 \text{ м.}$$

Реакцию в шарнире  $C$  разложим на две составляющие:  $\bar{R}_{4,3}^t$  и  $\bar{R}_{4,3}^n$ ; реакция  $\bar{R}_{5,6}$  направлена вдоль нормали к направляющей  $LN$  и проходит через точку  $D$ .

Сумма моментов всех сил, которые действуют на звено 4, относительно точки  $D$

$$\sum M_D(F_{i_4}) = 0.$$

Из этого условия получаем

$$R_{4,3}^t = \frac{G_4 h_3 + F_4 h_2}{DC}, \quad R_{4,3}^t = \frac{78,4 \cdot 60 + 65 \cdot 7}{125} = 41,3 \text{ Н.}$$

Выбрав масштабный коэффициент  $\mu_{p_1}$ , строим многоугольник сил, которые действуют на звенья 5 и 4. Согласно уравнениям статики, векторная сумма сил, которые действуют на эти звенья, равняется нулю.

$$\bar{R}_{5,6} + \bar{P} + \bar{G}_5 + \bar{F}_5 + \bar{G}_4 + \bar{F}'_4 + \bar{R}_{4,3}^t + \bar{R}_{4,3}^n = 0.$$

Из этого условия находим силы  $\bar{R}_{4,3}^n$  и  $\bar{R}_{5,6}$ . Построение многоугольника сил (рис.4.9.а) целесообразно выполнять в таком порядке: откладываем все известные силы, которые действуют на звено 5, в

