МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
КРАСНОАРМІЙСЬКИЙ ІНДУСТРІАЛЬНИЙ ІНСТИТУТ
ДЕРЖАВНОГО ВИЩОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ
«ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
З ДИСЦИПЛІНИ
«ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ ТА МАШИН»

(для студентів усіх форм навчання напрямку підготовки 6.050502 «Інженерна механіка»)

Розглянуто на засіданні кафедри
інженерної механіки
Протокол № 8 від 16.03.2011 р.

Затверджено навчально – видавничою радою Дон НТУ
Протокол № 2 від 21.03.2011 р.

КРАСНОАРМІЙСЬК – 2011

УДК 621.01

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Теорія механізмів та машин» (для студентів напрямку підготовки 6.050502 «Інженерна механіка»). / Укладачі: Вірич С.О., Бабенко М.О. – Красноармійськ, Видавництво Красноармійського індустріального інституту, 2011. – 60 с.

Надані методичні вказівки складені відповідно до діючої програми курсу з даної дисципліни та містять навчально-методичні рекомендації щодо виконання практичних завдань з аналізу та синтезу механізмів. Приведені короткі теоретичні основи до кожної теми практичних занять, наведені приклади виконання та варіанти завдань, які виконуються під час практичних занять, додаються теми до самоконтролю.

Укладачі: С.О.Вірич, доц., к.т.н.
М.О. Бабенко, ас.

Відповідальний за випуск С.О.Вірич, доц., к.т.н.

Рецензент: В.Г.Нечепаєв, д.т.н., проф., зав. каф. «Основи проектування машин»

@ С.О.Вірич, М.О. Бабенко
Красноармійськ, КІІ ДонНТУ, 2011

ЗМІСТ

Методичні вказівки до виконання практичних робіт…… 4
Практична робота №1…….. 5
Практична робота №2…….. 20
Практична робота №3…….. 27
Практична робота №4…….. 34
Практична робота №5…….. 40
Практична робота №6…….. 45
Практична робота №7…….. 51
Практична робота №8…….. 56
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ……. 60

Методичні вказівки до виконання практичних робіт

Надані методичні вказівки призначені для самостійної підготовки студентів, які навчаються за напрямком 6.050502 «Інженерна механіка», та для користування під час проведення практичних робіт з дисципліни «Теорія механізмів і машин».

Послідовність тематики практичних робіт відповідає змісту лекційного курсу з дисципліни, який вивчається на лекційних заняттях та під час самостійної підготовки. Самостійна робота студента є невід'ємною складовою навчального процесу. До самостійної роботи студента входить також підготовка до практичних занять.

У зв'язку з цим пропонується наступна послідовність підготовки до практичних занять з використанням наданого методичного посібника:

1. Самостійно проробити теоретичний матеріал з певної теми практичного заняття.
2. Якість засвоєння теоретичного матеріалу перевірити за питаннями до самоконтролю, які надаються наприкінці кожної практичної роботи.
3. Проаналізувати запропоновані приклади розв'язання задач.
4. Продивитись можливі варіанти задач.
5. Питання, які виникли під час самостійної роботи, підготувати для обговорення на аудиторній практичній роботі.

Практична робота №1

Тема. Структурний аналіз механізмів.

Мета. Засвоїти послідовність та правила проведення структурного аналізу плоских механізмів.

Завдання для виконання роботи

Користуючись знаннями, отриманими під час лекційних занять, та теоретичними основами данної роботи, виконати структурний аналіз для двох типів механізмів. Тип механізму обрати згідно варіанта (див.таб.6, 7).

Теоретичні основи

Кожна рухома деталь або група деталей, які утворюють одну жорстку рухому систему тіл, називається *рухомою ланкою* механізму або машини. *Рухоме з'єднання двох ланок*, *які взаємодіють, називається* ***кінематичною парою:***

Існує наступна **класифікація кінематичних пар:**

а) ***За числом умов зв'язку***, *які накладаються кінематичною парою на відносний рух ланок, кінематичні пари діляться на п'ять класів* (класифікація Артоболевського) : *I, II, III, IV, V* (таб.1).

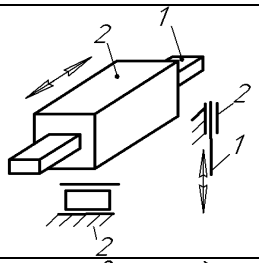
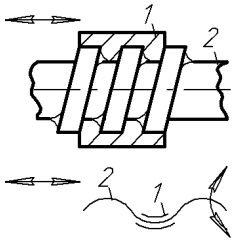
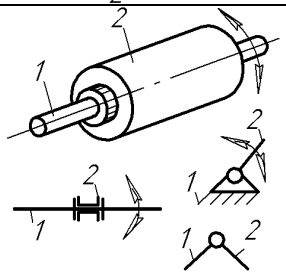
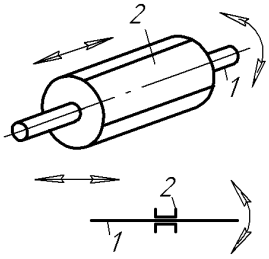
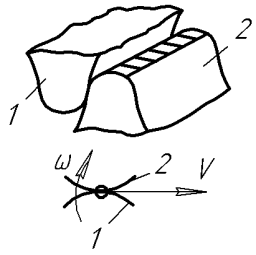
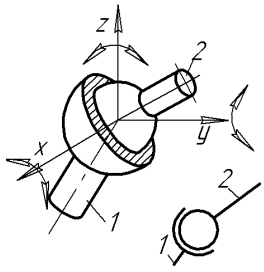
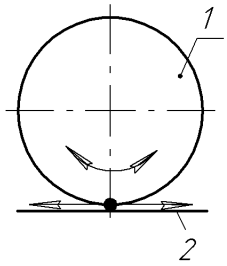
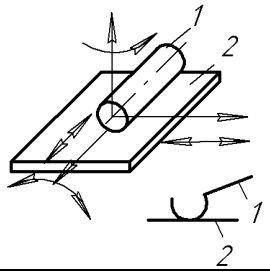
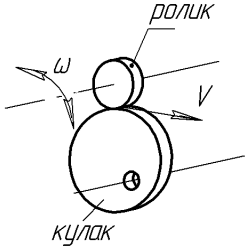
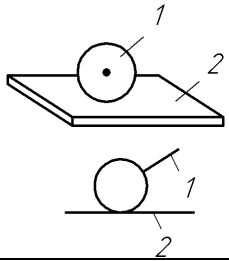
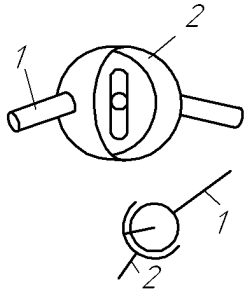
б) ***За формою елементів ланок***, *що утворюють кінематичну пару, пари поділяються на нижчі і вищі. Нижчими кінематичними парами називають такі пари, у яких елементи кінематичних пар стискаються поверхнями.* ***Вищими*** *кінематичними парами називають такі пари, в яких елементи кінематичних пар стискаються по лінії або точці.*

в) ***За способом замикання ланок:*** *кінематичні пари з геометричним або силовим замиканням. Геометричне замикання здійснюється відповідно геометричною формою елементів ланок кінематичної пари або конструкцією кінематичної пари.* ***Силове замикання*** *відбувається при взаємному притисканні ланцюгів.* Силове замикання забезпечується силою ваги, силою пружності пружини тощо.

Кінематичним ланцюгом *називається система ланок, які зв'язані між собою кінематичними парами.* Кінематичні ланцюги поділяються на прості і складні. Простим кінематичним називається такий ланцюг, у якого кожна ланка входить не більше як до двох кінематичних пар. Складним кінематичним називається ланцюг, у якому є хоч одна ланка, що входить більше ніж до двох кінематичних пар. Прості і складні кінематичні ланцюги поділяються на замкнуті й незамкнуті. У незамкнутому кінематичному ланцюгу є ланки, що входять тільки в одну кінематичну пару, у замкнутому кінематичному ланцюгу кожна ланка входить не менше як у дві кінематичні пари. Залежно від форми руху ланок кінематичні ланцюги поділяються на плоскі і просторові. Плоскими називають ланцюг, у якому всі точки ланок описують траєкторії, що лежать в одній або паралельних площинах. Просторовим називають ланцюг, у якого точки ланок рухаються у різних непаралельних площинах.

Таблиця 1 -

Приклади кінематичних пар та їх умовне зображення за ДСТ

Клас пари	Число умов в'язі	Число ступенів свободи	Назва	Рисунок к.п. для плоского руху	Клас пари	Число умов в'язі	Число ступенів свободи	Назва	Рисунок к.п. для просторового руху
5	5	1	Поступальна		5	5	1	Гвинтова	
5	5	1	Обертальна		4	4	2	Циліндрична	
4	4	2	Зубчасте зачеплення		3	3	3	Сферична	
4	4	2	Колесо-рейка		2	2	4	Циліндрична на площині	
4	4	2	Кулак-ролик		1	1	5	Кулька-площина	
					4	4	2	Сферична з пальцем	

Структурний аналіз включає в себе: визначення ступеню рухомості механізму та його класу з зазначенням будови механізму.

Число ступенів вільності просторового механізму визначається за структурною формулою кінематичного ланцюга загального вигляду (формула Сомова-Малишева):

$$W=6n-5p_5-4p_4-3p_3-2p_2-p_1, \quad (1)$$

де n- число рухомих ланок кінематичного ланцюга,

p_1, p_2, p_3, p_4,p_5 – число I, II, III, IV, V класу відповідно (див. таб.1).

Число ступенів вільності плоского механізму визначається за структурною формулою для плоских механізмів загального вигляду (формула Чебишева П.Л.):

$$W=3n-2p_5-p_4. \quad (2)$$

Ступені вільності кінематичного ланцюга відносно стояка визначають кількість початкових ланок механізму.

Кінематичний ланцюг, який після приєднання його вільними елементами пар до інших ланок механізму не змінює його ступінь вільності і який не можна роз'єднати на простіші кінематичні ланцюги нульового ступеня вільності, називається структурною групою, або ***групою Ассура.*** Порядок структурної групи визначається кількістю елементів ланок, якими вони приєднуються до механізму. Клас структурної групи визначається кількістю кінематичних пар, що утворюють замкнений контур групи (таб.2).

Клас механізму визначається найвищим класом структурних груп, які входять до нього, та залежить від вибору початкових механізмів. Початковий механізм (механізм I класу) – це дволанковий механізм, що складається з ведучої (початкової) ланки та стійки.

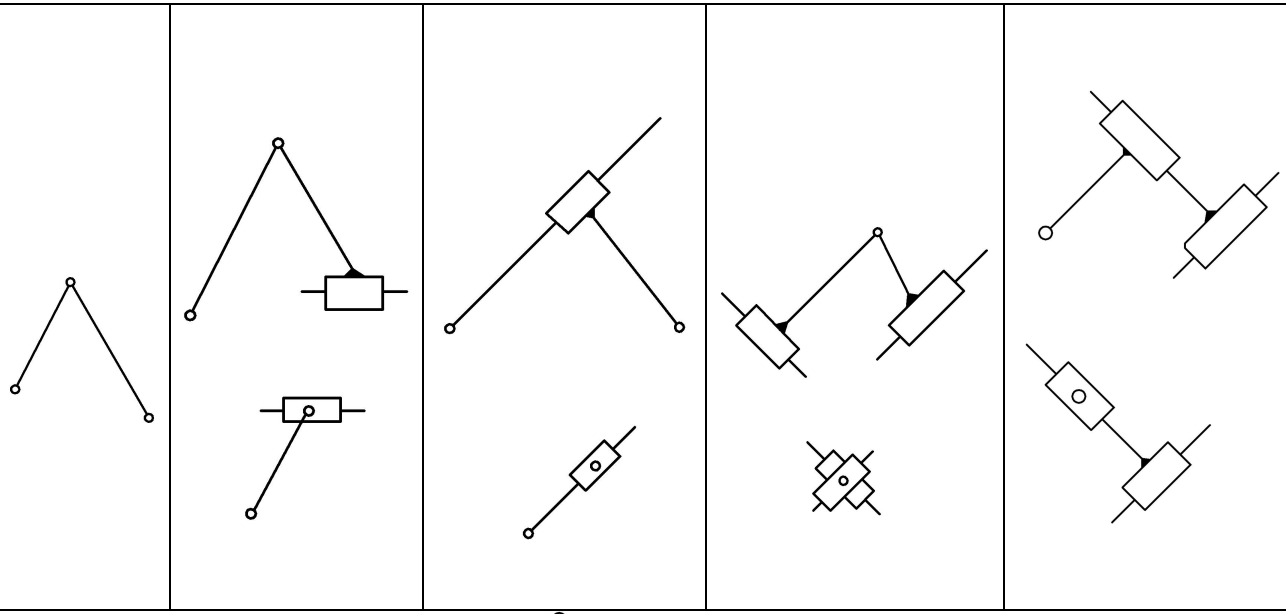
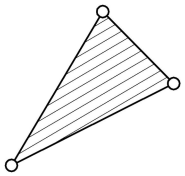
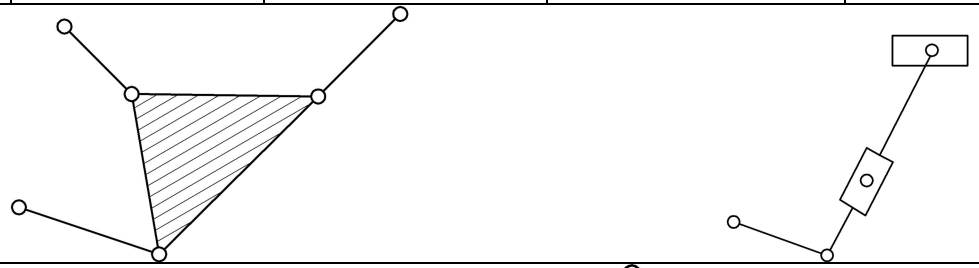
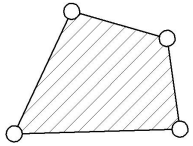
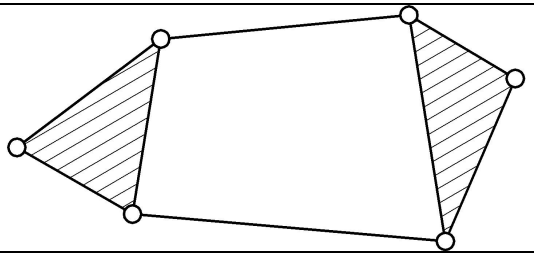
Існує певний порядок проведення структурного аналізу механізмів.

1. Визначають число ступенів вільності механізму (або кінематичного ланцюга).
2. Ланки, які створюють зайві зв'язки і зайві ступені вільності, при структурному аналізі відкидають.

Наприклад, в кулачковому механізмі (рис.1) очевидно, що у кінематичній парі IV класу 1-3 (ролик-штовхач) ролик 3 створює зайвий ступінь вільності, він може перекочуватись і ковзати відносно кулачка, що взагалі не впливає на характер роботи механізму. Ролик є конструктивним елементом, який введено для заміни тертя ковзання тертям кочення, тобто для зменшення сил тертя. Кінематика механізму не зміниться, якщо убрати ролик, а штовхач 2 безпосередньо з'єднати з кулачком 1 у кінематичну пару IV класу. На рис.2 зображено механізм паралельних кривошипів, ланка EF якого накладає на рух механізму зайві (пасивні) зв'язки. Функціональна роль ланки EF – надання жорсткості механізму. Тому при проведенні структурного аналізу її необхідно позбутися.

Таблиця 2 –

Класифікація груп Ассура

Клас	Ознака	Схеми груп Ассура	Порядок
II			2
III			3
IV			2

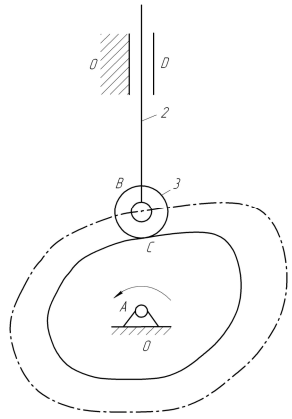


Рисунок 1 – Схема кулачкового механізму

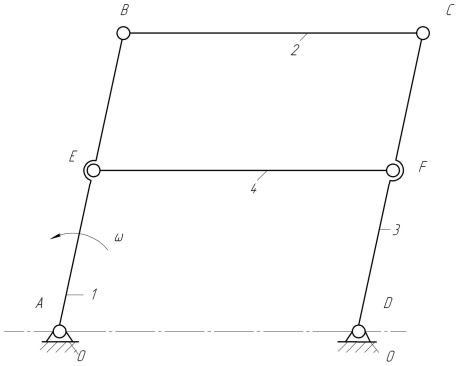


Рисунок 2 – Схема механізму паралельних кривошипів

3. Якщо є кінематичні пари IV класу, то їх треба замінити парами V класу і окремо викреслити структурну схему замінного механізму.

При заміні вищих кінематичних пар нижчими у заданому положенні відносні рухи усіх ланок повинні бути збережені. У залежності від форми взаємодіючих поверхонь ланок, які утворюють вищі кінематичні пари, існують наступні способи заміни вищих кінематичних пар нижчими:

а) Елементи вищої пари уявляють собою вільно задані криві a та b (рис.3):

- провести нормаль *NN* у точці *C* дотику кривих;
- відмітити на ній центри O_2 та O_3 кривини кривих *a* та *b*;
- центри кривини O_1 та O_2 врахувати шарнірами, які утворюють обертальні пари.

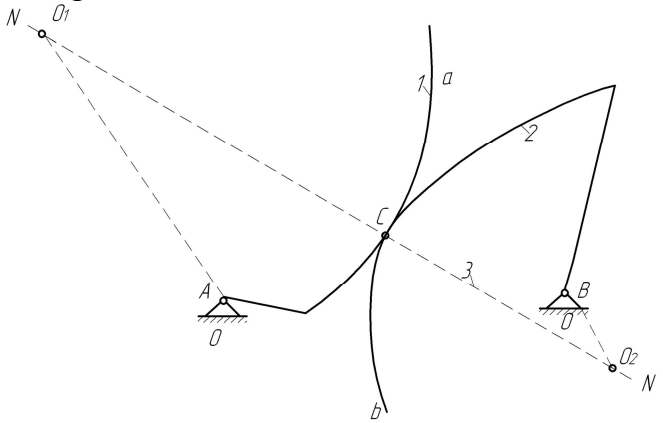


Рисунок 3 – Схема механізму із вищою парою, елементи ланок якого – вільно задані криві, та замінюючого його чотирьох ланкового шарнірного механізму

Таким чином кінематична вища пара IV класу замінюється на дві кінематичні нижчі пари V класу.

б) Якщо один із взаємодіючих елементів уявляє собою яку-небудь криву *a*, а інший пряму *b* (рис.4):

- визначити центр кривизни O_1 елемента 1;
- оскільки умовно центр кривини другого профілю нескінченно віддалений, то умовна ланка 3 буде утворювати в центрі кривини O_1 нижчу обертальну кінематичну пару V класу;
- відносно ланки 2 буде утворюватись поступальна нижча кінематична пара V класу.

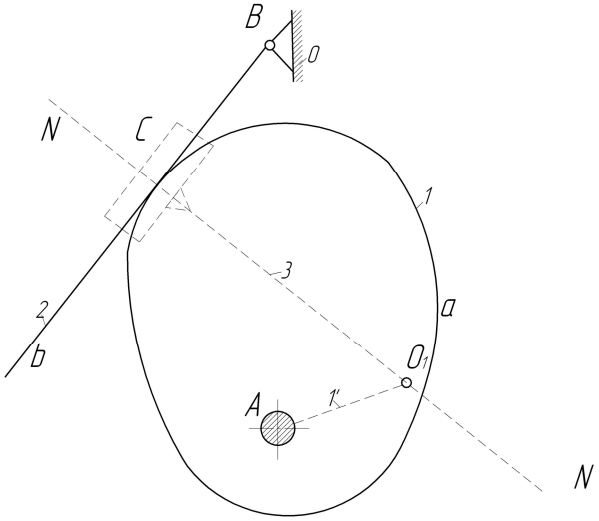


Рисунок 4 – Схема механізму з вищою кінематичною парою, елементи ланок якої – вільно задані крива та пряма, та замінного механізму з трьома обертальними та однією поступальною парою

в) Якщо один із взаємодіючих елементів – крива *a*, інший – точка С (рис.5):

- провести нормаль *NN* у точці *C* дотику;
- визначити центр кривини кривої $a - O_1$;
- утворити дві обертальні нижчі кінематичні пари V класу у точках O_1 та O_2.