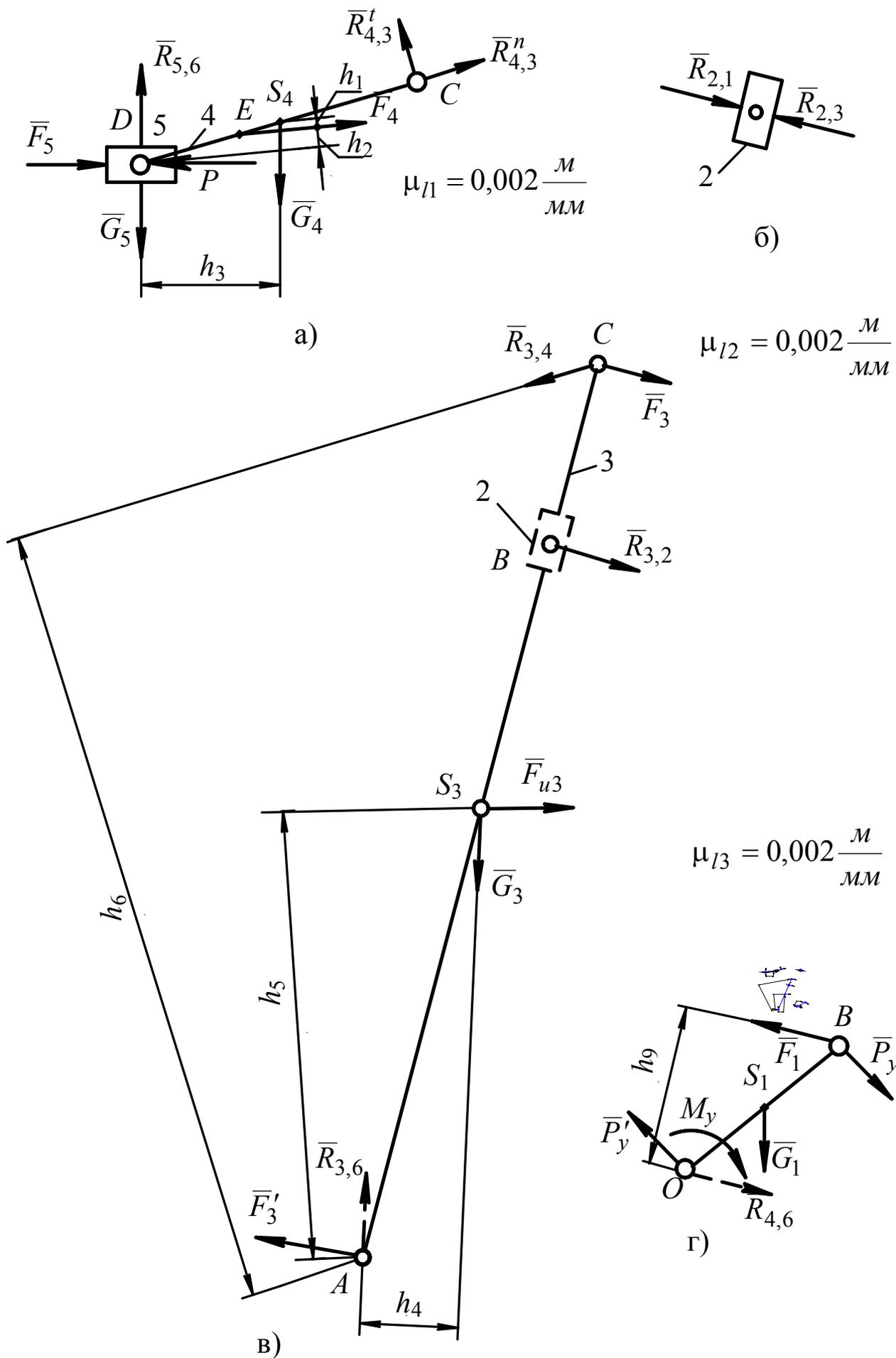


Рисунок 4.8 – Планы групп Ассур с действующими на них силами

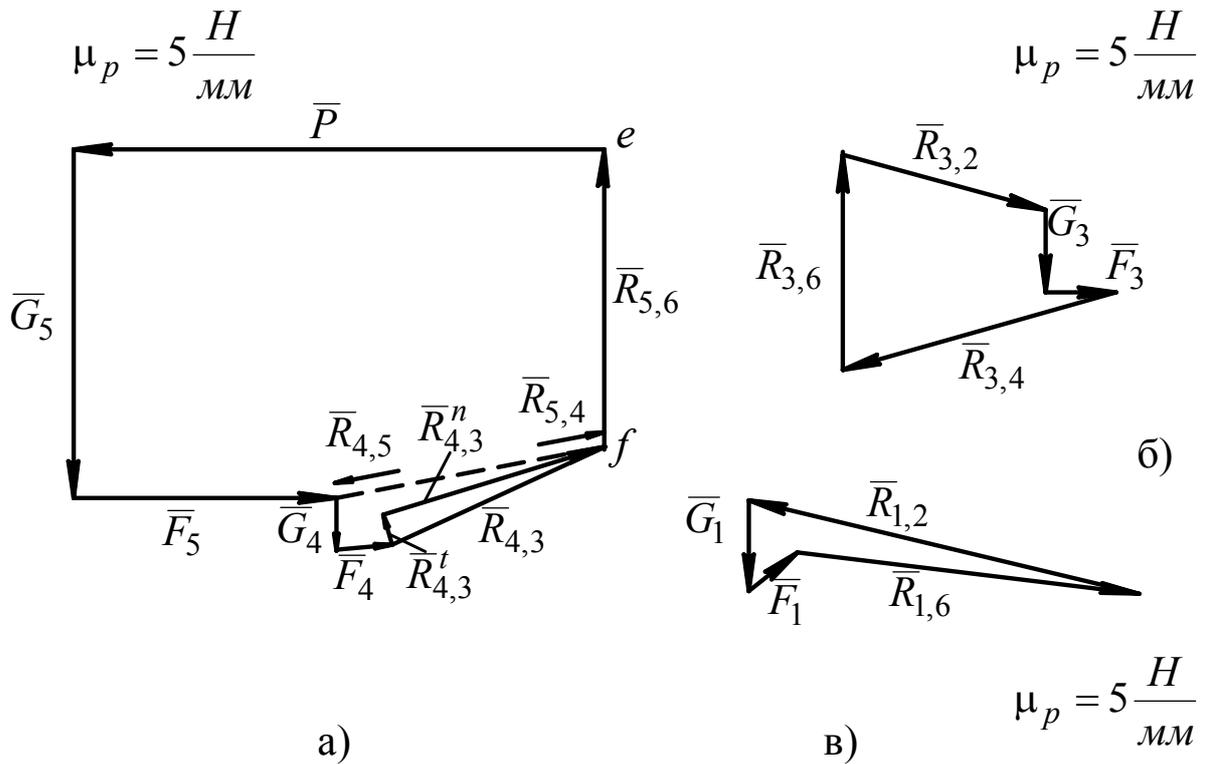


Рисунок 4.9 – Многоугольники сил

любой последовательности, например,  $\bar{P}, \bar{G}_5, \bar{F}_5$ ; потом откладываем все известные силы, которые действуют на звено 4, причем последней целесообразно откладывать силу  $\bar{R}_{4,3}^t$ . Из конца вектора  $\bar{R}_{4,3}^t$  проводим прямую, параллельную к  $\bar{R}_{4,3}^n$ , а с начала вектора  $\bar{P}$  - прямую, параллельную к  $\bar{R}_{5,6}$ . Точка сечения этих прямых  $f$  является концом вектора  $\bar{R}_{4,3}^n$  и началом вектора  $\bar{R}_{5,6}$ . При таком построении многоугольнике сил есть возможность, проведя только одну линию на этом же многоугольнике сил, построить реакцию в шарнире  $C$  ( $\bar{R}_{4,3} = \bar{R}_{4,3}^t + \bar{R}_{4,3}^n$ ) и реакцию  $\bar{R}_{4,5}$  в шарнире  $D$ , исходя из условия  $\bar{G}_4 + \bar{F}_4 + \bar{R}_{4,3} + \bar{R}_{4,5} = 0$ . Понятно, что  $\bar{R}_{5,4} = -\bar{R}_{4,5}$  и  $\bar{R}_{3,4} = -\bar{R}_{4,3}$ .

Умножив на масштабный коэффициент  $\mu_{p1}$  измеренные на многоугольнике сил соответствующие отрезки, получаем

$$R_{4,3} = 470 \text{ H}, \quad R_{4,5} = R_{5,4} = 510 \text{ H}, \quad R_{5,6} = 505 \text{ H}.$$

ГРУППА 3-2

Выбрав масштабный коэффициент  $\mu_{l_2}$ , изображаем двухповодковую группу 3-2 с известными действующими на нее силами:  $\bar{G}_3, \bar{F}_3, \bar{R}_{3,4} = -\bar{R}_{4,3}$ .