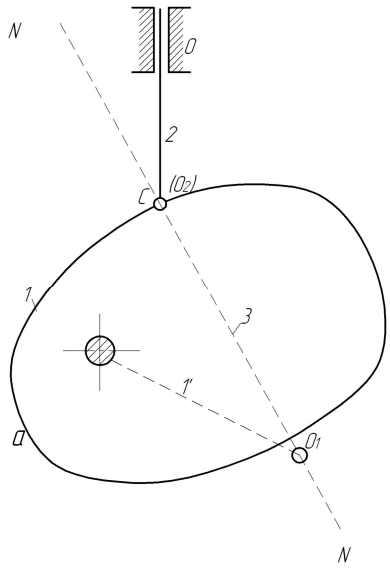
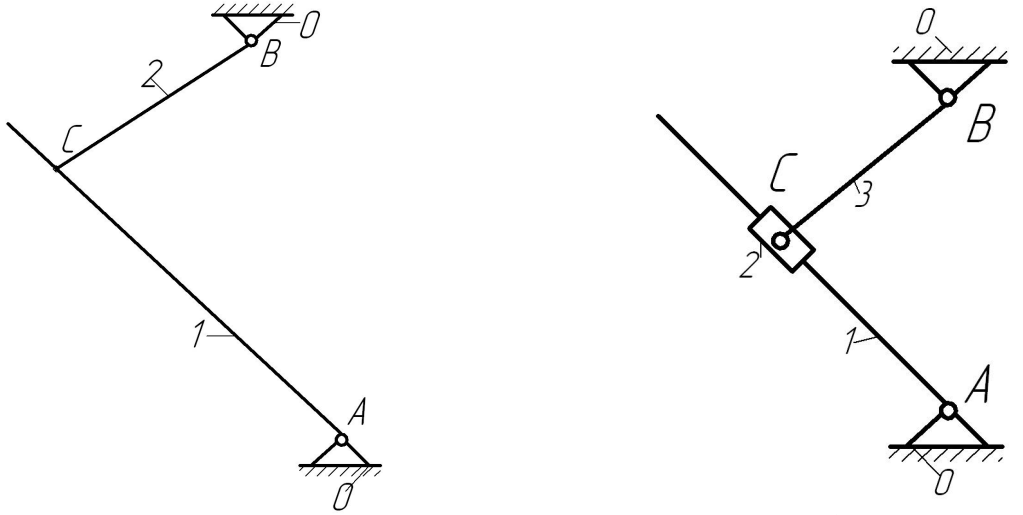


Рисунок 5 – Схема механізму з вищою кінематичною парою

г) Якщо один із елементів – пряма АС, а інший – точка С (рис.6, а), заміна відбувається за рахунок постановки умовної ланки 3, яка входить в одну поступальну та одну обертальну пару. Вісь обертальної пари та вісь руху поступальної пари повинні проходити через точку дотику С. Замінний механізм зображено на рис.6, б.



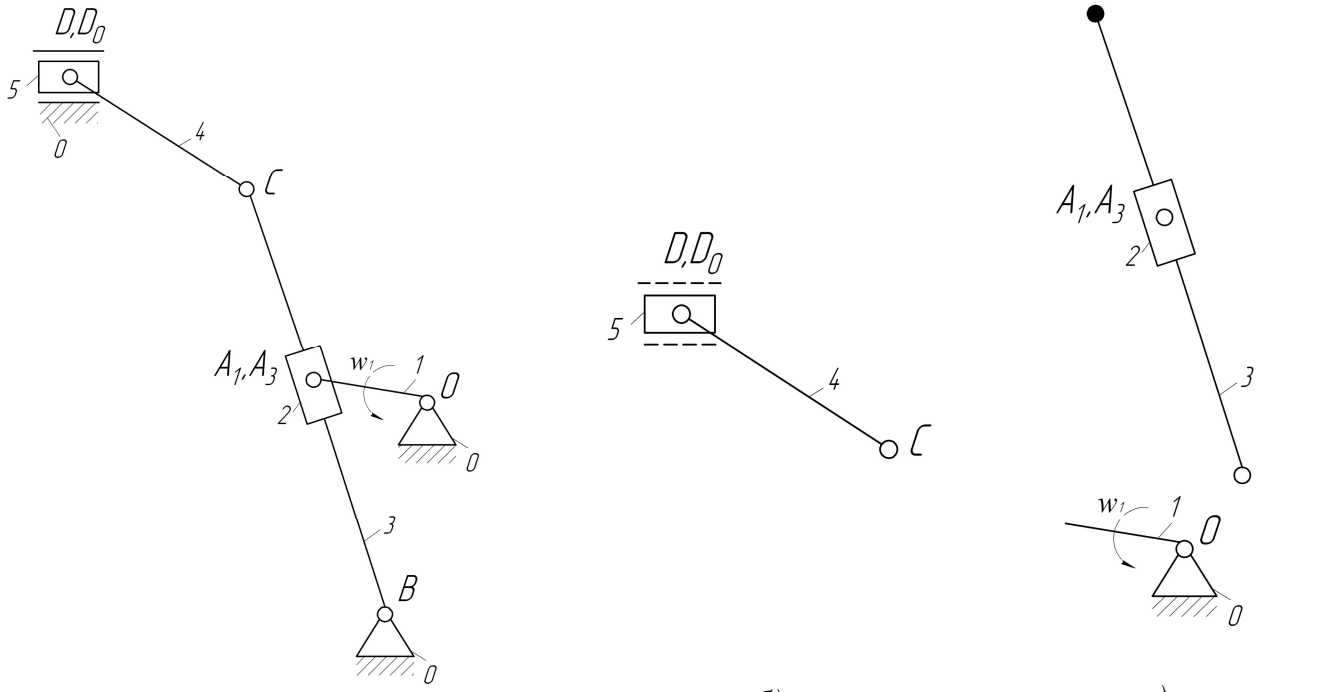
а) б)

Рисунок 6 – Схема заміни механізму з вищою кінематичною парою:
а) схема механізму з вищою кінематичною парою, елементи ланок якої – пряма та точка; б) схема замінного механізму

4. Виділяють початкові ланки, кількість яких визначається числом ступенів вільності механізму (кінематичного ланцюга). Початкова ланка і стояк утворює механізм I класу.
5. Розбивають механізм на структурні групи. Відокремлення структурної групи частіше всього розпочинають з ланок і пар, найвіддаленіших від початкової ланки. Розпочинають зі спроби від'єднати від механізму групи II класу. Від'єднуючи структурні групи, треба перевірити число ступенів вільності W тієї частини механізму, яка залишилась, при цьому W змінюватися не повинно. Групи відокремлюються до того часу, поки не залишаться одна початкова ланка і стояк (механізм I класу), якщо W=1, чи кілька початкових ланок, кількість яких дорівнює одержаному числу ступенів вільності. Якщо спроби відокремлення груп II класу не дадуть такого результату, треба переходити до спроб відокремлення груп III класу, потім IV тощо.
6. Визначають клас і порядок структурних груп і клас механізму.
7. Записують формулу будови механізму.

Порядок приєднання структурних груп (формулу побудови механізму) важливо знати для проведення кінематичного та силового аналізу.

Приклад 1.1. Виконати структурний аналіз механізму поперечно-стругального верстату (рис.7, а), якщо початкова ланка – кривошип ОА.



а) *б)* *в)*

Рисунок 7 – Структурний аналіз механізму поперечно-стругального верстата: а) схема механізму поперечно-стругального верстата; б) відокремлена група Ассура 4-5; в) відокремлена група Ассура 2-3 та вхідна ланка

Розв'язання

1. Наданий механізм складається із пяти рухомих ланок, тобто (n=5).
2. Надамо характеристику кінематичним парам механізму (таб.3)

Таблиця 3 –

№ кінематичної пари	З яких ланок складається	У якій точці утворена	За характером відносного руху	За ступенем вільності
1	0-1	*O*	обертальна	V класу
2	1-2	A_1	обертальна	V класу
3	2-3	A_3	поступальна	V класу
4	0-3	*B*	обертальна	V класу
5	3-4	*C*	обертальна	V класу
6	4-5	*D*	обертальна	V класу
7	0-5	D_0	поступальна	V класу

3. Число ступенів вільності визначаємо за формулою Чебишева:

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot5-2\cdot7=1$$

4. Розкладаємо механізм на групи Ассура, починаючи з останньої ланки
5. Відокремлюємо кінематичний ланцюг 4-5 (рис.7, б). Розрахуємо ступінь вільності для залишкової частини механізму:

$$W=3\cdot3-2\cdot4=1.$$

Враховуючи, що *W* не змінилось, відокремлений кінематичний ланцюг є групою Ассура II класу II порядку.

Далі відокремлюємо кінематичний ланцюг 2-3, після чого залишається початкова ланка, ступінь вільності якої W=1 (рис.7, в). Значить відокремлений кінематичний ланцюг 2-3 є групою Ассура II класу II порядку.

6. Запишемо структурну формулу механізму:

I(1)→II(2,3)→II(4,5).

Досліджений механізм – II класу.

Приклад 1.2. Виконати структурний аналіз кулачково-важільного механізму, схему якого зображено на рис.8, а. Початковою ланкою вибрати кулачок 1.

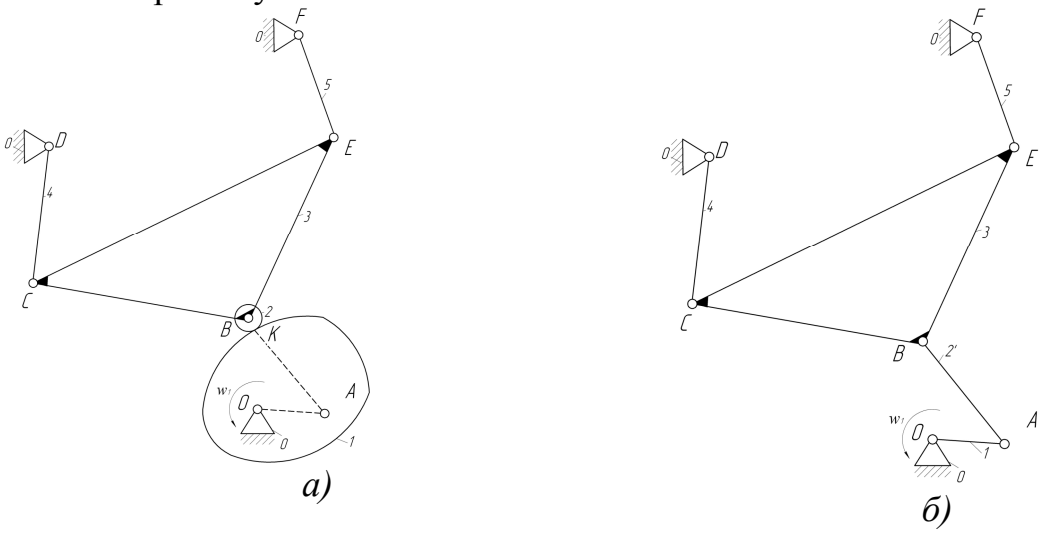


Рисунок 8 – Структурний аналіз кулачково-важільного механізму: а) основний механізм; б) замінний

Розвязання

1. Механізм складається з пяти рухомих ланок (n=5).
2. Надамо характеристику кінематичним парам механізму (таб.4)

Таблиця 4 –

№ кінематичної пари	З яких ланок складається	У якій точці утворена	За характером відносного руху	За ступенем вільності
1	0-1	*O*	обертальна	V класу
2	1-2	*K*	ковзання, перекочування	IV класу
3	2-3	*B*	обертальна	V класу
4	3-4	*C*	обертальна	V класу
5	3-5	*E*	обертальна	V класу
6	0-4	*D*	обертальна	V класу
7	0-5	*F*	обертальна	V класу

7. Число ступенів вільності визначаємо за формулою Чебишева:

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot5-2\cdot6-1=2.$$

У даному механізмі ролік 2 створює зайвий ступінь вільності (ролик може ковзати відносно кулачка і перекочуватися по ньому).

7. Будуємо замінний механізм. Для цього вищу пару *K* (пару IV класу) замінюємо нижчими парами V класу. Центр кривизни ролика 2

знаходиться в точці *B,* центр кривизни профілю кулачка 1 – у точці *A*. Додаткова умовна ланка 2′ (рис.8, б) утворюватиме в точках *A* та *B* обертальні нижчі кінематичні пари. При поєднанні точок *A* та *O* утворюється нова ланка 1 – кривошип (рис.8, б).

8. Надамо характеристику кінематичним парам замінного механізму (таб.5).

Таблиця 5 –

№ кінематичной пари	З яких ланок складається	У якій точці утворена	За характером відносного руху	За ступенем вільності
1	0-1	*O*	обертальна	V класу
2	1-2′	*A*	обертальна	V класу
3	2′-3	*B*	обертальна	V класу
4	3-4	*C*	обертальна	V класу
5	3-5	*E*	обертальна	V класу
6	0-4	*D*	обертальна	V класу
7	0-5	*F*	обертальна	V класу

9. Число ступенів вільності визначаємо за формулою Чебишева:

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot5-2\cdot4=1.$$

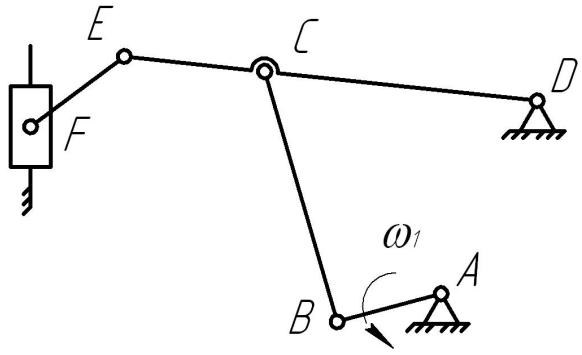
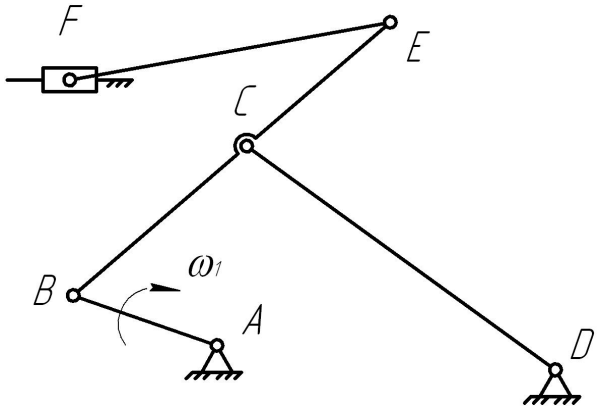
10. Розкладаємо механізм на групи Ассура, починаючи з останньої ланки 5. Ланки 2′, 3, 4, 5 утворюють групу Ассура III класу III порядку (див таб.2), причому ланка 3 є базисною. Після відокремлення залишається початкова ланка, ступінь вільності якої W=1.
11. Запишемо структурну формулу механізму:

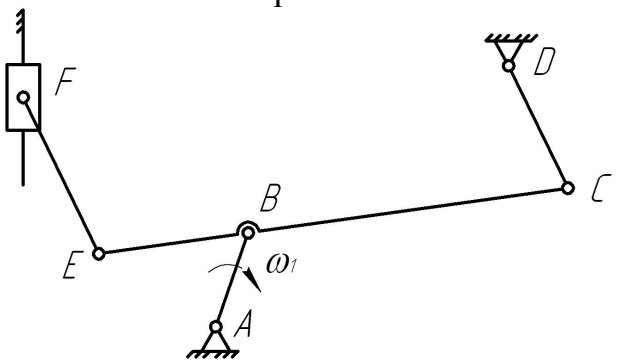
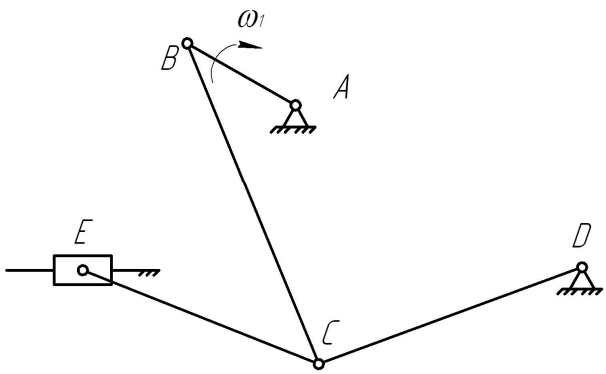
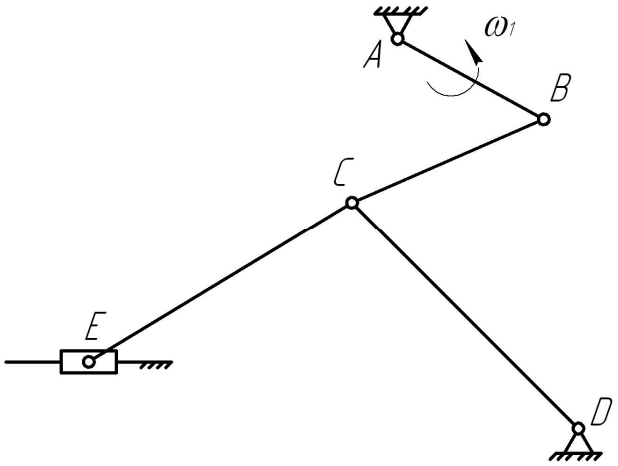
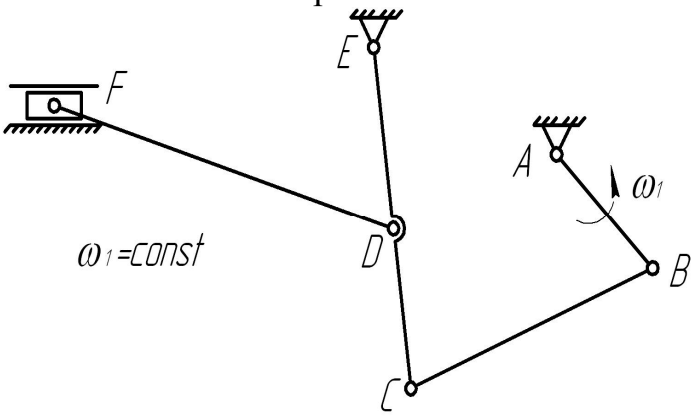
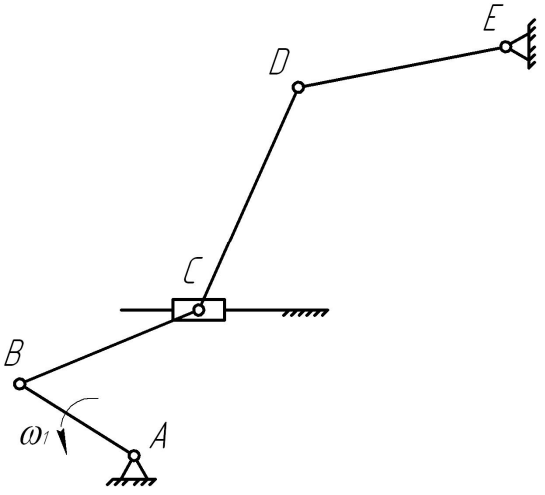
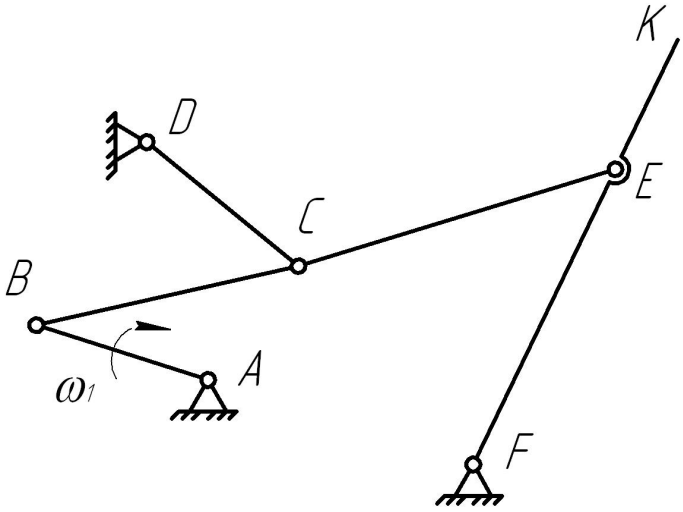
$$I(1)\rightarrow III\left(\frac{3}{2',4,5}\right).$$

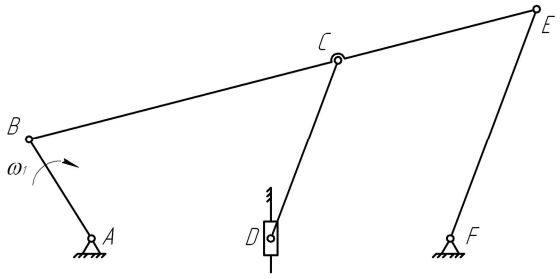
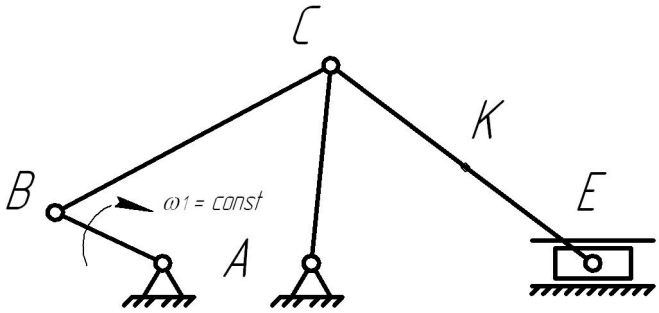
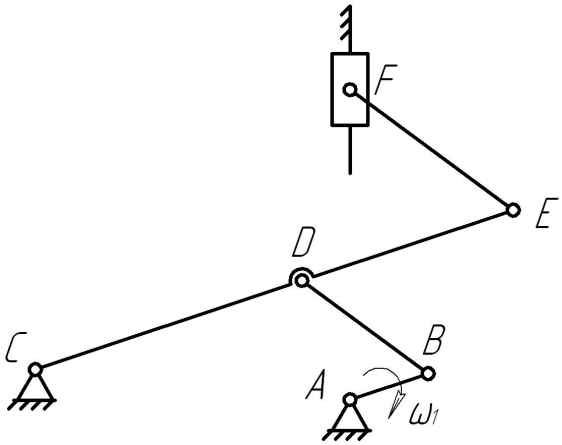
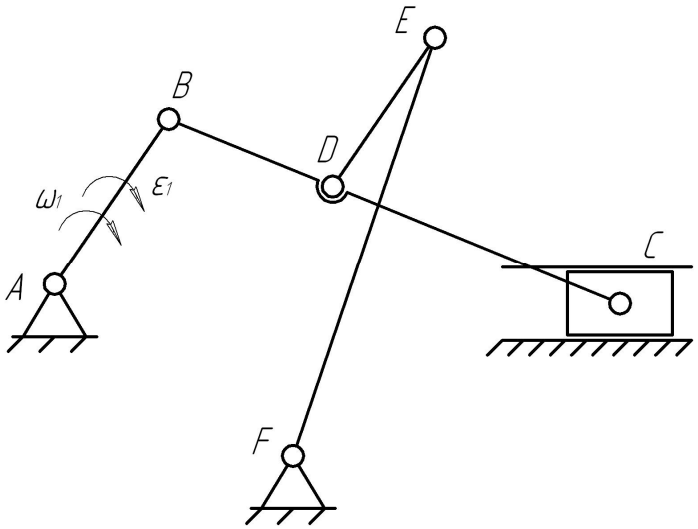
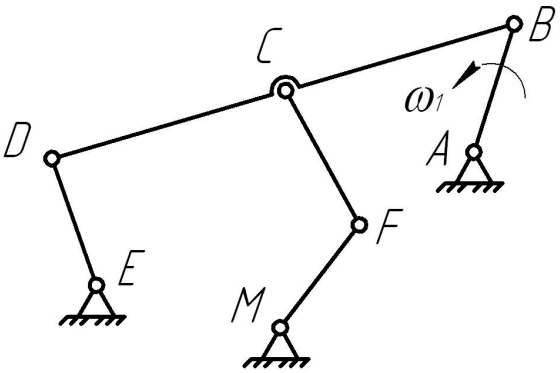
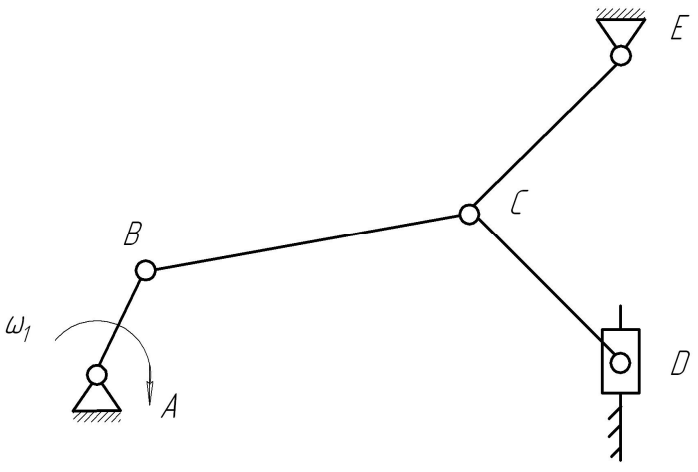
Досліджений механізм – III класу.