Момент сил инерции  $M_{u_3}$  удобно изобразить парой сил  $\bar{F}'_3 = -\bar{F}_3$ , приложенных в шарнирах  $C$  и  $A$ . При этом

$$F'_3 = \frac{M_{u_3}}{l_{AC}} = \frac{22,3}{0,7} = 32,3 \text{ Н.}$$

Особенности группы 3-2 такие: так как массой звена 2 пренебрегаем, то на него действуют две силы – со стороны кулисы  $\bar{R}_{2,3}$  и кривошипа  $\bar{R}_{2,1}$ , причем  $\bar{R}_{2,3} = -\bar{R}_{2,1}$ . Линия действия этих сил перпендикулярна к  $AC$ , так как силами трения пренебрегаем (рис.4.8.б). Таким образом, на кулису со стороны камня действует сила  $\bar{R}_{3,2} = -\bar{R}_{2,3}$ , приложенная в точке  $B$  перпендикулярно к  $AC$ .

Сумма моментов всех сил, которые действуют на звено 3, относительно точки  $A$

$$\sum M_A(F_{i_3}) = 0.$$

Из этого условия получаем

$$R_{3,2} = \frac{R_{34}h_6 - G_3h_4 - F_3^1 CA - F_3h_5}{BA}$$

$$R_{3,2} = \frac{470 \cdot 300 - 196 \cdot 36 - 32,3 \cdot 350 - 83 \cdot 167}{278} = 393 \text{ Н.}$$

Векторная сумма сил, которые действуют на звено 3, равняется нулю.

$$\bar{R}_{3,2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_3 + \bar{R}_{3,4} + \bar{R}_{3,6} = 0.$$

Решив графически это векторное уравнение (рис.4.9.б), находим  $\bar{R}_{3,6}$ :  $\bar{R}_{3,6} = 400 \text{ Н.}$

Выбрав масштабный коэффициент  $\mu_{l_3}$ , изображаем ведущее звено I (кривошип) с известными действующими на него силами (рис.4.8.г), причем  $\bar{R}_{1,2} = -\bar{R}_{2,1} = \bar{R}_{2,3}$ ;  $R_{1,2} = 393 \text{ Н.}$