Таблиця 6 –

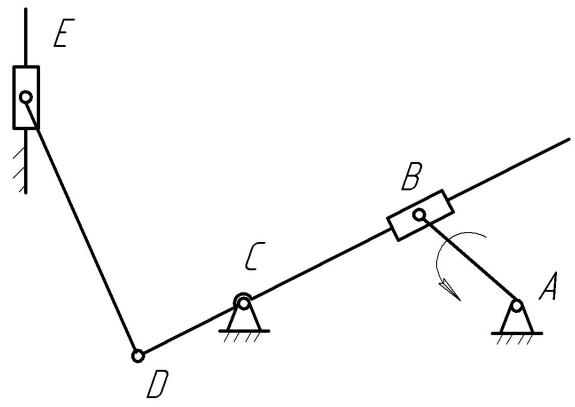
Схеми механізмів, до складу яких входять тільки нижчі кінематичні пари

Варіант 1	Варіант 2
	
Механізм преса	Механізм поперечно-строгального верстата

Варіант 3  Механізм компресора двобічної дії	Варіант 4  Механізм штемпельного преса
Варіант 5  Механізм гойдального конвеєра	Варіант 6  Механізм грохота конвеєра
Варіант 7  Механізм грохота	Ваірант 8  Механізм каменеподрібнювача

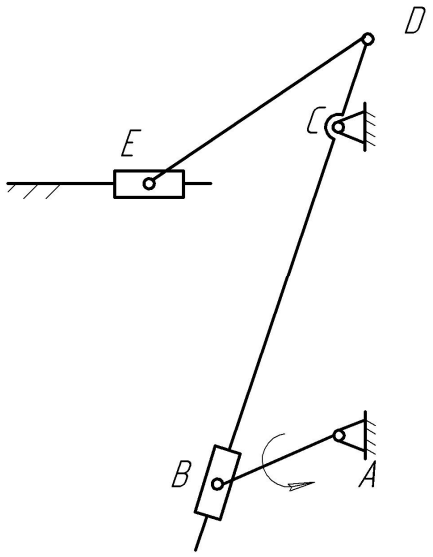
Варіант 9	Варіант 10
	
Механізм дозуючого пристрою	Механізм гойдального конвеєра
Варіант 11	Варіант 12
	
Варіант 13	Варіант 14
	
Механізм штовхача	

Варіант 15



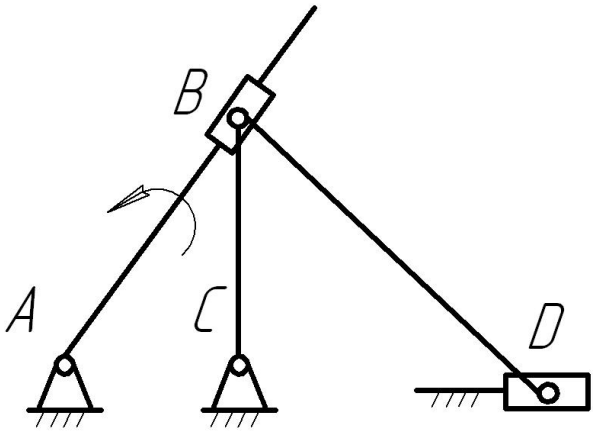
Механізм довбального верстата

Варіант 16



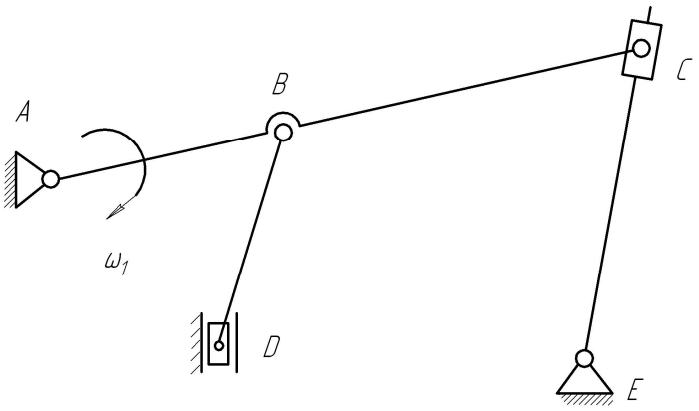
Механізм стругального верстата

Варіант 17

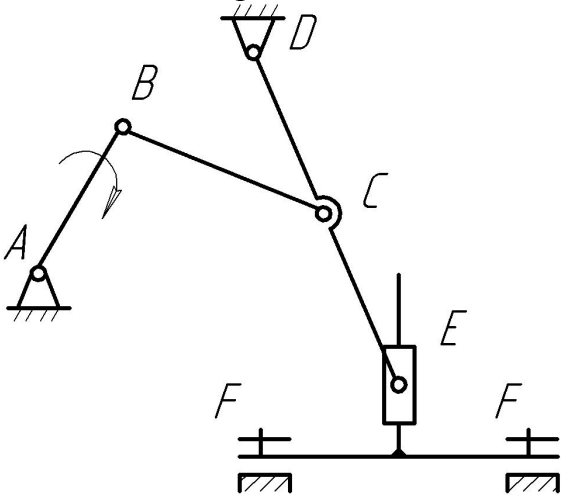


Механізм грохота конвеєра

Варіант 18

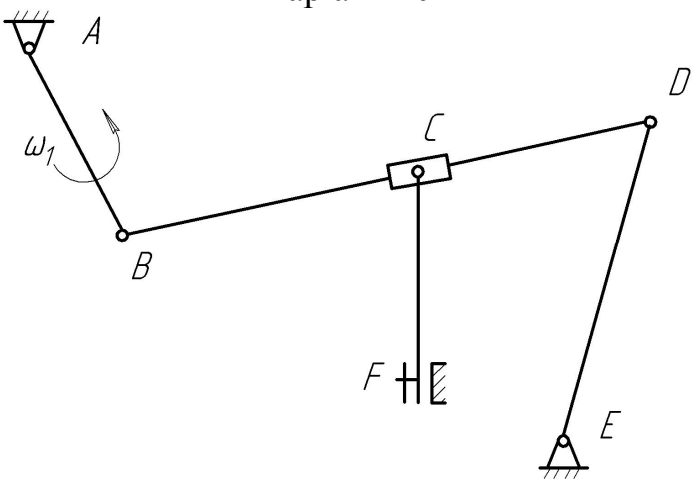


Варіант 19



Механізм гойдального конвеєра

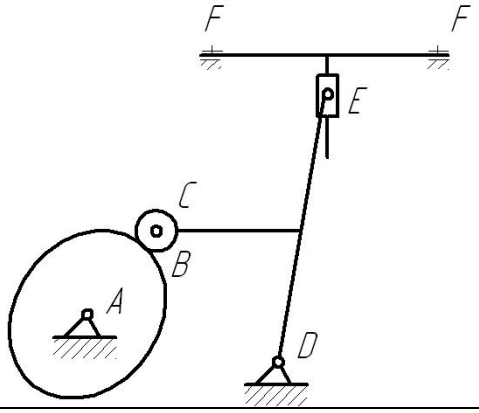
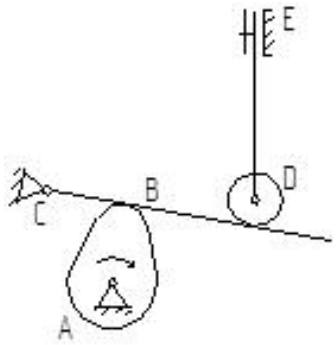
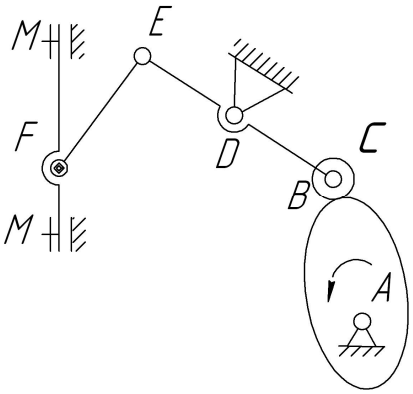
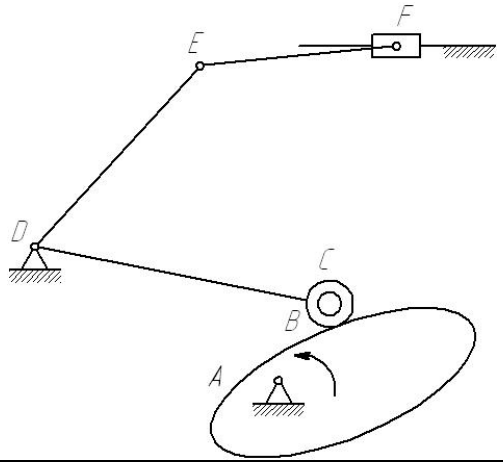
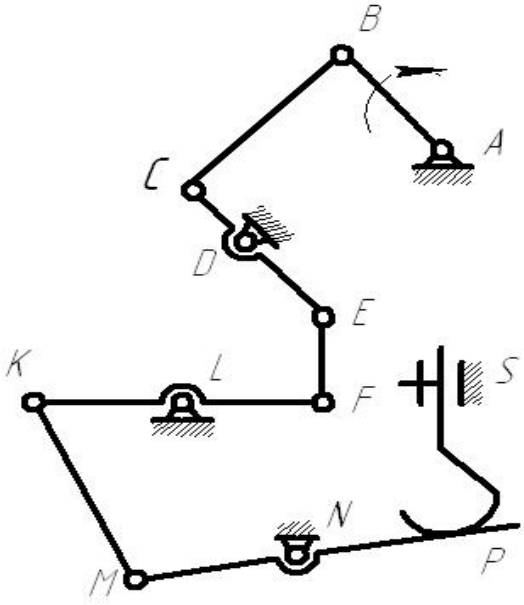
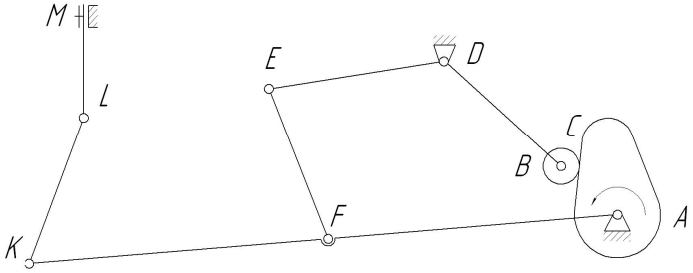
Варіант 20

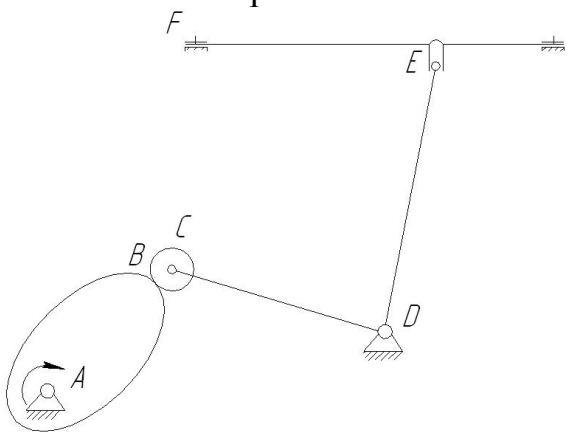
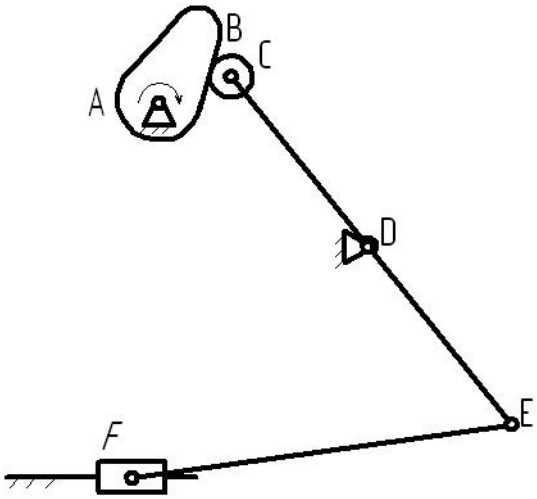
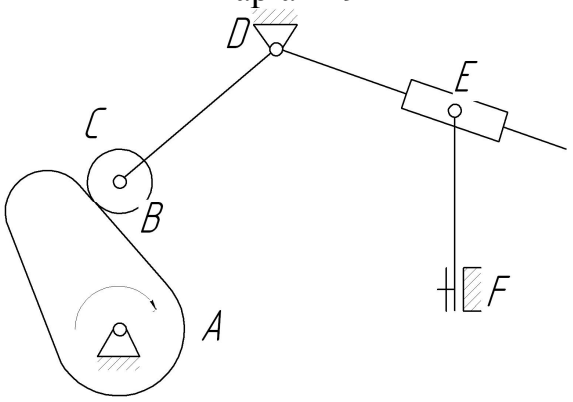
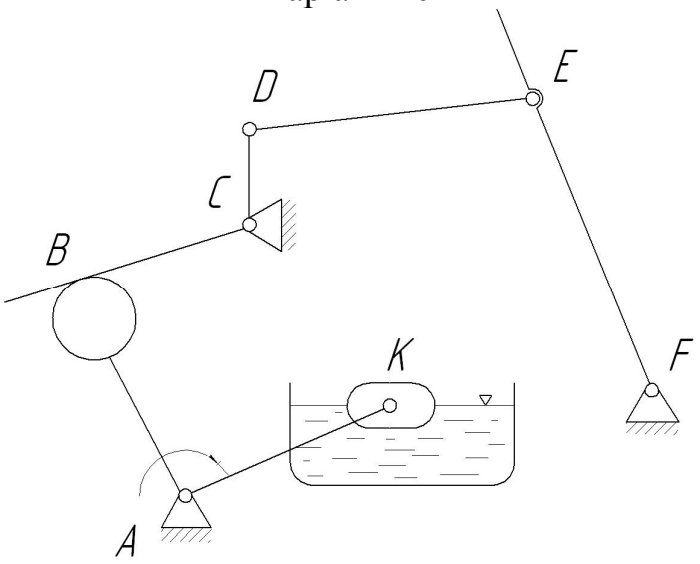


Механізм плунжерного насосу

Таблиця 7 –

Схеми механізмів, до складу яких входять вищі кінематичні пари

Варіант 1 	Варіант 2 
Варіант 3 	Варіант 4 
Варіант 5 	Варіант 6 

Варіант 7 	Варіант 8 
Варіант 9 	Варіант 10 

Питання для самоконтролю

1. Які основні задачі дисципліни «Теорія механізмів і машин»?
2. Що таке ланка, кінематична пара, кінематичний ланцюг, механізм, машина
3. Яка ланка називається вхідною, яка – вихідною?
4. За якими ознаками класифікують кінематичні пари?
5. Як класифікують кінематичні ланцюги?
6. Наведіть формули для визначення ступеня вільності плоских та просторових механізмів.
7. Яке практичне значення має ступінь вільності механізмів.
8. Як визначається клас, порядок структурної групи, клас механізму?
9. Які основні принципи заміни вищих кінематичних пар еквівалентними нижчими?

Практична робота №2

Тема. Кінематичне дослідження важільних механізмів. Визначення швидкостей та прискорень ланок важільних механізмів методом побудови планів швидкостей та прискорень.

Мета. Придбати навички з визначення лінійних та кутових швидкостей, прискорень ланок важільних механізмів методом побудови планів швидкостей.

Завдання для виконання роботи

Користуючись знаннями, отриманими під час лекційних занять, та теоретичними основами даної роботи, визначити лінійні та кутові швидкості точок механізму методом побудови планів швидкостей (задачу розв'язати у загальному вигляді). Тип механізму обрати згідно варіанта (див.табл.6, варіанти 1-13).

Теоретичні основи

Кінематичне дослідження механізму – вивчення руху його ланок без обліку зумовлюючих цей рух сил – складається із наступних задач:

- визначення переміщень ланок і траєкторій їхніх точок;
- визначення лінійних швидкостей і прискорень означених точок ланок;
- визначення кутових швидкостей і прискорень ланок.

Найбільш наочним і досить простим є метод, що заснований на побудові планів швидкостей і прискорень для заданого положення механізму. Його точність, як правило, цілком достатня для технічних розрахунків.

Для механізму, що має один ступінь рухомості, переміщення, швидкості і прискорення ланок й точок механізму – це функції переміщення, швидкості і прискорення початкової ланки. Часто закон руху початкової ланки задається у виді функції швидкості, наприклад, $\omega=\omega(t)$.

При побудові планів швидкостей і прискорень необхідно пам'ятати про їхні властивості:

- точки ланок, швидкості і прискорення яких дорівнюють нулю, зображуються у відповідних полюсах планів;
- вектори абсолютних швидкостей і прискорень точок починаються в полюсах планів;
- вектори відносних швидкостей і прискорень точок з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей і прискорень;
- незмінній фігурі (ланці) на плані механізму будуть відповідати на планах швидкостей і прискорень схоже розташовані подібні фігури (теорема подібності).

Послідовність розв'язання задачі

1. Зробити структурний аналіз механізму, визначити його ступінь рухомості і формулу будування.

3. Записати векторні рівняння для побудови плану швидкостей, розв'язати їх графічно.

4. Визначити величину і напрямок кутових швидкостей ланок механізму.

5. Записати векторні рівняння для побудови плану прискорень, розв'язати їх графічно.

6. Визначити величину і напрямок кутових прискорень ланок механізму.

Приклад 1.

Для заданого положення механізму (рис. 9) за методом планів визначити величини і напрямок лінійних швидкостей зазначених точок, а також кутові швидкості ланок, визначити величини і напрямок лінійних прискорень зазначених точок, а також кутові прискорення ланок. Вважаємо відомими закон зміни кутової швидкості початкової ланки $\omega_1=const$, довжини ланок і відстань між шарнірами O_1 і O_2.

Примітка: задачу розв'язати у загальному виді.

Розв'язання

1. Будуємо план механізму у заданому положенні, для чого обираємо масштабний коефіцієнт $\mu_l=\frac{l_{\hat{I}_1\hat{A}}}{\hat{I}_1\hat{A}}$, м/мм.