Условия равновесия кривошипа

$$\bar{R}_{1,2} + \bar{G}_1 + \bar{F}_1 + \bar{R}_{1,6} = 0$$

$$R_{1,2} h_9 \mu_{l_3} - G_1 h_8 \mu_{l_3} - M_y = 0;$$

Из первого условия находим реакцию в шарнире  $O$  (рис.4.8.в)  $R_{1,6} = 357 \text{ Н.}$

Из второго условия находим уравновешивающий момент  $M_y = 36,5 \text{ Н}\cdot\text{м.}$

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНОВЕШИВАЮЩЕЙ СИЛЫ СПОСОБОМ Н.Е. ЖУКОВСКОГО

Данный способ основан на принципе возможных перемещений: для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех действующих на нее активных сил на любом возможном перемещении системы была равна нулю

$$\sum_{i=1}^n F_i \cdot dS_i \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (5.1)$$

где  $F_i$  силы, приложенные к системе;

$dS_i$  - возможные перемещения точек приложения сил;

$\alpha_i$  - угол между вектором силы  $\vec{F}_i$  и вектором возможного перемещения  $d\vec{S}_i$ .

Если система тел под действием заданных активных сил не находится в равновесии, то, согласно принципу Даламбера, к ней необходимо приложить силы и моменты сил инерции. Тогда получим систему сил, отвечающую условиям равновесия.

Возможные перемещения точек приложения сил удовлетворяют следующим условиям:

- они бесконечно малы;
- допускаются в данный момент всеми наложенными на систему связями.

Из уравнения работ (5.1) можно получить уравнение мощностей

$$\sum_{i=1}^n F_i \frac{dS_i}{dt} \cos \alpha_i = 0;$$

так как  $\frac{dS_i}{dt} = V_i$ , то

$$\sum_{i=1}^n F_i \cdot V_i \cdot \cos \alpha_i = 0, \quad (5.2)$$

где  $V_i$  - возможная скорость точки приложения силы,

$\alpha_i$  - угол между векторами  $\vec{F}_i$  и  $\vec{V}_i$ .

Величину скорости любой точки механизма удобно определять методом построения плана скоростей.

Пусть в некоторой произвольной точке механизма "i" приложена заданная сила  $\vec{F}_i$  (рис.5.1а). Если изобразить план скоростей, повернутый на  $90^\circ$  (рис.5.1 б), то изображение скорости ( $P_{Vi}$ ) будет перпендикулярно  $\vec{V}_i$ ; при этом

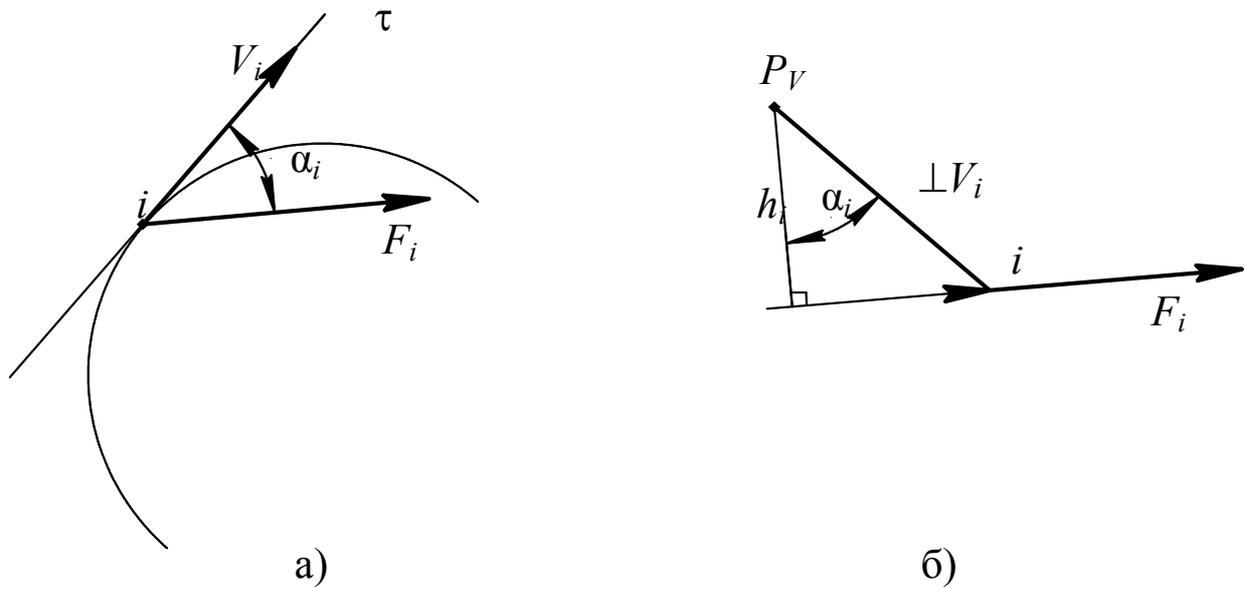


Рисунок 5.1- Схема к способу Н.Е. Жуковского

$$V_i = (P_V i) \mu_V \quad (5.3)$$

Перенесем заданную силу  $\vec{F}_i$  в точку “i” повернутого плана скоростей, а затем из полюса  $P_V$  опустим на линию действия силы перпендикуляр. Тогда

$$h_i = (P_V i) \cdot \cos \alpha_i. \quad (5.4)$$

Подставляя выражение (5.3) в уравнение (5.2), получим

$$\sum_{i=1}^n F_i (P_V i) \cdot \mu_V \cdot \cos \alpha_i = 0;$$

Так как  $\mu_V \neq 0$ , то

$$\sum_{i=1}^n F_i (P_V i) \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (5.5)$$

Тогда с учетом уравнения (5.4) уравнение (5.5) будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^n F_i h_i = 0,$$

т.е. сумма моментов сил относительно полюса плана скоростей равна нулю

$$\sum_{i=1}^n M_{P_V} (F_i) = 0 \quad (5.6)$$

Это условие равновесия плана скоростей, названного Н.Е. Жуковским “рычагом“, к которому приложены активные силы, действующие на звенья механизма, а также даламберовы силы и пары сил инерции.

Итак, способ Н.Е. Жуковского состоит в следующем:

1) Строится повернутый на  $90^\circ$  план возможных (или действительных) скоростей.

2) В соответствующие точки этого плана переносятся все активные силы и силы инерции (если они не равны нулю).

3) Составляется уравнение равновесия полученного “рычага”: сумма моментов сил относительно полюса повернутого плана скоростей равна нулю уравнение (5.6).

Способ Н.Е. Жуковского применяется для определения одной неизвестной силы, например, уравновешивающей силы или уравновешивающего момента.

ЗАМЕЧАНИЯ. Если, кроме сил, на звенья механизма действуют моменты сил, то, решая задачу методом Н.Е. Жуковского, их необходимо представить парами сил, приложенных в некоторых точках звена, т.е. плечом принимается некоторый удобный отрезок  $l$ , тогда  $M_i = F_i' l$ .

ПРИМЕР: Определить в общем, виде способом Н.Е. Жуковского уравновешивающий момент  $M_y$ , который необходимо приложить к звену 1, чтобы механизм находился в равновесии (рис 5.2а).