2. Визначимо ступінь рухомості механізму за формулою П.Л.Чебишева:

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot5-2\cdot7-0=1,$$

де n=5 – число рухомих ланок,

p_5=7 – кількість кінематичних пар V класу (0-1, 1-2, 2-3, 3-0, 3-4, 4-5, 5-0),

p_4=0 – кількість кінематичних пар IV класу (=0)

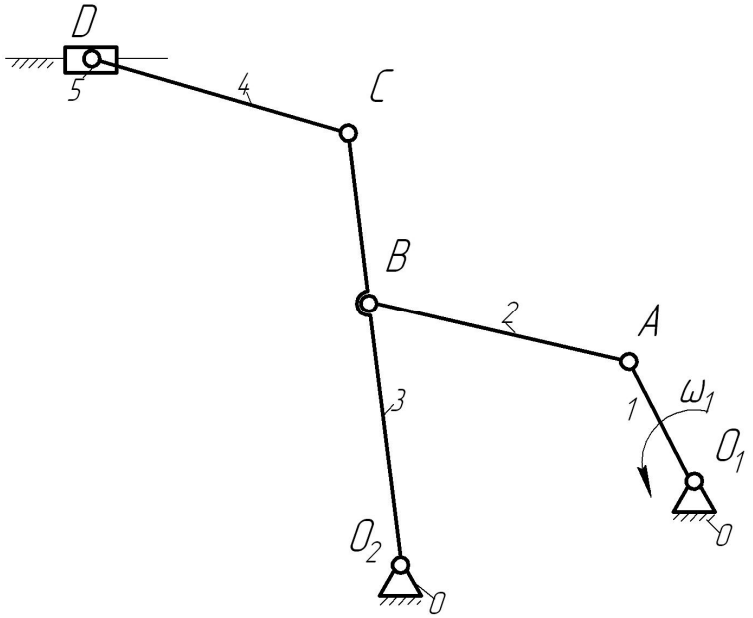


Рисунок 9 – План механізму в заданому положенні

3. Структурна формула механізму стругального верстата з початковим механізмом (0,1) має вигляд :

$$I(0,1)\rightarrow II(2,3)\rightarrow II(4,5).$$

Механізм II класу.

4. Точка A здійснює обертальний рух, тому величина її швидкості розраховується за формулою (3).

$$\left|\overline{V}_{A_1}\right|=\varpi_1\cdot l_{O_1A}, \text{ м/с} \qquad (3)$$

Спрямовано вектор $\vec{v}_{A_1} \perp O_1A$ згідно з напрямком обертання кривошипа1 (рис.10, а).

Починаємо будування плану швидкостей, зображуючи вектор лінійної швидкості точки *A*, величина якого дорівнює:

$$P_V a_1 = \frac{|\overline{V}_{A_1}|}{\mu_V}, \text{ мм} \qquad (4)$$

де μ_v - масштабний коефіцієнт плану швидкостей, який повинен бути числом, зручним для розрахунків.

Визначимо швидкість точки В. Ланка АВ здійснює плоский рух. Відомо, що плоский рух тіла може бути складений із переносного руху разом із обраною точкою (полюсом) та відносного – обертання навколо полюса. Тому швидкість будь-якої точки рухомої ланки дорівнює геометричній сумі швидкості полюса та швидкості руху навколо полюса. Прийнявши за полюс точку *A* , швидкість якої вже відома, отримуємо векторне рівняння визначення швидкості точки *B*.

$$\frac{\overline{V_B}}{O_2B} = \overline{\overline{V_A}} + \frac{\overline{V_{B-A}}}{\perp AB} \qquad (5)$$

Оскільки V_{B-A} - це швидкість точки В у обертальному русі навколо А , то спрямований цей вектор перпендикулярно АВ. Вектор V_B спрямований перпендикулярно O_2B , оскільки точка *B* належить ланці 3, яка здійснює обертальний рух навколо вісі O_2. Підкресливши векори у рівнянні за числом невідомих параметрів, бачимо, що рівняння містить дві скалярних невідомих – модулі $\overline{V}_B$ та $\overline{V}_{B-A}$.

Графічно таке рівняння розв'язується. Для цього із точки a_i проводимо пряму, перпендикулярну *AB*, а із P_v – пряму, перпендикулярну O_2B. Точка перетину цих прямих – b. Модулі швидкостей розраховуються за формулами 5, 6.

$$V_B = (P_v b) \cdot \mu_v, \frac{м}{сек}, \qquad (6)$$

$$V_B = (ab) \cdot \mu_v, \frac{м}{сек}. \qquad (7)$$

Зображення швидкості точки С знайдемо, використовуючи теорему подібності: незмінній фігурі на плані механізму – ланці на плані швидкостей та прискорень відповідають фігури подібні та подібно розташовані.

Отже, $\frac{O_2C}{O_2B} = \frac{P_v c}{P_v b}$, звідки

$$P_v c = \frac{O_2C}{O_2B} \cdot P_v b, \text{ мм} \qquad (8)$$

Модуль швидкості точки *C* визначається за формулою 8.

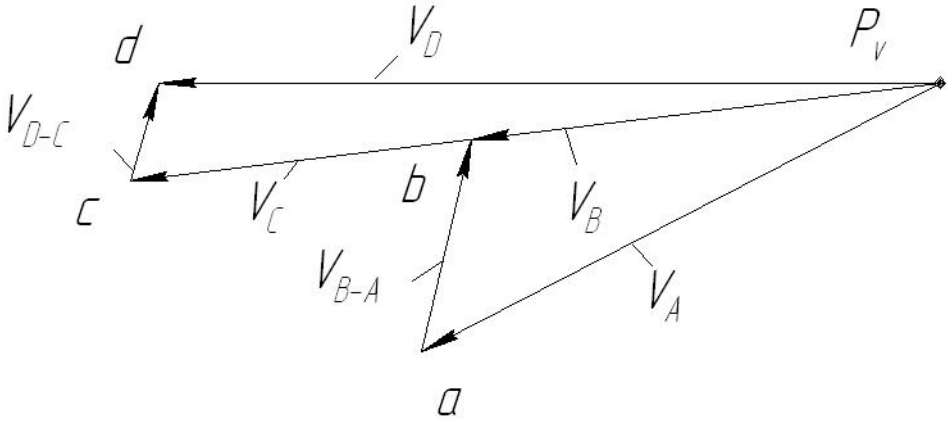
$$V_C = (P_v c) \cdot \mu_v, \frac{м}{сек}, \qquad (9)$$

Визначимо швидкість точки *D* . Ланка *CD* здійснює плоский рух, векторне рівняння буде наступне:

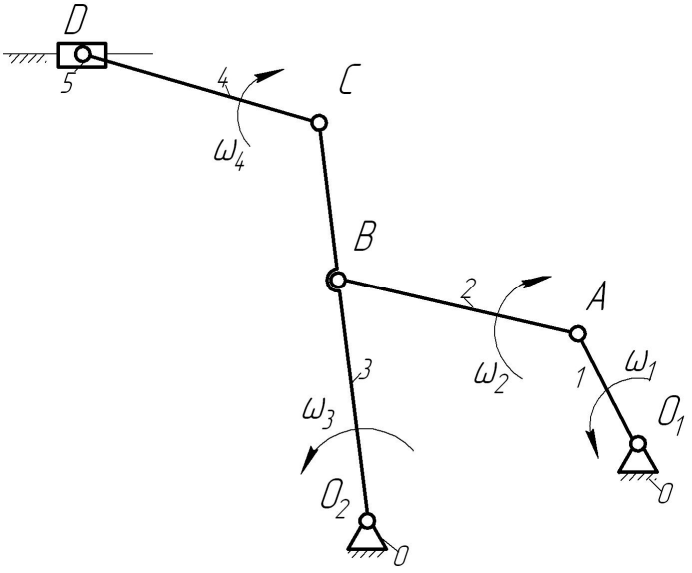
$$\frac{\overline{V_D}}{Пох} = \overline{\overline{V_C}} + \frac{\overline{V_{D-C}}}{\perp DC} \qquad (10)$$

Швидкість $\overline{V}_D$ паралельна *ox* , оскільки точка *D* належить повзуну 5, який здійснює прямолінійний поступальний рух. Згідно даного векторного рівняння із т. *C* проводимо пряму, перпендикулярну CD , а из P_v - пряму, паралельну ox. Точка перетину цих прямих – d (рис.10, а). Модуль швидкості точки *D*:

$$V_Д = (P_v d) \cdot \mu_v, \frac{м}{сек}, \tag{11}$$



а) план швидкостей



б) визначення напрямку кутових швидкостей

Рисунок 10

4. Для визначення кутової швидкості будь-якої ланки відносну швидкість між будь-якими точками, які мають належати ланці, необхідно поділити на відстань між цими точками. Отже:

$$\omega_2 = \frac{V_{B-A}}{l_{AB}}, \frac{1}{сек} \tag{12}$$

Напрямок ω_2 визначимо, якщо вектор відносної швидкості перенесемо з плану швидкостей у точку *B* плану механізму з урахуванням того, що центром відносного обертання є точка *A* (рис.10,б)

Аналогічно визначимо напрямки кутових швидкостей ланок 3, 4. Модулі розрахуємо за формулами 13,14.

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{O_2B}}, \quad \frac{1}{сек}; \tag{13}$$

$$\omega_4 = \frac{V_{D-C}}{l_{DC}}, \quad \frac{1}{сек}. \tag{14}$$

5. Побудову плану прискорень починаємо з визначення прискорення точки А . Кривошип O_1A здійснює обертальний рух, тому:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_a^n + \bar{a}_a^\tau \tag{15}$$

Модулі прискорень:

$$\bar{a}_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}, \tag{16}$$

$$\bar{a}_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{O_1A} \tag{17}$$

Оскільки для заданого випадку кривошип обертається рівномірно, тобто $\varepsilon_1 = 0$ и $a_A^\tau = 0$.

Тоді:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}, \frac{м}{сек^2}. \tag{18}$$

Вектор нормального прискорення спрямований по радіусу вісі обертання до центру, тобто від т.А до т.O_1.

Обравши відрізок $P_a a$, *мм,* який зображує прискорення точки *A,* розрахуємо масштабний коефіцієнт плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_A}{P_a a}, \quad \frac{м/сек^2}{мм}. \tag{19}$$

Відрізок $P_a a$ обираємо довільно, зручним для розрахунків.

Визначаємо прискорення точки *B*. Ланка *AB* здійснює плоский рух. Тому прискорення будь-якої точки цієї ланки може бути надано як геометрична сума прискорення полюсу та прискорення руху відносно полюса. Прийнявши за полюс, точку *A,* прискорення якої вже відомо, отримаємо:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{B-A}. \tag{20}$$

Оскільки вектор $\bar{a}_{B-A}$ у відносному обертальному русі може бути розкладений на нормальне та тангенціальне прискорення, то:

$$\bar{a}_B = \overline{\overline{a_A}} + \frac{\bar{a}_{B-A}^n}{\overline{\overline{відВкА}}} + \frac{\bar{a}_{B-A}^\tau}{\perp AB}. \tag{12}$$

Модуль $\bar{a}_{B-A}^n$:

$$a_{B-A}^n = \frac{V_{B-A}^2}{l_{AB}}, \text{ м/сек}^2, \tag{13}$$

спрямований вектор $\bar{a}_{B-A}^n$ паралельно ланці *AB* від *B* до *A*. Прискорення $\bar{a}_{B-A}^\tau$ спрямоване перпендикулярно *AB*. Оскільки у цьому векторному рівнянні три скалярних невідомих, то розв'язати його не можна. Тому роздивимось рух точки *B*, яка належить ланці O_2BC. Ця ланка здійснює обертальний рух навколо вісі O_2, тому:

$$\bar{a}_B = \frac{\overline{\overline{a_B^n}}}{\overline{\overline{відВкO_2}}} + \frac{\overline{a_B^\tau}}{\perp BO_2}. \tag{14}$$

Модуль $\overline{\overline{a_B}}^n$:

$$a_B^n = \frac{V_B^2}{l_{BO_2}} \text{ , м/сек}^2, \tag{15}$$

спрямований вектор $\overline{\overline{a_B}}^n$ по радіусу до вісі обертання від *B* до O_2. Вектор прискорення $\overline{\overline{a_B}}^\tau$ спрямований по дотичній до траєкторії руху точки *B* перпендикулярно BO_2.

Розв'язуючи графічно два векторних рівняння, побудуємо прискорення точки *B*. Для цього із т. *a* проводим лінію, паралельну *AB* у напрямку від *B* до *A* , на якій відкладаємо відрізок $an = \frac{a_{B-A}^n}{\mu_a}$, мм, який зображує $\overline{a}_{B-A}^n$. Із точки *n* проводимо лінію, перпендикулярну *AB*. Із полюса P_a проводимо лінію, параілельну BO_2 у напрямку від *B* до O_2, на якій відкладаємо відрізок $P_a n_1 = \frac{a_B^n}{\mu_a}$, мм , який зображує $\overline{a}_B^n$. Із точки n_1 проводимо лінію, перпендикулярну BO_2, до перетину з перпендикуляром до *AB* у точці *b* . Відрізок $P_a b$ зображує прискорення точки *B* (рис.11,а), його модуль:

$$a_B = (P_a b) \cdot \mu_a \text{ , } \frac{м}{сек^2} \text{ .} \tag{16}$$

Прискорення точки С визначимо за теоремою подібності: $\frac{O_2C}{O_2B} = \frac{P_aC}{P_ab}$, звідси

$$P_aC = \frac{O_2C}{O_2B} \cdot P_ab \text{ , мм.} \tag{17}$$

Модуль прискорення точки С:

$$a_c = (P_aC) \cdot \mu_a \text{ , } \frac{м}{сек^2} \text{ .} \tag{18}$$

Визначимо прискорення точки *D*. Ланка *CD* здійснює плоский рух, тому:

$$\frac{\overline{a}_D}{\| O_1D} = \overline{\overline{a_C}} + \frac{\overline{a}_{D-C}^{\,n}}{отDкC} + \frac{\overline{a}_{D-C}^{\,\tau}}{\perp DC}. \tag{19}$$

Модуль $\overline{a}_{D-\tilde{N}}^{\,n}$

$$a_{D-c}^n = \frac{V_{D-C}^2}{l_{AC}} \text{, м/сек}^2, \tag{20}$$

спрямований вектор $\overline{a}_{D-\tilde{N}}^{\,n}$ паралельно ланці *DC* від *D* до *C*. Прискорення $\overline{a}_{D-\tilde{N}}^{\,\tau}$ спрямоване перпендикулярно *DC*. Вектор $\overline{a}_D$ паралельний *ox* оскільки точка *D* належить повзуну 5, який здійснює прямолінійний поступальний рух.

Згідно цьому рівнянню із точки *C* проводимо лінію, паралельну *DC* та спрямовану від *D* до *C*, на якій відкладаємо відрізок, який зображує $\overline{a}_{D-\tilde{N}}^n$, довжиною $cn_2 = \frac{a_{D-C}^n}{\mu_a}$, мм.

Із точки n_2 проводимо лінію, перпендикулярну *DC*, із т.*Pa* – пряму, паралельну *ox*. Точка перетину цих прямих – *d* (рис.11, а). Модуль прискорення точки *D*:

$$a_D = (P_a d)\cdot \mu_a \ , \ \frac{м}{сек^2} \tag{20}$$

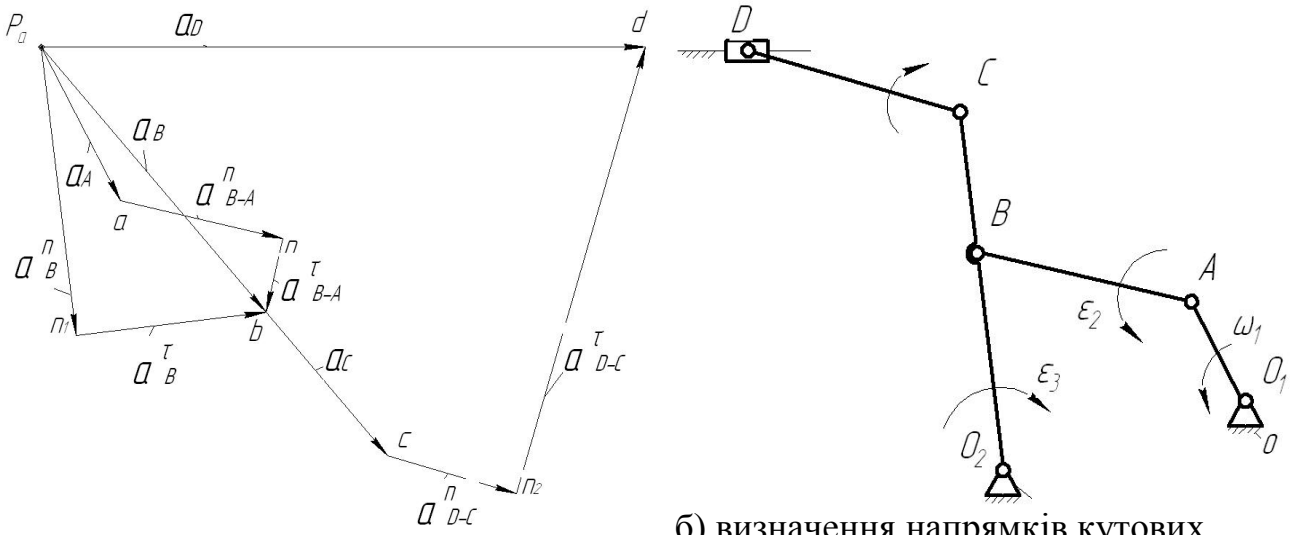
6. Для визначення кутового прискорення будь-якої ланки необхідно відносне тангенціальне прискорення між двома будь-якими точками ланки поділити на відстань між цими точками:

$$\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_{B-A}}{l_{BA}} \ , \ \frac{1}{сек^2} \ , \tag{21}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a^{\tau}_{B}}{l_{BO_2}} \ , \ \frac{1}{сек^2} \ , \tag{22}$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a^{\tau}_{D-C}}{l_{DC}} \ , \ \frac{1}{сек^2} \ . \tag{23}$$

Напрямок ε_2 визначимо за напрямком вектора $\bar{a}^{\tau}_{B-A}$, враховуючи, що центром обертання є точка *A (*рис.11, б).



а)план прискорень

б) визначення напрямків кутових прискорень

Рисунок 11

Питання для самоконтролю

1. Які задачі кінематичного аналізу механізмів?
2. Які існують методи кінематичного аналізу механізмів?
3. Які припущення допускаються при кінематичному аналізі механізмів?
4. Що розуміють під масштабом побудови?
5. Що називають планом швидкостей, прискорень?
6. Як формулюється теорема подібності для планів швидкостей, прискорень?
7. Назвіть основні властивості планів швидкостей та прискорень.
8. Які рівняння складаються при побудові планів швидкостей та прискорень?
9. Чи залежить алгоритм кінематичного дослідження руху ланок структурної групи від класу механізму, до складу якого входить ця група?
10. Як визначити величину та напрямок кутових швидкостей та прискорень ланок, які здійснюють відносний обертальний рух?

Практична робота №3

Тема. Кінематичне дослідження кулісних механізмів. Визначення швидкостей ланок кулісних механізмів методом побудови планів швидкостей та прискорень.

Мета. Придбати навички з визначення лінійних та кутових швидкостей та прискорень ланок кулісних механізмів методом побудови планів швидкостей та прискорень.

Завдання для виконання роботи

Користуючись знаннями, отриманими під час лекційних занять, та теоретичними основами даної роботи, визначити лінійні та кутові швидкості та прискорення точок механізму методом побудови планів швидкостей та прискорень (задачу розв'язати у загальному вигляді). Тип механізму обрати згідно варіанту (див.табл.6, варіанти 14-20).

Теоретичні основи

Особливостями кулісних механізмів є наявність у їх будові куліси 3 і каменю 2 (рис.12) Куліса – ланка, яка обертається навколо нерухомої вісі і утворює з другою ланкою (каменем) поступальну кінематичну пару. Кулісні камені, тобто повзуни, які переміщуються в рухомих напрямних (кулісах) провадять складний плоский рух (рис.12).

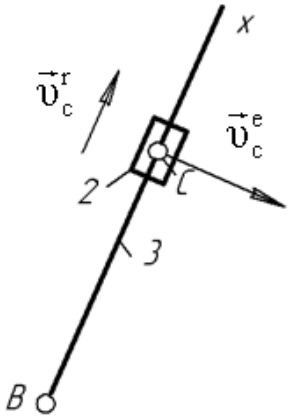


Рисунок 12 – Розкладання складного руху каменя на прості рухи

В цьому випадку складний плоский рух каменя 2 розкладається на переносне обертальне разом з кулісою *Bx* і відносне – поступальне по відношенню до куліси:

$$\vec{\upsilon}_{C_2} = \vec{\upsilon}_{C_3} + \vec{\upsilon}_{C_2C_3}, \qquad (24)$$

де $\vec{\upsilon}_{C_2}$ - швидкість точки *C* каменя в абсолютному русі; $\vec{\upsilon}_{C_3}$ - швидкість точки *C* каменя в переносному русі, що означає – абсолютна швидкість тієї точки куліси 3, яка в цю мить співпадає з точкою *C* каменя 2; $\vec{\upsilon}_{C_2C_3}$ - швидкість точки *C*

каменя в поступальному русі по кулісі, або швидкість відносного руху точки *C* каменя 2 відносно точки *C* куліси 3.

Послідовність розв’язання задачі.

1. Зробити структурний аналіз механізму, визначити його ступінь рухомості і формулу будування.

3. Записати векторні рівняння для побудови плану швидкостей, розв'язати їх графічно.

4. Визначити величину і напрямок кутових швидкостей ланок механізму.

5. Записати векторні рівняння для побудови плану прискорень, розв'язати їх графічно.

6. Визначити величину і напрямок кутових прискорень ланок механізму.

Приклад.

Для заданого положення механізму поперечно-стругального верстата (рис.13) за методом планів визначити величини і напрямок лінійних швидкостей та прискорень зазначених точок, а також кутові швидкості та прискорення ланок. Вважаємо відомими закон зміни кутової швидкості початкової ланки $\omega_1=const$, довжини ланок і відстань між шарнірами *A* і *D*.

Примітка: задачу вирішити у загальному виді.

Розв’язання

2. Будуємо план механізму у заданому положенні, для чого обираємо масштабний коефіцієнт $\mu_l=\frac{l_{AB}}{AB}$, м/мм.

2. Визначимо ступінь рухомості механізму за формулою П.Л.Чебишева:

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot5-2\cdot7-0=1,$$

де n=5 – число рухомих ланок,

p_5=7 – кількість кінематичних пар V класу (0-1, 1-2, 2-3, 3-0, 3-4, 4-5, 5-0), p_4=0 – кількість кінематичних пар IV класу (=0)

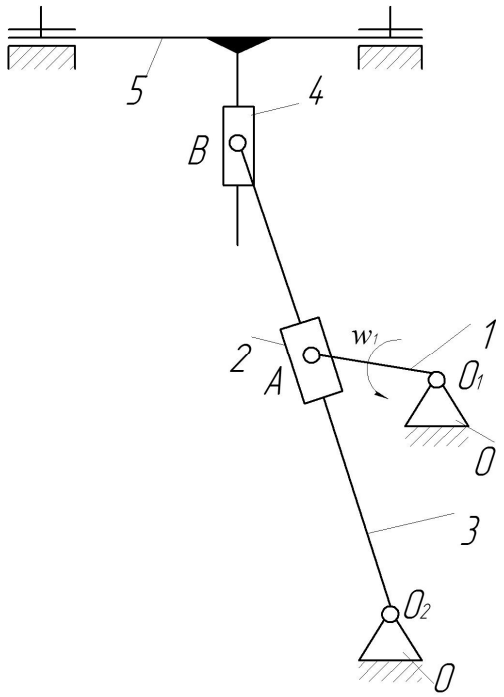


Рисунок13 – План механізму поперечно-стругального верстата в заданому положенні

3. Структурна формула механізму стругального верстата з початковим механізмом (0,1) має вигляд :

$$\text{I}(0,1)\rightarrow\text{II}(2,3)\rightarrow\text{II}(4,5).$$

Механізм II класу.

4. Точка A_1 здійснює обертальний рух, Тому величина її швидкості розраховується за формулою (25).

$$\left|\overline{V}_{A_1}\right| = \varpi_1 \cdot l_{O_1A}\ ,\ \text{м/с} \tag{25}$$

Спрямовано вектор $\vec{V}_{A_1} \perp O_1A$ згідно з напрямком обертання кривошипа1.

Починаємо будування плану швидкостей, зображуючи вектор лінійної швидкості точки *A*, величина якого дорівнює:

$$P_V a_1 = \frac{|\overline{V}_{A_1}|}{\mu_V},\ \text{мм}, \tag{26}$$

де μ_v - масштабний коефіцієнт плану швидкостей, який повинен бути числом, зручним для розрахунків.

На плані механізму точкою А позначені три точки: A_1, що належить кривошипу 1, A_2 – кулісному каменю 2 і точка A_3, що належить кулісі 3. Швидкість точки A_2, яка належить кулісному каменю 2, дорівнює швидкості точки A_1, тому що траєкторії точок A_1 і A_2 збігаються, тобто $\overline{V}_{A_1} = \overline{V}_{A_2}$. Точки a_1 і a_2 на плані швидкостей теж співпадають (рис.14).

Для визначення швидкості точки A_3, що належить кулісі 3, розкладемо плоско-паралельний рух кулісного каменю 2 на переносний - обертальний рух разом із кулісою 3 та відносний - поступальний рух ланки 2 вздовж куліси 3. Отже векторне рівняння для визначення V_{A_3} має вид:

$$\underline{\underline{\overline{V}_{A_2}}} = \underbrace{\overline{V}_{A_3}}_{\perp O_2A} + \underbrace{\overline{V}_{A_2-A_3}}_{IIO_2A},\ \text{м/с} \tag{27}$$

Маємо векторне рівняння із двома невідомими, тому вирішуємо його графічно. Точка A_3 здійснює неповний обертальний рух відносно нерухомої ланки (стійки), тому вектор її швидкості буде зображено із полюса P_V. Напрямки $\overline{V}_{A_3}$ і $\overline{V}_{A_2-A_3}$ повинні відповідати рівнянню (27). На їх перетині буде точка a_3. А невідомі значення швидкостей точок визначимо за формулами (28, 29), вимірявши відрізки P_Va_3 і a_2a_3 (рис.14,а)

$$\left|\overline{V}_{A_3}\right| = \left(P_V a_3\right)\cdot \mu_V\ ,\ \text{м/с} \tag{28}$$

$$\left|\overline{V}_{A_2-A_3}\right| = \left(a_{1,2}a_3\right)\cdot \mu_V\ ,\ \text{м/с} \tag{29}$$

Лінійну швидкість точки B_3 куліси визначимо згідно з теоремою подібності: незмінній фігурі – ланці O_2AB_3 – на плані швидкостей відповідає подібно розташована фігура $P_Va_3b_3$. Отже, $\frac{O_2A}{O_2B} = \frac{P_Va_3}{P_Vb_3}$,

$$P_V b_3 = \frac{O_2B}{O_2A}\left(P_V a_3\right),\text{мм} \tag{30}$$

Абсолютну величину $\overline{V_{B_3}}$ визначимо за формулою:

$$\left|\overline{V}_{B_3}\right| = (P_V b_3)\cdot \mu_V \text{ , м/с} \quad (31)$$

Швидкість точки B_4 кулісного каменю 4 розкладемо на переносний – поступальний рух разом з кулісою 5 і відносний – поступальний рух вздовж куліси. Складемо векторне рівняння:

$$\overline{V}_{B_4} = \underbrace{\overline{V}_{B_5}}_{\perp OX} + \underbrace{V_{B_4-B_5}}_{\perp OY} \text{ , м/с} \quad (32)$$

Крапка b_5 на плані швидкостей знаходиться на перетині двох ліній: паралельної вісі *OX*, що проходить через P_V і паралельно вісі *OY*, що проходить через крапку $b_{3,4}$. Визначимо значення лінійних швидкостей V_{B_5} та $V_{B_4-B_5}$:

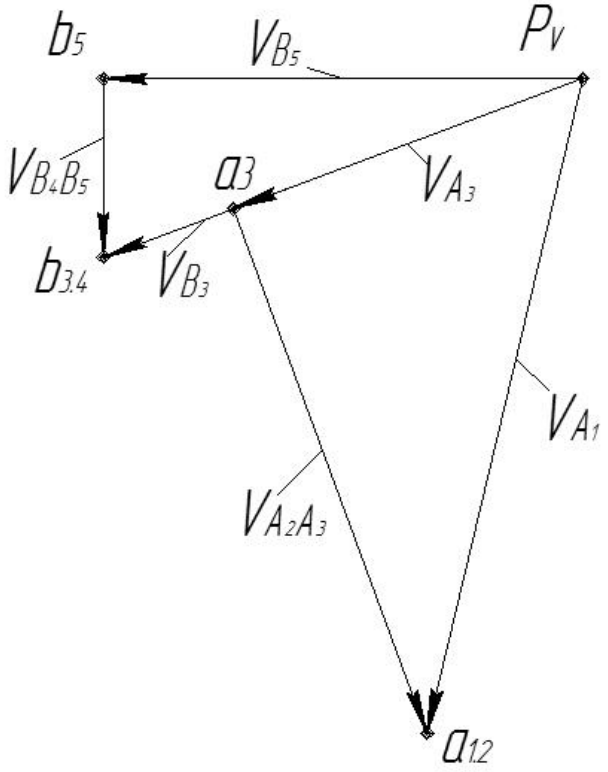
$$\overline{V}_{B_5} = (P_V b_5)\cdot \mu_V \text{ , м/с} \quad (33)$$

$$\overline{V}_{B_4-B_5} = (b_{3,4} b_5)\cdot \mu_V \text{ , м/с} \quad (34)$$

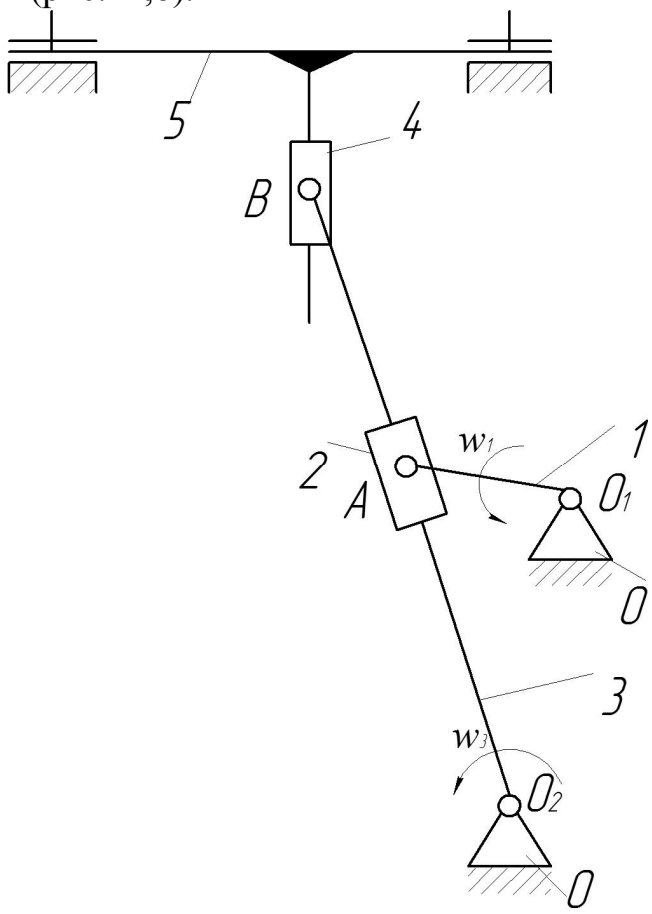
Величину кутової швидкості куліси 3 і кулісного каменю 2 визначимо за формулою (35).

$$\omega_3 = \frac{\vec{V}_{A_3}}{l_{O_2 A}} \text{ , рад/с} \quad (35)$$

Напрямок обертання ланки 3 визначимо, позначивши дугою обертання точки *A* навколо точки O_2, напрямок стрілки узгоджуємо із напрямком лінійної швидкості точки A_3 на плані швидкостей (рис.14,б).



а) план швидкостей



б) визначення напрямків кутових швидкостей

Рисунок 14

5. Побудова планів прискорень починається з визначення абсолютного прискорення точки A_1 кривошипа, який здійснює обертальний рух, тому:

$$\bar{a}_{A_1} = \bar{a}^{n}_{A_1} + \bar{a}^{\tau}_{A_1} \tag{36}$$

Модулі прискорень:

$$\bar{a}^{n}_{A_1} = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}, \tag{37}$$

$$\bar{a}^{\tau}_{A_1} = \varepsilon_1 \cdot l_{O_1A} \tag{38}$$

Оскільки для заданого випадку кривошип обертається рівномірно, тобто $\varepsilon_1 = 0$ и $a^{\tau}_{A_1} = 0$. Тоді:

$$a_{A_1} = a^{n}_{A_1} = \omega_1^2 . \; l_{o_1 A}, \; \frac{м}{сек^2} . \tag{39}$$

Вектор нормального прискорення спрямований по радіусу вісі обертання до центру, тобто від т. A_1 до т.O_1.

Обравши відрізок $P_a a_1$, *мм,* який зображує прискорення точки A_1, розрахуємо масштабний коефіцієнт плану прискорень:

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{P_a a_1}, \; \frac{м/сек^2}{мм}. \tag{40}$$

Відрізок $P_a a_1$ обираємо довільно, зручним для розрахунків. Точка a_2 на плані прискорень збігається з точкою a_1. Абсолютне лінійне прискорення точки A_3 визначимо, розклавши плоско-паралельний рух кулісного каменю 2:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}^{пер}_{A_2} + \bar{a}^{від}_{A_2} + \bar{a}^{кор}_{A_2}, \tag{41}$$

де

$$\bar{a}^{пер}_{A_2} = a_{A_3} = \bar{a}^{n}_{A_3} + \bar{a}^{\tau}_{A_3}, \tag{42}$$

Тому що переносний рух - це обертання разом із кулісою 3,

$$\bar{a}^{від}_{A_2} = \bar{a}_{A_2 - A_3}, \tag{43}$$

Отже

$$\bar{\bar{a}}_{A_2} = \frac{\overline{\overline{a}}^{n}_{A_3}}{A \to O_2} + \frac{\bar{a}^{\tau}_{A_3}}{\perp O_2A} + \frac{\bar{a}_{A_2 - A_3}}{IIO_2A} + \frac{\bar{\bar{a}}^{кор}_{A_2}}{\perp O_2A}, \tag{44}$$

Модуль нормального прискорення точки A_3:

$$a^{n}_{A_3} = \frac{V^2_{A_3}}{l_{A_3O_2}}, \; \frac{м}{сек^2}, \tag{45}$$

спрямований вектор $\overline{a_{A_3}}^{n}$ по радіусу до вісі обертання від A_3 до O_2. Вектор прискорення $\overline{a_{A_3}}^{\tau}$ спрямований по дотичній до траєкторії руху точки A_3 перпендикулярно A_3O_2. Із полюса P_a проводимо лінію, паралельну A_3O_2 у напрямку від A_3 до O_2, на якій відкладаємо відрізок $P_a n = \frac{a^{n}_{A_3}}{\mu_a}$, мм ,який зображує $\bar{a}^{n}_{A_3}$. Із точки n проводимо лінію, перпендикулярну A_3O_2 (рис.15,б).

Величина кориолісова прискорення точки A_2:

$$a_{A_2}^{кор} = 2\varpi^{пер} \cdot V^{від} \cdot \sin(\overline{\varpi}^{пер} \wedge \overline{V}^{від}) = 2\varpi_3 \cdot V_{A_2-A_3} \cdot \sin 90^0, \ \frac{м}{сек^2}, \qquad (46)$$

Напрямок $a_{A_2}^{кор}$ визначимо, повернувши $\overline{V}_{A_2-A_3}$ на 90^0 у напрямку обертання куліси 3 (рис.15,а).

На плані прискорень $a_{A_2}^{кор}$ зображено відрізком $ka_{1,2} = \frac{\overline{a}_{A_2}^{кор}}{\mu_a}$, мм. Кінець якого збігається з точкою $a_{1,2}$ – кінцем підсумкового вектора, а точка k збігається з кінцем вектора $\overline{a}_{A_2-A_3}$ згідно рівнянню (44), тому через неї проводимо лінію, яка паралельна O_2A, до перетину з перпендикуляром до A_3O_2. Отримаємо точку a_3, а прискорення точки A_3 визначимо за формулою:

$$a_{A_3} = (P_a a_3) \cdot \mu_a \ , \ \frac{м}{сек^2} \qquad (47)$$

Стрілки розставимо згідно рівнянню (44). Невідомі модулі прискорень визначаємо за формулами:

$$a^{\tau}{}_{A_3} = (na_3) \cdot \mu_a \ , \ \frac{м}{сек^2} \qquad (48)$$

$$a_{A_3-A_3} = (a_3 k) \cdot \mu_a \ , \ \frac{м}{сек^2} \qquad (49)$$

Прискорення точки B_3 куліси визначаємо за теоремою подібності:

$$\frac{A_3O_2}{P_a a_3} = \frac{BO_2}{P_a b_3} \ , \qquad (50)$$

$$P_a b_3 = \frac{BO_2}{A_3O_2} \cdot (P_a a_3) \ , \text{ мм} \qquad (51)$$

Отже, прискорення точки B_3:

$$a_{B_3} = (P_a b_3) \cdot \mu_a \ , \ \frac{м}{сек^2} \qquad (52)$$

Прискорення точки B_4 $\overline{a}_{B_4} = \overline{a}_{B_3}$, тому що траєкторії цих точок збігаються. Прискорення точки B_5, яка належить кулісі 5, що рухається поступально, визначимо, використовуючи розкладення плоского руху ланки 4:

$$\overline{a}_{B_4} = \overline{a}_{B_4}^{пер} + \overline{a}_{B_4}^{від} + \overline{a}_{BA_4}^{кор} \ , \qquad (53)$$

де

$$\overline{a}_{B_4}^{пер} = \overline{a}_{B_3} \ , \qquad (54)$$

$$\overline{a}_{B_4}^{від} = \overline{a}_{B_4-B_5} \ , \qquad (55)$$

$$a_{B_4}^{кор} = 2\varpi^{пер} \cdot V^{від} \cdot \sin(\overline{\varpi}^{пер} \wedge \overline{V}^{від}) = 0 \ , \qquad (56)$$

тому що переносний рух – поступальний разом з кулісою 5, тобто $\varpi^{пер} = 0$.
Отже:

$$\overline{a}_{B_4} = \frac{\overline{a}_{B_5}}{IIxx} + \frac{\overline{a}_{B_4-B_5}}{\perp xx} \qquad (57)$$

Паралельну вісі *xx* лінію проводимо через полюс P_a – початок підсумкового вектора $\overline{a}_{B_4}$, а перпендикуляр до *xx* – через $b_{3,4}$ – кінець вектора $\overline{a}_{B_4}$. На їхньому перетині отримаємо точку b_5. Згідно векторному рівнянню проставимо напрямки. Абсолютні величини визначаємо за формулами:

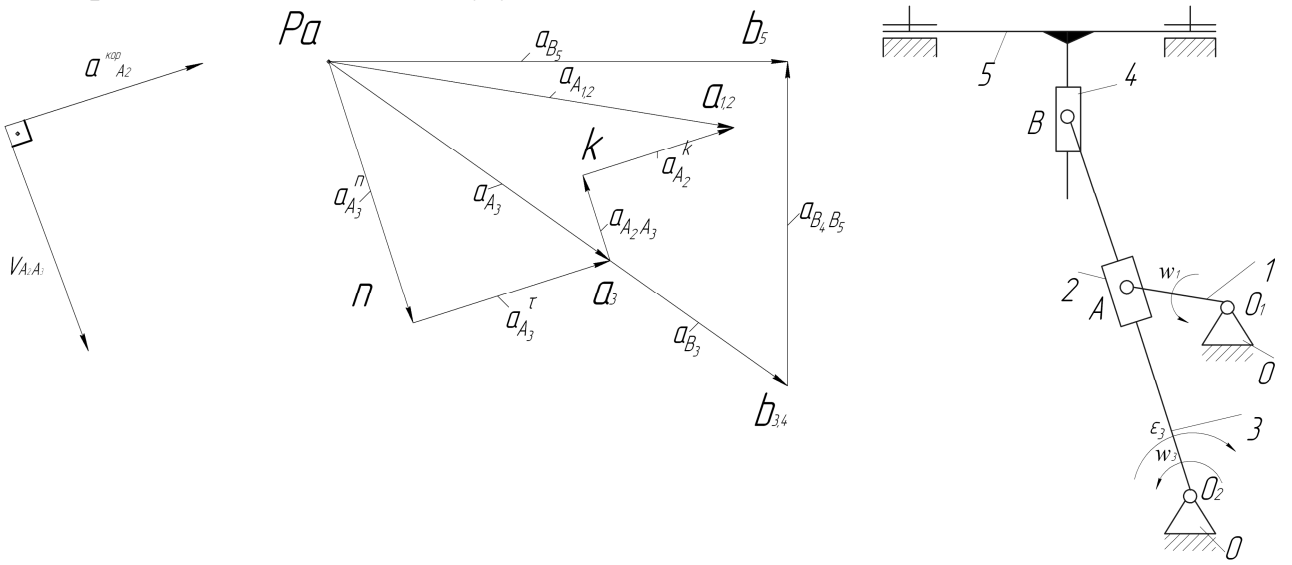
$$\overline{a}_{B_5} = (P_a b_5) \cdot \mu_a, \ \frac{м}{сек^2} \tag{58}$$

$$\overline{a}_{B_4-B_5} = (b_{3,4} b_5) \cdot \mu_a, \ \frac{м}{сек^2} \tag{59}$$

6. Кутове прискорення куліси 3 визначимо за формулою:

$$\varepsilon_3 = \frac{\overline{a}^{\tau}_{A_3}}{l_{O_2A}}, \ \frac{1}{сек^2} \tag{60}$$

Напрямок покажемо ланці 3 (рис.15,б) стрілкою, якщо попередньо уявимо вектор $\overline{a}^{\tau}_{A_3}$ на плані механізму у точці *A*.



а) визначення напрямку коріолісова прискорення

б) план прискорень

в) визначення напрямку кутового прискорення

Рисунок 15

Оскільки напрямки ω_3, ε_3 протилежні, то дане положення куліси відповідає її уповільненому руху.

Питання для самоконтролю

1. Який механізм називається кулісним?
2. Назвати основні характерні ланки кулісних механізмів?
3. Які рухи здійснюють ланки кулісних механізмів?
4. У чому полягає особливість побудови планів швидкостей та прискорень для кулісних механізмів?
5. Наведіть формули визначення нормального та коріолісового прискорень.
6. Як визначити напрямок коріолісового прискорення?
7. Наведіть приклади використання кулісних механізмів.

Практична робота №4

Тема. Кінематичне дослідження механізмів методом побудови діаграм переміщень, швидкостей, прискорень.

Мета. Ознайомитись з правилами побудови діаграми переміщень за отриманими даними. Засвоїти методику побудови діаграм швидкостей та прискорень методом графічного диференціювання.