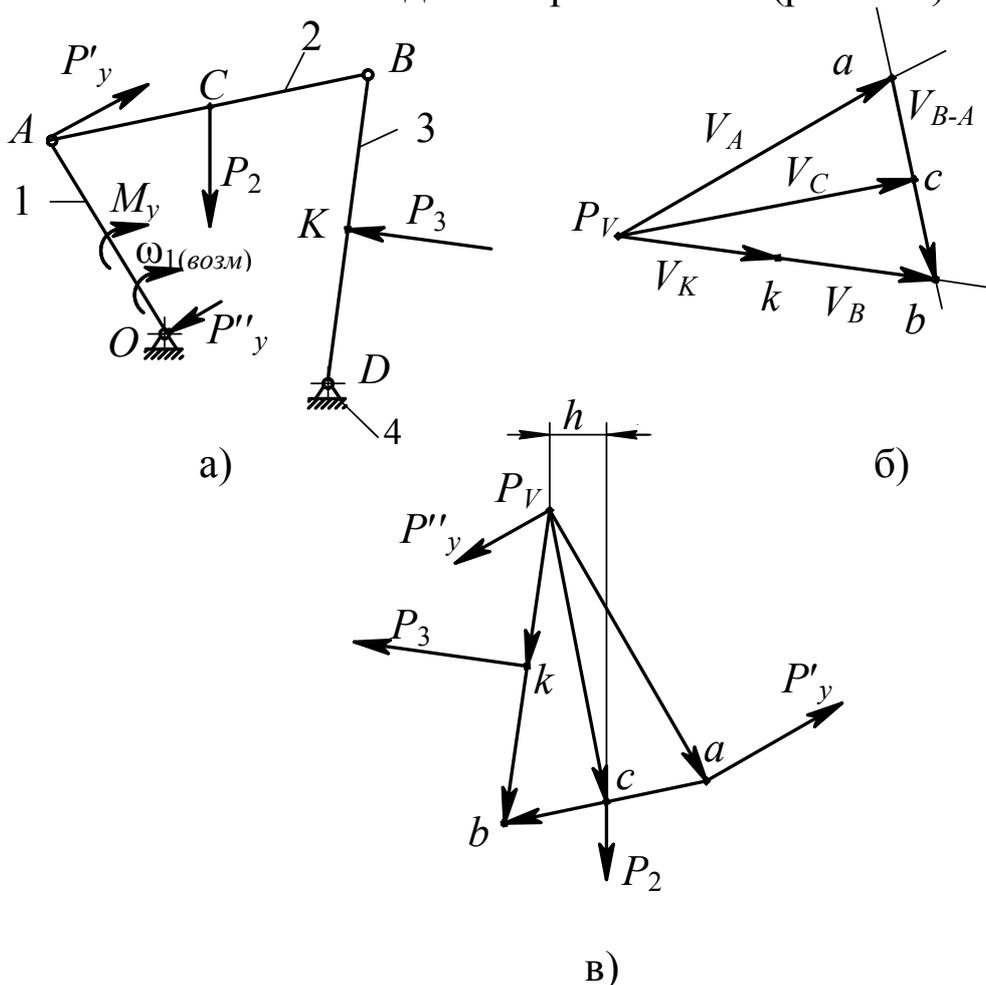


Рисунок 5.2 – Схема к определению уравновешивающего момента способом проф. Н.Е. Жуковского

## РЕШЕНИЕ

Задаём механизму возможное перемещение: вращаем звено 1 с некоторой угловой скоростью  $\omega_{1(\text{возм})}$  (см. рис 5.2а). Строим план возможных скоростей в следующей последовательности. Определяем скорость точки  $A$

$$V_A = \omega_{1(\text{возм})} \cdot l_{OA}, \text{ м/с.}$$

Направлен вектор  $\vec{V}_A$  перпендикулярно  $OA$ .

Скорость точки  $B$  определим, решив векторное уравнение

$$\begin{array}{ccc} \underline{\vec{V}}_B & = & \underline{\vec{V}}_A + \underline{\vec{V}}_{B-A} \\ \perp DB & & \perp AB \end{array}$$

(рис.5.2б).

Скорости точек  $C$  и  $K$  определяем по теореме подобия.

Из подобия фигур:  $ACB \sim acb$  и  $DKB \sim P_V kb$

следует  $\frac{AC}{AB} = \frac{ac}{ab}$ , тогда  $ac = \frac{AC}{AB} ab$  и скорость т.С:  $V_c = P_V c \cdot \mu_V$ ;

$$\frac{DK}{DB} = \frac{P_V k}{P_V b}; P_V k = \frac{DK}{DB} \cdot P_V b; \text{ скорость точки К: } V_K = P_V k \cdot \mu_V.$$

Поворачиваем план скоростей на  $90^\circ$  (в любом направлении) и переносим в соответствующие точки «с» и «к» силы  $P_2$  и  $P_3$ . Уравновешивающий момент заменяем парой сил  $P'_y$  и  $P''_y$ , приложенных в точках  $O$  и  $A$  перпендикулярно  $OA$

$$P'_y = P''_y = \frac{M_y}{l_{OA}}.$$

Эти силы тоже переносим на повернутый план скоростей в точке «а» и « $P_V$ » (рис.5.2.в).