Завдання для виконання роботи

Користуючись теоретичними основами даної роботи, побудувати діаграму переміщень вихідної ланки механізму за даними варіанту (див. табл.9). Застосовуючи метод графічного диференціювання, побудувати діаграми швидкостей та прискорень.

Теоретичні основи

Побудова діаграм переміщень

При кінематичному дослідженні механізмів розглядають рух їх ланок з чисто геометричної точки зору, з урахуванням тільки чиннику часу [1]. При розв'язанні задач кінематики повинні бути задані кінематична схема механізму (розміри усіх ланок) та закон руху початкової ланки. Під кінематичною схемою механізму розуміють його умовне зображення у масштабі. Закон руху початкової ланки приймається, як правило, лінійним, тобто кутова швидкість обертання кривошипа або лінійна швидкість повзуна є сталою.

Побудувавши положення ланок механізму (плани механізму), легко побудувати діаграму переміщень $S = S(t)$ *або* $S = S(\varphi_1)$ будь-якої ланки механізму. Частіше всього будують діаграму переміщень вихідної ланки, яка, як правило, пов'язана з виконавчим органом машини. Якщо ланка здійснює обертальний рух, то звичайно будують діаграми кутових переміщень $\beta = \beta(t)$ *або* $\beta = \beta(\varphi_1)$, де t — час (с), φ_1 — кут повороту кривошипа АВ в градусах або радіанах. Для побудови діаграми переміщень у функції часу t потрібно, щоб була задана кутова швидкість початкової ланки. Тоді період обертання кривошипа розраховують за формулою:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1}, \text{ с} \qquad (61)$$

Побудова діаграми переміщень здійснюють у такій послідовності.

1. Будують осі координат, на осі ординат якої відкладають лінійне S або кутове переміщення β відповідної ланки (на рис. 16, *а,* повзуна D); на осі абсцис — час t або кут φ_1 повороту кривошипа АВ.
2. Відкладають на осі абсцис відрізок l в мм, який зображує час одного обороту кривошипа (період Т) у масштабі:

$$\mu_t = \frac{T}{l}, \ \frac{c}{мм} \qquad (62)$$

або поворот кривошипа на кут 2π. Тоді масштаб кута

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{l}, \ \frac{рад}{мм} \qquad (63)$$

3. Відрізок l ділять на N рівних частин (у нашому випадку на 12) і через одержані точки 0, 1, 2, ..., 11 проводять лінії паралельні осі ординат, на яких відкладають лінійні або кутові переміщення вихідної ланки.

4. Використовуючи раніше побудовані плани механізму (рис.16, *а*), вимірюють лінійні або кутові переміщення вихідної ланки і складають таблицю переміщень (табл. 8).

Таблиця 8 –

Вихідні дані до побудови діаграми переміщень вихідної ланки (рис. 16)

Значення переміщення	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
Дійсне, м	0.007	0.03	0.07	0.1	0.13	0.14	0.14	0.13	0.1	0.06	0.02
На діаграмі переміщень, мм	7.0	30	70	100	130	140	140	130	100	60	20

5. Обирають масштаб побудови переміщень (μ_S або μ_β) з урахуванням величини максимального ходу вихідної ланки (S_{max} або β_{max}) та виділеного поля для побудови діаграми.

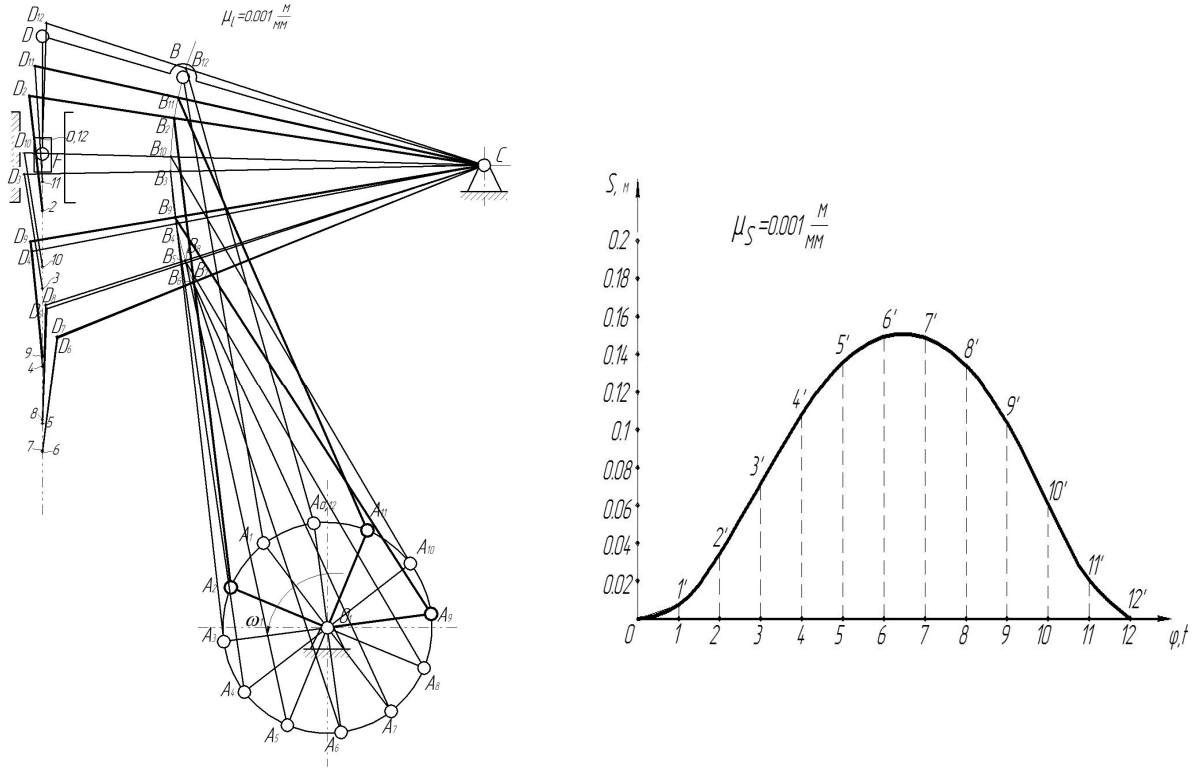
$$\mu_S = \frac{S_{\max}}{y_{\max}}, \ \frac{м}{мм} \tag{64}$$

$$\mu_\beta = \frac{\beta_{\max}}{y_{\max}}, \ \frac{рад}{мм} \tag{65}$$

6. Відкладають відрізки y_i на відповідних ординатах діаграми переміщень, отримують точки 0, 1, 2, ..., 12, з'єднавши які плавною кривою, получають діаграму переміщень:

$\beta = \beta(t)$ або $\beta = \beta(\varphi_1)$ – якщо вихідна ланка здійснює обертальний рух,

$S=S(t)$ або $S=S(\varphi)$ – якщо вихідна ланка здійснює поступальний рух (рис. 16,б).



а) 12 положень механізму витяжного преса

б) діаграма переміщень вихідної ланки (повзуна)

Рисунок 16

Побудова діаграм швидкостей та прискорень методом графічного диференціювання

Як відомо з курсів математики, фізики і теоретичної механіки швидкість є перша похідна від переміщень за часом *(υ = ds/dt)*. Графічною інтерпретацією похідної є тангенс кута нахилу дотичної, що проведена до кривої у відповідному положенні часу t_i, тобто

$$\upsilon = tg\alpha \frac{\mu_s}{\mu_t}, \ \frac{м}{сек} \qquad (66)$$

де μ_s і μ_t — відповідно масштаби переміщень і часу, величини яких для всіх положень механізму постійні.

Отже, щоб побудувати діаграму швидкостей $\upsilon = \upsilon(t)$, треба через ряд точок на діаграмі переміщень *S = S(t)* провести дотичні, знайти кути нахилу дотичних і їх тангенси, на підставі числових значень яких будуємо діаграму $tg\alpha_1 = f(t)$. Ця діаграма одночасно буде діаграмою швидкостей у деякому масштабі μ_υ, який можна знайти, використовуючи залежність (66).

Проте метод дотичних досить незручний, оскільки дуже важко проводити дотичні до кривих і добитися стабільних результатів диференціювання. На практиці більшого поширення набув метод хорд, який ґрунтується на відомій теоремі про кінцевий приріст функції, згідно якої, якщо функція та її перша похідна безперервні, то на будь-якому інтервалі, наприклад 0-1 (рис. 17), хорда 0-1´, яка стягує дугу, буде паралельна дотичній до кривої *S = S(t)* хоча б в одній точці, що лежить у середині цього інтервалу. Тому при цьому методі на діаграмі *S = S(t)* замість дотичних проводять хорди *0-1', 1'-2', 2'-3'*... (рис. 17), а на діаграмі $\upsilon = \upsilon(t)$ (рис. 17) із точки P_1 (полюса) промені, які паралельні відповідним хордам, до перетину з віссю ординат υ. Відрізки *0-1", 0-2", 0-3"*... у масштабі, який розраховується за формулою (67), визначають значення швидкостей десь посередині відповідних інтервалів часу.

$$\mu_\upsilon = \frac{\mu_s}{H_1 \mu_t}, \ \frac{м}{мм \cdot с}, \qquad (67)$$

де $H_1 = 0P_1$ — полюсна відстань на діаграмі швидкостей.

Для спрощення побудови діаграм відрізки *0-1", 0-2", 0-3"*... відкладають посередині відповідних інтервалів часу. Точки 0*, 1", 2",*... з'єднують плавною кривою і одержують з певною точністю діаграму швидкостей $\upsilon = \upsilon(t)$. Чим менший інтервал часу розглядається, тобто чим більше проведено хорд, тим краще наближаються до заданої кривої. Особливу увагу треба звернути на ділянку, де крива, яку диференціюють, має екстремум. У цьому місці криву треба розділити на менші ділянки (проміжки часу).

Із залежності (67) видно, що за допомогою відрізка H_1, (полюсної відстані) можна вибирати масштаб побудови діаграми швидкостей. Величину цього відрізка можна знайти, задавшись відповідною висотою *h* поля рисунка, яке виділене для побудови діаграми $\upsilon = \upsilon(t)$. Для цього треба знайти найбільший α_{max} і найменший α_{min} кути нахилу дотичних (хорд) до кривої *S = S(t)* (рис. 16). Потім через крайові точки провести промені під кутом α_{max} і α_{min}

до перетину між собою у точці P_1. Тоді відрізок $OP_1 = H_1$, а вісь абсцис повинна проходити через точку P_1.

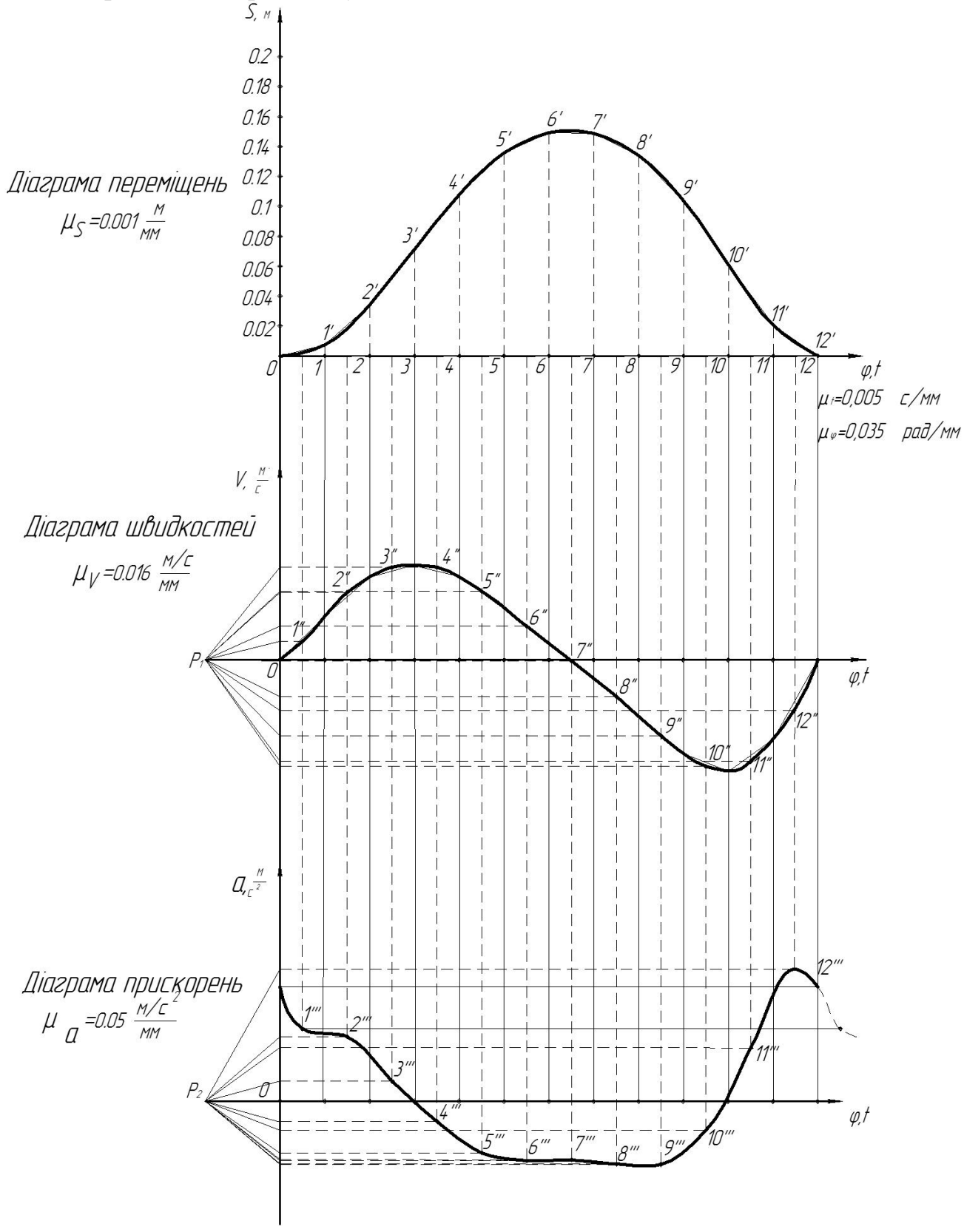


Рисунок 17 – Побудова діаграм швидкостей та прискорень вихідної ланки механізму методом графічного диференціювання

Маючи діаграму швидкостей $\upsilon = \upsilon(t)$, аналогічно будуємо діаграму прискорень $a=a(t)$, виходячи з того, що $a = d\upsilon/dt$.

Отже, щоб побудувати діаграму прискорень, необхідно продиференціювати діаграму швидкостей за часом. Така діаграма побудована на рис.17, де промені, які виходять із точки P_2 паралельні хордам, що проведені відповідно через точки *0, 1", 2"...* діаграми швидкостей $\upsilon = \upsilon(t)$. Точки *1'", 2'"...* на діаграмі прискорень також відкладаємо посередині відповідних інтервалів часу, для яких проведені хорди. Масштаб прискорень визначається за формулою

$$\mu_a = \frac{\mu_\upsilon}{H_2 \mu_t}, \frac{м}{мм \cdot с^2}, \tag{68}$$

де $H_2 = 0P_2$ — полюсна відстань на діаграмі прискорень.

Якщо ланка здійснює обертальний (коливальний) рух, то будують діаграми кутових переміщень, швидкостей і прискорень. Масштаби цих побудов визначаються за формулами:

$$\mu_\omega = \frac{\mu_\beta}{H_1 \mu_t}, \frac{рад}{мм \cdot с}, \tag{69}$$

$$\mu_\varepsilon = \frac{\mu_\omega}{H_2 \mu_t}, \frac{рад}{мм \cdot с^2}, \tag{70}$$

де μ_β — масштаб кутових переміщень (65);

μ_ω — масштаб кутових швидкостей;

μ_ε — масштаб кутових прискорень;

H_1 *і* H_2 – відповідно відрізки на діаграмах швидкостей і прискорень, які визначають точки P_1 *і* P_2.

Порівнюючи побудовані діаграми переміщень, швидкостей та прискорень (рис.17), можна встановити між ними такі залежності:

а) зростанню ординат кривої, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню — від'ємні значення;

б) при максимумі кривої, що диференціюється, диференціальна крива переходить через нуль від додатних значень ординат до від'ємних, а при мінімумі — від від'ємних значень ординат до додатних;

в) точці перегину кривої, що диференціюється, відповідає максимум або мінімум на диференціальній кривій;

г) крива, що диференціюється, спрямована своєю угнутістю вгору, якщо значення ординат іншої диференціальної кривої додатні, і вниз, якщо вони від'ємні.

Таблиця 9 –

Варіанти вихідних даних для побудови діаграм переміщень вихідної ланки механізмів, що здійснюють поступальний рух

Варіант1	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0.007*	*0.03*	*0.07*	*0.1*	*0.13*	*0.14*	*0.14*	*0.13*	*0.1*	*0.06*	*0.02*
Варіант2	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0.01*	*0.03*	*0.07*	*0.1*	*0.14*	*0.17*	*0.19*	*0.19*	*0.16*	*0.09*	*0.01*
Варіант3	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,006*	*0,027*	*0,064*	*0,12*	*0,188*	*0,25*	*0,28*	*0,238*	*0,129*	*0,0436*	*0,0056*

Продовження таблиці 9

Варіант4	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,014*	*0,041*	*0,0686*	*0,0778*	*0,06*	*0,052*	*0,064*	*0,076*	*0,074*	*0,041*	*0,014*
Варіант5	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,09*	*0,03*	*0,06*	*0,09*	*0,12*	*0,15*	*0,16*	*0,15*	*0,12*	*0,06*	*0,03*
Варіант6	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,005*	*0,024*	*0,058*	*0,099*	*0,123*	*0,121*	*0,101*	*0,072*	*0,044*	*0,019*	*0,004*
Варіант7	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,007*	*0,022*	*0,046*	*0,072*	*0,100*	*0,134*	*0,144*	*0,152*	*0,136*	*0,072*	*0,022*
Варіант8	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,008*	*0,025*	*0,051*	*0,082*	*0,114*	*0,142*	*0,159*	*0,152*	*0,111*	*0,05*	*0,01*
Варіант9	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,03*	*0,098*	*0,18*	*0,27*	*0,36*	*0,43*	*0,473*	*0,473*	*0,39*	*0,204*	*0,046*
Варіант10	D_0D_1	D_0D_2	D_0D_3	D_0D_4	D_0D_5	D_0D_6	D_0D_7	D_0D_8	D_0D_9	D_0D_{10}	D_0D_{11}
м	*0,02*	*0,07*	*0,14*	*0,21*	*0,28*	*0,33*	*0,37*	*0,34*	*0,25*	*0,12*	*0,03*

Питання для самоконтролю

1. Як формулюється графічна інтерпретація похідної?
2. Які існують способи побудови діаграм швидкостей та прискорень?
3. Опишіть метод хорд. Чому він більш поширений ніж метод дотичних?
4. Які значення ординат диференціальної кривої відповідають зростанню ординат кривої, що диференціюється?
5. Якій точці кривої, що диференціюється відповідає максимум або мінімум на диференціальній кривій?
6. Як спрямована крива, що диференціюється, якщо значення ординат іншої диференціальної кривої додатні?
7. Навести формули для розрахунків необхідних масштабних коефіцієнтів, які використовуються при побудові діаграм переміщень, швидкостей та прискорень.
8. Чим відрізняється побудова діаграм переміщень для вихідної ланки, яка здійснює поступальний рух, від побудови діаграм переміщень для вихідної ланки, яка здійсню обертальний рух.
9. Визначте та проаналізуйте переваги та недоліки кінематичного аналізу, проведеного методом планів та методом діаграм.

Практична робота №5

Тема. Визначення врівноважуючої сили методом професора М.Є.Жуковського.

Мета. Вивчити послідовність та правила визначення врівноважуючої сили методом професора М.Є.Жуковського.

Завдання для виконання роботи

Ознайомитись із теоретичними основами даної роботи, визначити врівноважуючу силу (момент) механізму у певному положенні згідно варіанту завдань (див.таб.6) способом проф. М.Є.Жуковського.

Теоретичні основи

Якщо відомий рух системи і необхідно визначити сили, то часто зручно скористатися принципом Д'Аламбера: «Якщо до кожної з точок системи, окрім фактично діючих на неї зовнішніх та внутрішніх сил, прикласти відповідні сили інерції, то до отриманої системи сил можна буде застосувати всі рівняння статики». У даній задачі обумовлюється, що всі сили розташовані в одній площині (площині креслення)».

Із теоретичної механіки відомо, що систему сил інерції ланки можна привести до однієї сили Pu (головний вектор сил інерції) та пари сил з моментом Mu (головний вектор сил інерції).

Обравши у якості точки приведення сил інерції центр ваги ланки (точку S), отримаємо:

$$\overline{Pu}_i = -m_i \overline{a}_{si} \,, \tag{71}$$

$$\overline{Mu}_i = -J_{si} \cdot \varepsilon_i \,, \tag{72}$$

де m_i, J_{Si} - маса та центральний момент інерції ланки,

$\overline{a}_{Si}, \varepsilon_i$ - прискорення центра ваги та кутове прискорення ланки.

При цьому $\overline{Mu}$ можна представити парою сил F'_{ui} та F''_{ui}, які прикладені в точках ланки механізму перпендикулярно до цієї ланки, при чому момент пари сил повинен співпадати із напрямком $\overline{Mu}$.

Модуль цих сил розраховуємо за формулами:

$$F'_{ui} = F''_{ui} = \frac{M_{ui}}{l_i}, H \tag{73}$$

Можна M_{ui} и F_{ui} замінити однією рівнодіючою, значення якої дорівнює F_{ui}, а вектор переміщений від центра ваги S_i на відстань:

$$h = \frac{M_{ui}}{P_{ui}}, \text{ м} \tag{74}$$

Плече h необхідно відкладати з урахуванням масштабного коефіцієнта μ_l, причому таким чином, щоб момент рівнодіючої відносно S_i співпадав із напрямком M_{ui}.

Метод проф. Жуковського заснований на принципі можливих переміщень: «Якщо зв'язки ідеальні та система знаходиться у рівновазі, то сума

елементарних робіт усіх активних сил на можливих переміщеннях дорівнює нулеві».

Щоб визначити врівноважуючи силу або момент, на план швидкостей, повернутий на 90^0, у відповідні точки переносяться всі активні сили (сили ваги, сили інерції, сили опору, врівноважуюча сила). Складається рівняння рівноваги отриманого важеля: $\sum M(P_i)_{Pv} = 0$.

Приклад. Для заданого положення механізму визначити врівноважуючу силу способом проф. Жуковського.

1. Згідно даним побудуємо механізм у певному масштабі μ_l (рис.18,а).

2. Побудуємо план швидкостей для заданого положення механізму у масштабі μ_V (рис.18,б).

3. Побудуємо план прискорень для заданого положення механізму у масштабі μ_a (рис.18,в).

4. За формулами (71), (72) розрахуємо значення сил інерції та моментів сил інерції (ланку 1 вважаємо невагомою):

ланка 2: $\overline{P}_{u2} = -m_2 \overline{a}_{S2}$,

$\overline{M}_{U2} = -I_{S2} \cdot \overline{\varepsilon}_2$.

ланка 3: $\overline{P}_{u3} = -m_3 \overline{a}_{S3}$,

$\overline{M}_{U3} = -I_{S3} \cdot \overline{\varepsilon}_3$.

ланка 4: $\overline{P}_{u4} = -m_4 \overline{a}_{S4}$,

$\overline{M}_{U4} = -I_{S4} \cdot \overline{\varepsilon}_4$.

ланка 5: $\overline{P}_{u5} = -m_5 \overline{a}_{S5}$,

5. Кутові швидкості та прискорення, сили та моменти сил інерції нанесемо на механізм (рис.19,а). При цьому M_{u2} представимо парою сил P'_{u2} та P''_{u2}, прикладених в точках *A* та *B* перпендикулярно *AB*. Модуль цих сил розраховуємо за формулою (73).

Аналогічно представимо M_{u4}. Сили P'_{u4} та P''_{u4} прикладені в точках *C* і *D* перпендикулярно *CD*. M_{U3} и P_{u3} замінимо однією рівнодіючою, яка дорівнює P_{u3} та зміщена від центра ваги S_3 на відстань $h_{u3} = \frac{M_{u3}}{P_{u3}}$, м.

6. Розрахуємо сили ваги ланок:

$$G_i = m_i g, H \qquad (75)$$

7. Зобразимо сили ваги на механізмі (рис.19,б).

8. Визначимо методом проф. М.Є. Жуковського врівноважуючу силу $P_{вр}$, прикладену у точці *A* перпендикулярно O_1A. Для цього:

а) зобразимо повернутий на 90° план швидкостей механізму в заданому положенні. Точки s_i и k на плані швидкостей знайдемо за теоремою подоби;

б) у відповідні точки цього плану перенесемо сили ваги та сили інерції ланок із збереженням їх напрямків (рис.19,в);

в) у точці *a* плану швидкостей зобразимо силу $P_{вр}$ перпендикулярно $P_v a$;

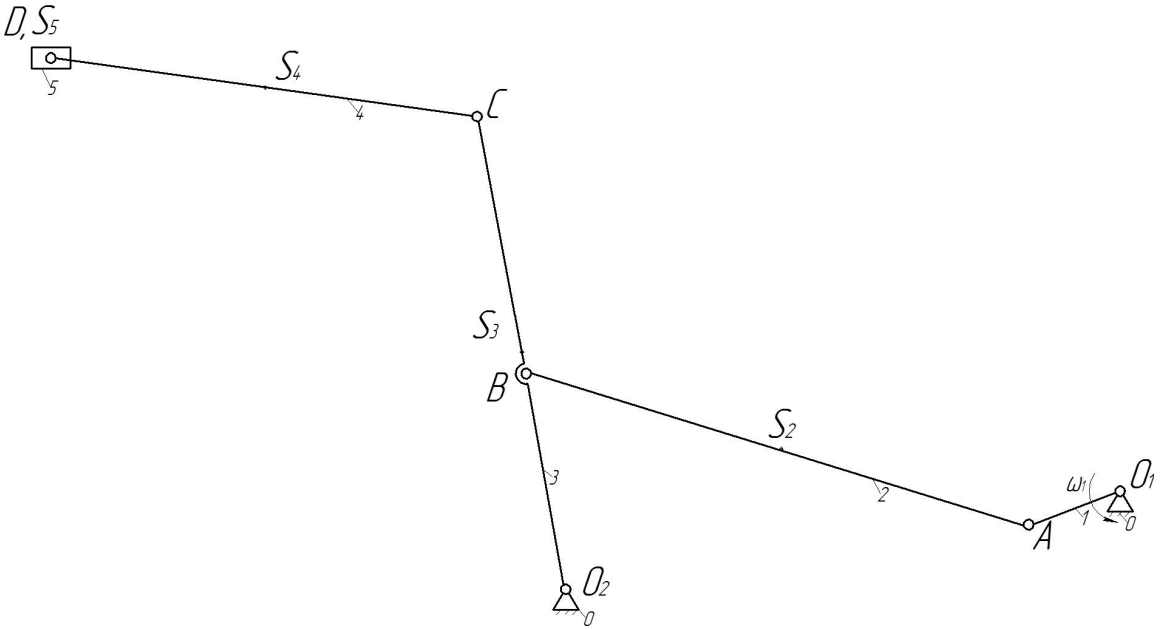
г) із рівняння рівноваги отриманого важеля $\sum M(P_i)_{Pv} = 0$, визначимо величину та напрямок $P_{вр}$:

$$P_{вр} = \frac{P_{u2} \cdot h_2 - P'_{u2} \cdot h_1 - G_2 \cdot h_3 - P''_{u2} \cdot h_4 + + P_{u3} \cdot h_5 + G_3 \cdot h_6 - P''_{u4} \cdot h_7}{P_V a} +$$

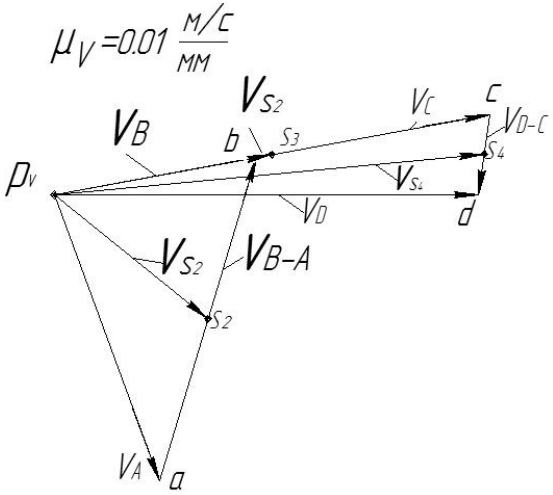
$$+ \frac{G_4 \cdot h_8 + P_{u4} \cdot h_9 + P'_{u4} \cdot h_{10} + P_{u5} \cdot P_V d + P_{on} \cdot P_V d}{P_V a} \quad , H \qquad (76)$$

Питання для самоконтролю

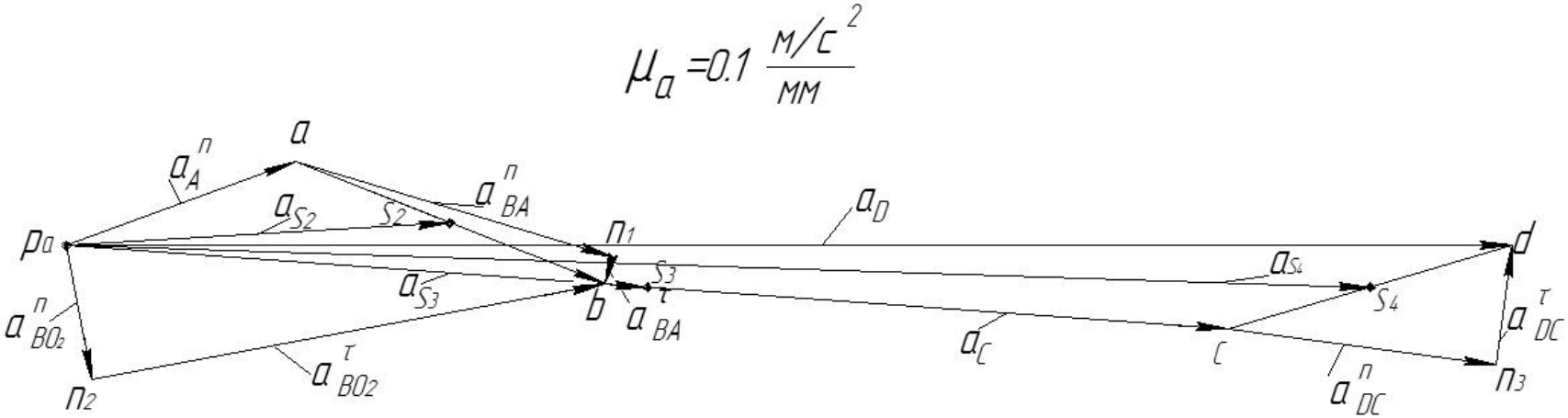
1. Назвіть основні задачі динамічного дослідження механізмів.
2. Які сили відносяться до рушійних, а які до корисного та шкідливого опору?
3. Наведіть формули визначення сили, роботи, потужності, моменту.
4. Як визначити величину і напрямок сили (моменту) інерції?
5. Які задачі та практичне значення силового розрахунку механізмів?
6. У чому полягає принцип Даламбера?
7. Яку систему називаються статично визначеною?
8. Сформулюйте правило важеля Жуковського.
9. Яка послідовність силового розрахунку механізмів методом професора М.Є.Жуковського?



а) план механізму у заданому положенні

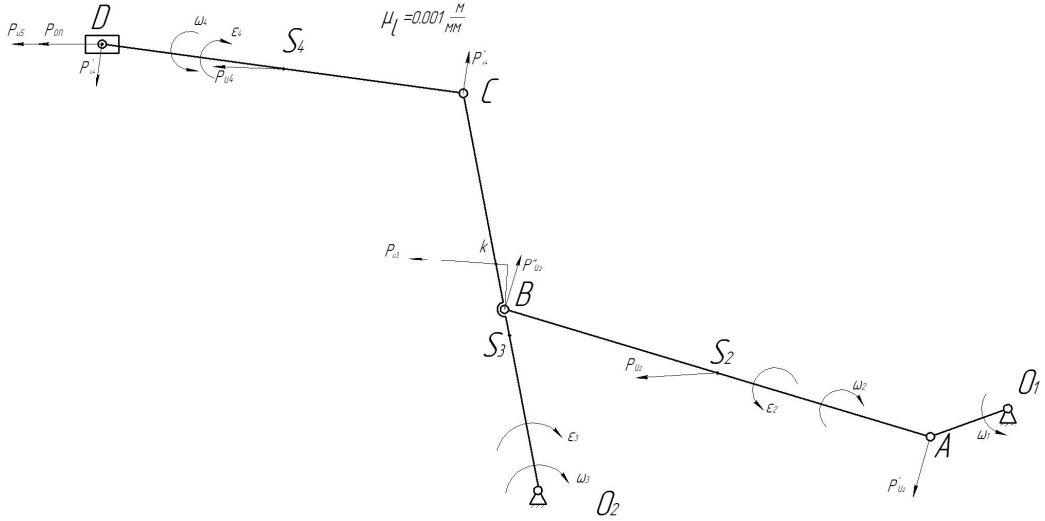


б) план швидкостей

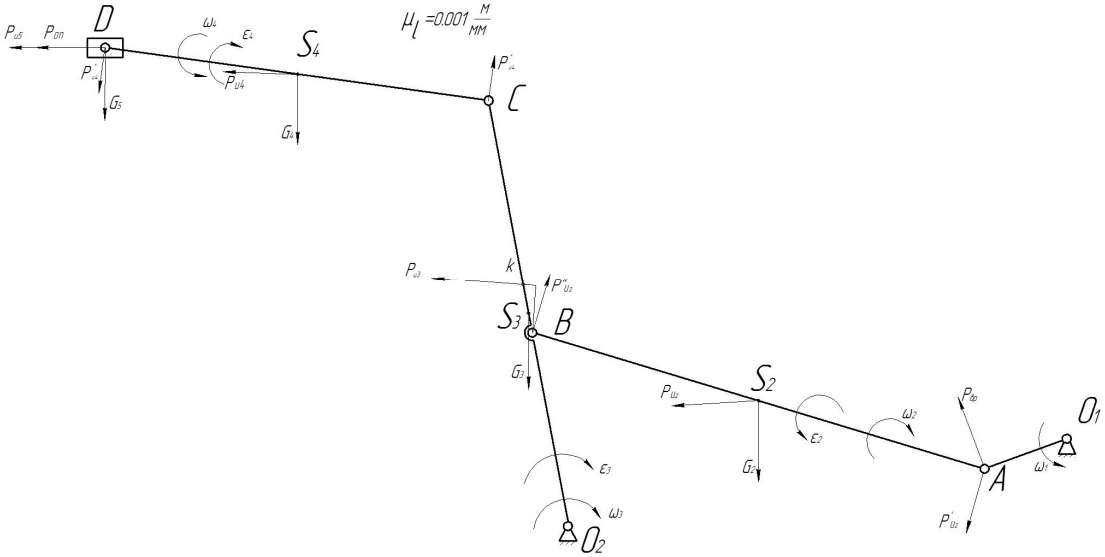


в) план прискорень

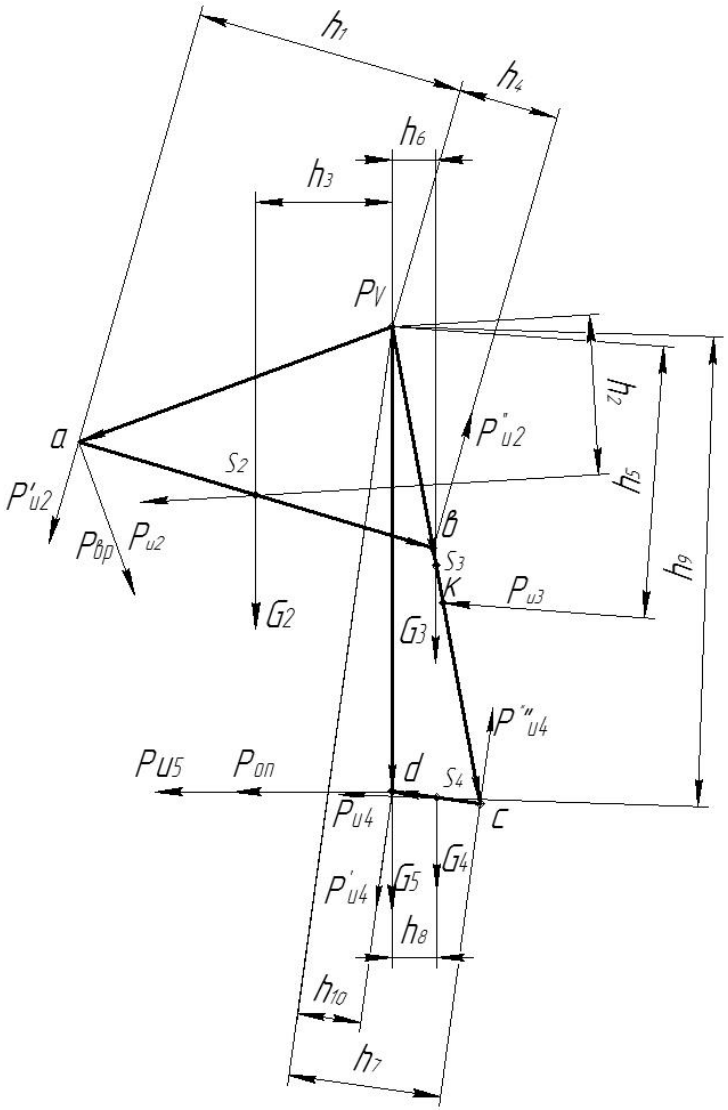
Рисунок 18



а) нанесення кутових швидкостей, прискорень, сил та моментів сил інерції



б) нанесення сил ваги на ланки механізму



в) важіль Жуковського

Рисунок 19

Практична робота №6

Тема. Кінетостатичний розрахунок важільного механізму способом розбиття на групи Ассура.

Мета. Придбати навички з визначення реакцій в кінематичних парах та врівноважуючої сили або її моменту, прикладеного до ведучої ланки механізму.

Завдання для виконання роботи

Виконати кінетостатичний розрахунок механізму способом розбивання на групи Ассура. Варіант завдання обрати за таблицею 6.

Теоретичні основи

Якщо не враховувати силу тертя в кінематичних парах при кінетостатичному розрахунку механізму, то:

- в обертальній кінематичній парі 5-го класу реакція однієї ланки на іншу відбувається через центр шарніра, а невідомі: величина та напрямок реакції;
- у поступальній кінематичній парі 5-го класу реакція перпендикулярна до осі відносного руху ланок, а невідомі: величина та точка прикладання реакції;
- у вищій кінематичній парі 4-го класу реакція прикладена у точці дотику ланок та спрямована за нормаллю, яку проведено через точку дотику, невідома величина реакції.

Позначення реакцій рекомендується наступне:

- якщо відома лінія дії повної реакції, то R_{50} – повна реакція, яка діє з боку ланки 0 та прикладена до ланки 5;
- у випадку шарнірного з'єднання двох ланок повна реакція розкладається на дві складові: R^n_{50} – нормальну, спрямовану вздовж ланки та R^τ_{50} – дотичну, перпендикулярну ланці.

Послідовність розв'язання задачі:

1. Зображується механізм у заданому положенні у масштабі μ_l *(рис.20, а)*. Для нього будується план швидкостей у масштабі μ_V *(рис.20, б)*. та план прискорень у масштабі μ_a*(рис.20, в)*.. Визначаються кутові швидкості та кутові прискорення ланок, лінійні швидкості та прискорення центрів мас ланок. Напрямки кутових ланок та лінійних прискорень центрів мас наносяться на план механізму.
2. Механізм розкладається на групи Ассура. Кожна група зображується у масштабі μ_l у заданому положенні *(рис.20, г)*.
3. Виконується силовий аналіз кожної групи Ассура (метод акад. Брусвича М.Г.). Дослідження починають з останньої приєднаної групи, потім досліджується передостання приєднана група і т.д. Останньою досліджується ведуча ланка.

Силовий розрахунок груп Ассура виконується у наступній послідовності:

1. Від'єднати групу Ассура від механізму, дію ланок замінити реакціями, прикласти до ланок групи Ассура відомі сили та

моменти сил, у тому числі головні вектори сил інерції та головні моменти сил інерції, які визначаються за формулами (71), (72). Усі сили на ланках зображуються не в масштабі, але зі збереженням їх напрямків та точок прикладення. Знайти суму моментів всіх сил, які діють на одну ланку групи Ассура, відносно точки (кінематичної пари) так, щоб із отриманого рівняння можна було знайти значення тангенційної складової реакції).

2. Скласти векторне рівняння всіх сил, діючих на групу Ассура, яке дорівнює нулеві. У векторне рівняння увійдуть два невідомих вектори, їх перетин при графічній побудові надасть розв'язання векторного рівняння.

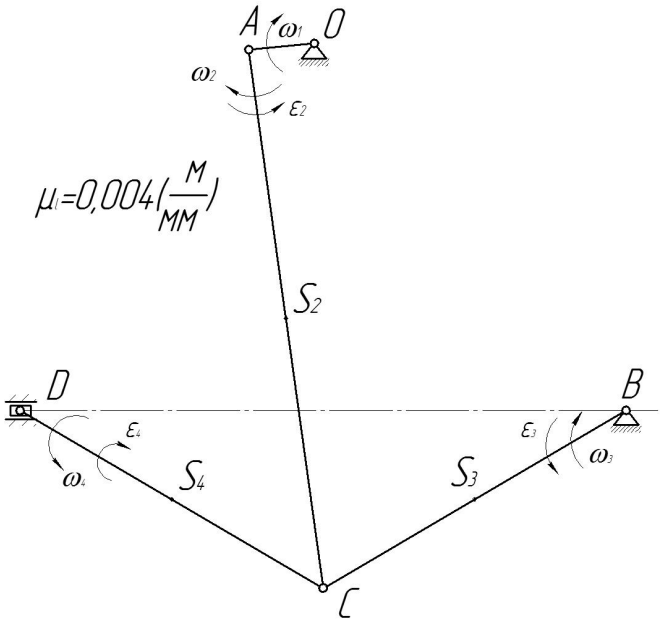
Умовно в ТММ за ведучу ланку приймається ланка (кривошип), до якої підводиться рух зовні і яка приводить у рух механізм робочих машин. Силовий розрахунок ведучої ланки здійснюється у наступному порядку:

- від'єднати ведучу ланку від стойки, а дію стойки замінити реакцією;
- прикласти до ведучої ланки відомі сили;
- прикласти до ведучої ланки силу реакції групи Ассура, рівну за величиною, але спрямовану у протилежний бік сили реакції ведучої ланки на групу Ассура, яку визначили в результаті розрахунку групи Ассура;
- перпендикулярно до ведучої ланки прикласти у крайній точці невідому за величиною врівноважуючи силу;
- скласти векторне рівняння усіх сил, які діють на ведучу ланку, векторна сума сил дорівнюватиме нулеві; із рівняння знайти реакцію стойки на ведучу ланку.