Записываем уравнение равновесия «рычага» Н.Е. Жуковского

$$\sum M_{P_V}(F_i) = 0.$$

$$P'_y(P_V \alpha) - P_2 h - P_3(P_V k) = 0;$$

$$P'_y = \frac{P_2 h + P_3(P_V k)}{(P_V \alpha)}.$$

Определяем уравновешивающий момент

$$M_y = P'_y l_{OA}.$$

Величину  $M_y$ , полученную с помощью рычага Жуковского, целесообразно сравнить с величиной  $M_y$ , полученной при кинетостатическом расчете механизма.

Примечание: при решении задачи можно не поворачивать план скоростей, а повернуть на  $90^\circ$  в одном направлении все переносимые на него силы и пары сил.

## 6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сколько звеньев в рассматриваемом механизме и сколько кинематических пар?
2. Какое движение совершает каждое из звеньев механизма и как звенья называются?
3. Сколько степеней свободы в рассматриваемом механизме и как это можно показать? Написать и объяснить формулу для определения числа степеней свободы и воспользоваться ею для подсчета.
4. Зачем построен план скоростей? Зачем построен план ускорений?
5. В каком порядке построены план скоростей и план ускорений? На основании каких уравнений? Какие рассуждения использованы при составлении этих уравнений?
6. Какова цель кинетостатического расчета?
7. Как могут быть направлены реакции в плоских вращательных парах? В плоских поступательных парах?
8. Какие допущения сделаны при определении реакций в кинематических парах?
9. На какие группы звеньев разбит механизм при кинетостатическом исследовании? С какой группы начинали исследование и почему?
10. К какой системе сил приводятся силы инерции каждого из звеньев? Как определялись величины и направления сил инерции и моментов сил инерции?
11. Как заменялись сила и пара более простой системой?
12. Почему Вами использован принцип Даламбера при решении задачи и в чем этот принцип заключается?
13. Из каких соображений выбирались точки, относительно которых составлялась сумма моментов сил?
14. Как определялись усилия в шарнирах?
15. Напишите векторные уравнения, соответствующие построенным силовым многоугольникам.
16. Что Вы определяли из многоугольника сил?

17. Как определялся уравнивающий момент, действующий на кривошип?
18. На каком положении механики основан способ проф. Жуковского?
19. Что Вы определяли способом проф. Н.Е. Жуковского?
20. Что называется коэффициентом неравномерности хода машины?
21. Зачем нужен маховик в машине?
22. Что такое приведенный момент инерции? Из какого условия выводится формула  $I_{np}$  ?
23. Что называется приведенной силой или приведенным моментом сил? Какое равенство используется для определения  $M_{np}$  ?
24. Что произойдет, если принять момент инерции маховика больше расчетного?

## Рекомендуемая литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: - М.: «Наука», 1988 – 640с.
2. Теория механизмов и машин: Учебник для вузов/К.В. Фролов, С.А. Попов и др.: - М.: Высшая школа., 1987-490с.
3. Я.Т. Кіницький. Теорія механізмів і машин. Підручник – Київ: “Наукова думка”, 2002. – 600с.
4. Конспект лекций по курсу «Теория механизмов и машин»/Сост.: В.В. Мазуренко, В.С. Кучер, Э.Л. Гордиенко, В.А. Мешков.//[orm.donntu.edu.ua](http://orm.donntu.edu.ua)
5. Очков В.Ф. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – СПб.: БХВ – Петербург, 2007.-368с.
6. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений/[М.З. Коловский, А.Н. Евграфов, Ю.А. Семенов, А.В. Слоущ] – М.: Издательский центр «Академия», 2008.-560с.
7. Методические указания к самостоятельной работе студентов по курсу «Теория механизмов и машин» (для студентов направления «Инженерная механика»)/ Э.Л. Гордиенко. – Донецк: ДонНТУ, 2007-41с.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению курсового проекта по теории механизмов и машин

## Раздел 1

«Синтез и анализ стержневых механизмов»

(для студентов направлений «Инженерная механика» и «Машиностроение» всех форм обучения)

Авторы:

Эмилия Леонидовна Гордиенко, доц.  
Виталий Акимович Мешков, доц.  
Алексей Леонидович Сотников, к.т.н., доц.  
Валентина Георгиевна Пархоменко, ст. преп.  
Дмитрий Юрьевич Семенюк, ассист.

Формат 60x84 1/16, усл.печ.л. 59, тираж – 150 экз.,  
ДонНТУ, ул. Артема 58, Донецк, 83001, Украина