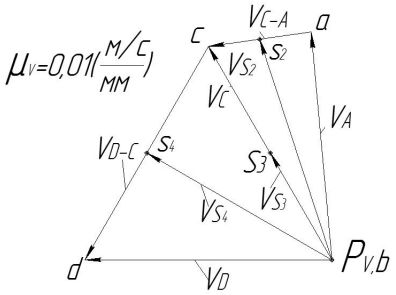
В таблиці 11 наведені розрахункові схеми найбільш розповсюджених груп Ассура.

Питання для самоконтролю

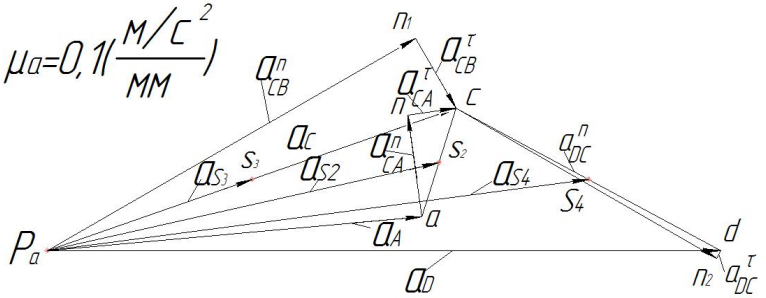
1. Яка послідовність силового розрахунку механізмів?
2. Як визначити значення та напрямок сили інерції?
3. Як визначити значення та напрямок сили тяжіння?
4. Що таке пара сил?
5. Які силові показники називають активними, які – реактивними?
6. Назвіть реакції, охарактеризуйте їх напрямок у поступальних та обертальних кінематичних парах.
7. Опишіть послідовність побудови силових багатокутників.
8. У чому полягає методика визначення врівноважуючої сили шляхом розбиття на групи Ассура?
9. Які припущення можна допускати при силовому аналізі механізму?



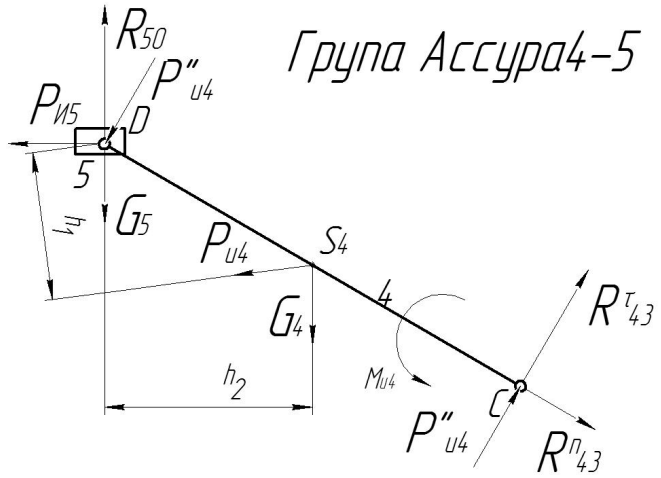
а) зображення плану механізму у заданому положенні

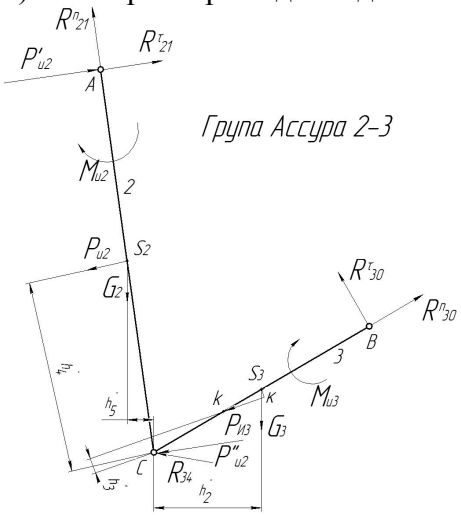


б) план швидкостей для заданого положення механізму

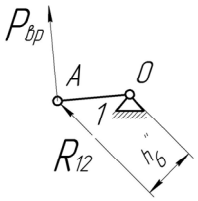


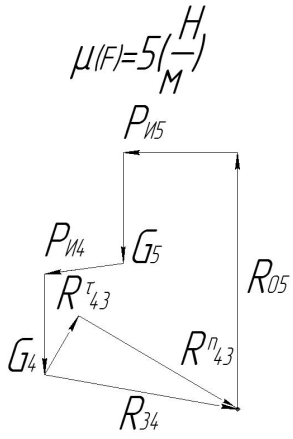
в) план прискорень для заданого положення механізму





г) відокремлення груп Ассура з позначенням всіх діючих на ланки сил



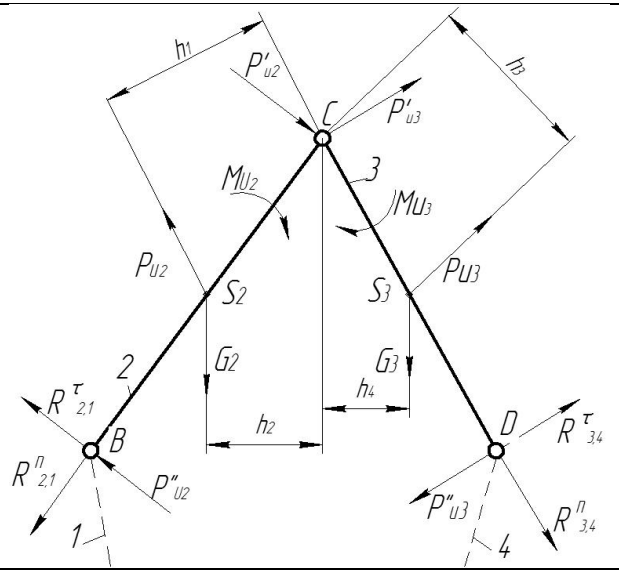
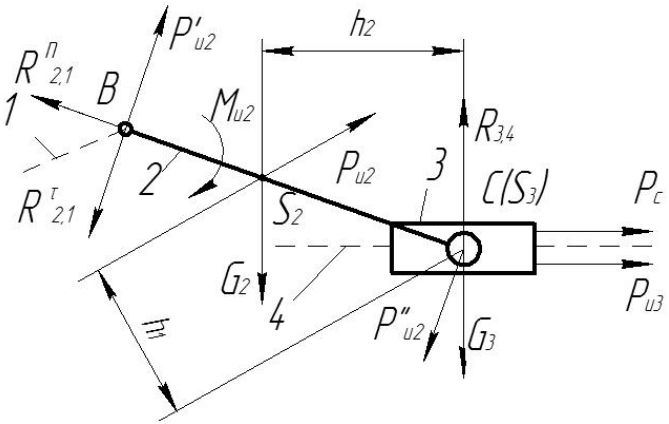


д) план сил для групи Ассура 4-5

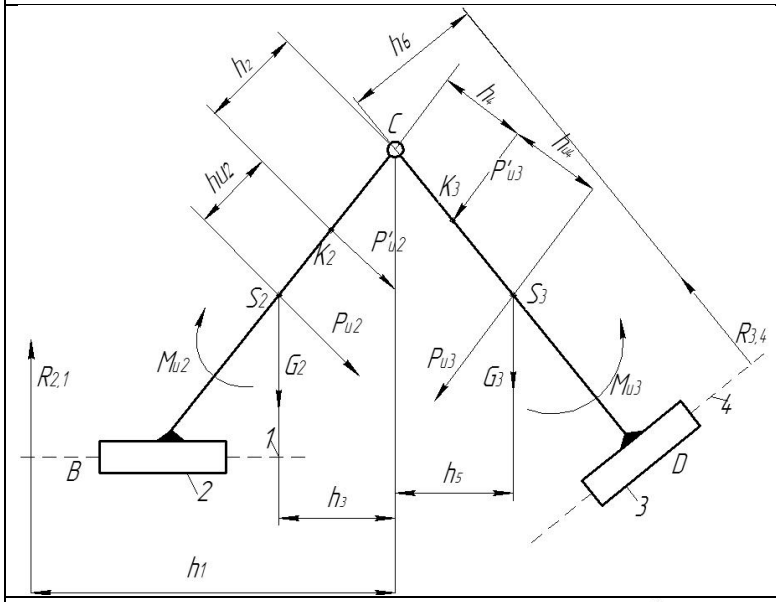
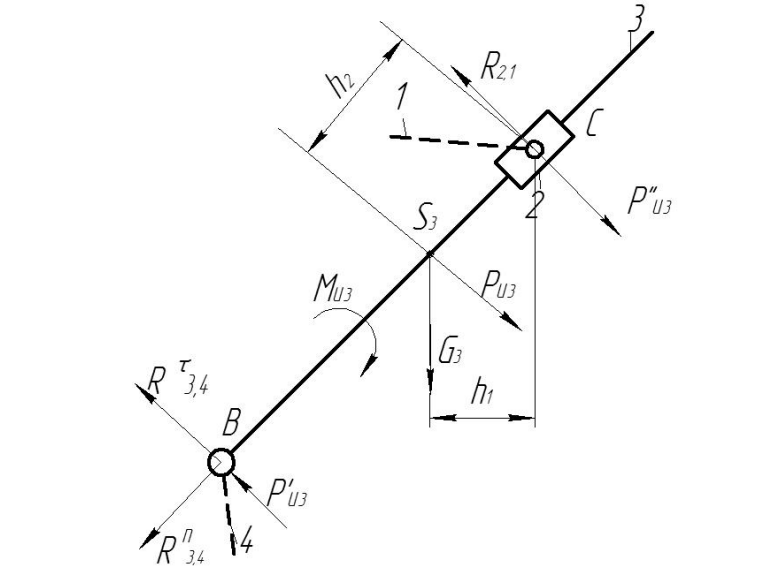
Рисунок 20

Таблиця 10 –

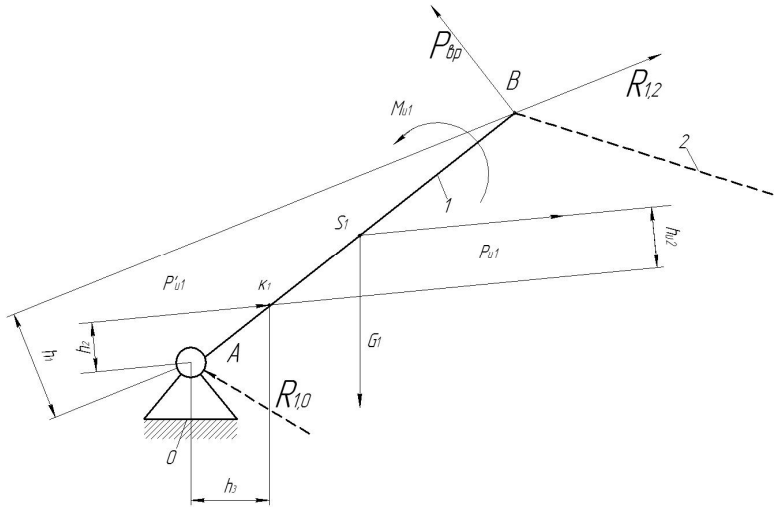
Розрахункові схеми найбільш розповсюджених груп Ассура

Розрахункова схема	Параметр, який визначається	Умова рівноваги	Метод розв'язання	Рівняння рівноваги
1	2	3	4	5
	$R^{\tau}_{2,1}$	ланки 2	аналітичний $\sum Mc = 0$	$-R^{\tau}_{2,1} \cdot BC - Pu_2 \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 - P''u_2 \cdot BC = 0$
	$R^{\tau}_{3,4}$	ланки 3	аналітичний $\sum Mc = 0$	$R^{\tau}_{3,4} \cdot CD + Pu_3 \cdot h_3 + G_3 \cdot h_4 - P''u_3 \cdot CD = 0$
	$R^{n}_{2,1}$ $R^{n}_{3,4}$	групи	графічний $\sum \overline{P}_{i(3,4)} = 0$	$\overline{R}^{n}_{2,1} + \overline{R}^{\tau}_{2,1} + \overline{G}_2 + \overline{Pu}_2 + \overline{G}_3 + \overline{Pu}_3 + \overline{R}^{\tau}_{3,4} + \overline{R}^{n}_{3,4} = 0$
	$R_{2,3} = -R_{3,2}$	ланки 2	графічний $\sum \overline{P}_{i(2)} = 0$	$\overline{R}_{2,1} + \overline{G}_2 + \overline{Pu}_2 + \overline{R}^{n}_{2,3} = 0$
	$R^{\tau}_{2,1}$	ланки 2	аналітичний $\sum Mc = 0$	$R^{\tau}_{2,1} \cdot BC - P'u_2 \cdot BC - Pu_2 \cdot h_{\backslash 1} + G_2 \cdot h_2 = 0$
	$R^{n}_{2,1}$ $R_{3,4}$	групи	графічний $\sum \overline{P}_{i(2,3)} = 0$	$\overline{R}^{n}_{2,1} + \overline{R}^{\tau}_{2,1} + \overline{G}_2 + \overline{Pu}_2 + \overline{G}_3 + \overline{Pu}_3 + \overline{Pc} + \overline{R}_{3,4} = 0$
	$R_{3,2} = -R_{2,3}$	ланки 3	графічний $\sum \overline{P}_{i(3)} = 0$	$\overline{G}_3 + \overline{Pu}_3 + \overline{Pc} + \overline{R}_{3,4} + \overline{R}_{3,2} = 0$

Продовження таблиці 10

1	2	3	4	5
	$R_{2,1}$ $R_{3,4}$	Групи	графічний $\sum \overline{P}_{i(2,3)} = 0$	$\overline{R}_{2,1} + \overline{G}_2 + \overline{P}'u_2 + \overline{G}_3 + \overline{P}'u_3 +$ $+ \overline{R}_{3,4} = 0$
	$R_{2,3} = - R_{3,2}$	ланки 2	графічний $\sum \overline{P}_{i(2)} = 0$	$\overline{R}_{2,1} + \overline{G}_2 + \overline{P}'u_2 + \overline{R}_{2,3} = 0$
	h_1	ланки 2	аналітичний $\sum Mc = 0$	$- R_{2,1} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_3 + P'u_2 \cdot h_2 = 0$
	h_6	ланки 3	аналітичний $\sum Mc = 0$	$R_{3,4} \cdot h_6 - G_3 \cdot h_5 - P'u_3 \cdot h_4 = 0$
	$R_{2,1}$ $R_{3,4}$	Групи	аналітичний $\sum Mc = 0$	$- R^{\tau}_{3,4} \cdot BC - P'u_3 \cdot BC + G_3 \cdot h_1 +$ $+ Pu_3 \cdot h_{\backslash 2} = 0$
	$R^{n}_{3,4}$ $R_{3,4}$ $R_{2,1}$	Групи	графічний $\sum \overline{P}_{i(3,2)} = 0$	$\overline{R}^{n}_{3,4} + \overline{R}^{\tau}_{3,4} + \overline{G}_3 + \overline{P}u_3 + \overline{R}_{2,1} = 0$
	$R_{2,3}$	ланки 2	графічний $\sum \overline{P}_{i(2)} = 0$	$\overline{R}_{2,3} + \overline{R}_{2,1} = 0$

Продовження таблиці 10

1	2	3	4	5
	$P_{вр}$	ланки 1	аналітичний $\sum M_A = 0$	$P_{вр} \cdot AB - R_{1,2} \cdot h_1 - P'u_1 \cdot h_2 - G_1 \cdot h_3 = 0$
	$M_{вр}$			$M_{вр} = P_{вр} \cdot AB \cdot \mu_l$
	$R_{1,0}$	ланки 1	графічний $\sum \overline{P}_{i(1)} = 0$	$\overline{R}_{1,n} + \overline{G}_1 + \overline{P'u}_1 + \overline{R}_{1,2} = 0$

Практична робота №7

Тема. Кінематичне дослідження планетарних механізмів із використанням способу Вілліса.

Мета. Навчитись визначати передаточне відношення зубчастих механізмів та окремих ступенів. Засвоїти особистості кінематичного аналізу планетарних механізмів із застосуванням способу Вілліса.

Завдання для виконання роботи

Визначити аналітично кутові швидкості усіх ланок зубчастого механізму, обраного за таблицею 12.

Теоретичні основи

У якості прикладу роздивимось механізм, зображений на рис. 21.

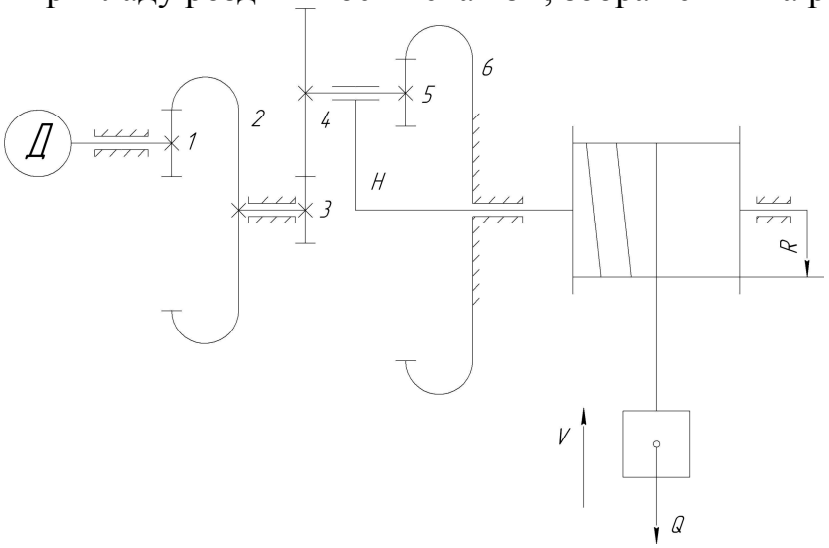


Рисунок 21

Нехай нам відомі кутова швидкість електродвигуна $n_{дв},(об/хв)$ та числа зубів коліс $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$. Для наданого механізму необхідно визначити кутові швидкості усіх ланок.

1. Розрахуємо кутову швидкість електродвигуна в $\frac{рад.}{сек.}$:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_{дв.}}{30}, (\frac{1}{сек.}) \qquad (77)$$

Механізм, який ми досліджуємо складається із зубчастої пари 1-2 з нерухомими осями та послідовно з'єднаної з нею планетарної ступені, яка включає колесо 3, подвійний сателіт 4,5, водило Н та нерухоме колесо 6.

Загальне передаточне відношення послідовно з'єднаних механізмів:

$$U_{1H} = U_{12} \cdot U_{3H} \qquad (78)$$

Виразимо U_{12} через числа зубів коліс:

$$U_{12} = +\frac{Z_2}{Z_1} \qquad (79)$$

Для визначення передаточного відношення планетарної ступені приймемо метод обернення руху (спосіб Вілліса).

Для цього усім ланкам планетарної ступені повідомляємо додаткове обертання навколо осі водила з кутовою швидкістю, яка дорівнює за модулем кутовій швидкості водила, але протилежний за напрямком. В результаті обертання руху водило стає нерухомим, планетарний механізм перетворюється на звичайний зубчастий механізм з рухомими осями.

Для наданого механізму формулу Вілліса зручно записати у наступному вигляді:

$$U_{36}^{(H)} = \frac{\omega_3 - \omega_H}{\omega_6 - \omega_H} \tag{80}$$

Оскільки $\omega_6 = 0$, а $\frac{\omega_3}{\omega_H} = U_{3H}$, то

$$U_{3H}^{(H)} = 1 - \frac{\omega_3}{\omega_H} = 1 - U_{3H},\ U_{3H} = 1 - U_{36}^{(H)} \tag{81}$$

Передаточне відношення $U_{36}^{(H)}$ виражаємо через числа зубців коліс:

$$U_{36}^{(H)} = U_{34}^{(H)} \cdot U_{56}^{(H)} = (-\frac{Z_4}{Z_3}) \cdot \frac{Z_6}{Z_5} \tag{82}$$

Значить, передаточне відношення планетарного механізму

$$U_{3H} = 1 + \frac{Z_4 \cdot Z_6}{Z_3 \cdot Z_5} \tag{83}$$

Загальне передаточне відношення:

$$U_{1H} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot (1 + \frac{Z_4 \cdot Z_6}{Z_3 \cdot Z_5}) \tag{84}$$

Оскільки $U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H}$, $\omega_H = \frac{\omega_1}{U_{1H}}, (\frac{1}{сек.})$, $U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$, $\omega_2 = \frac{\omega_1}{U_{12}}, (\frac{1}{сек.})$ та $\omega_3 = \omega_2$.

Для визначення кутової швидкості сателіту необхідно знати U_{5H}.

За формулою Вілліса:

$$U_{56}^{(H)} = \frac{\omega_5 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - U_{5H} \tag{85}$$

Оскільки $U_{56}^{(H)} = \frac{Z_6}{Z_5}$, то $U_{5H} = 1 - \frac{Z_6}{Z_5}$, тоді $\omega_5 = \omega_H \cdot U_{5H}, (\frac{1}{сек.})$ та $\omega_4 = \omega_5$.

Передаточне відношення від двигуна до сателіту:

$$U_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} \tag{86}$$

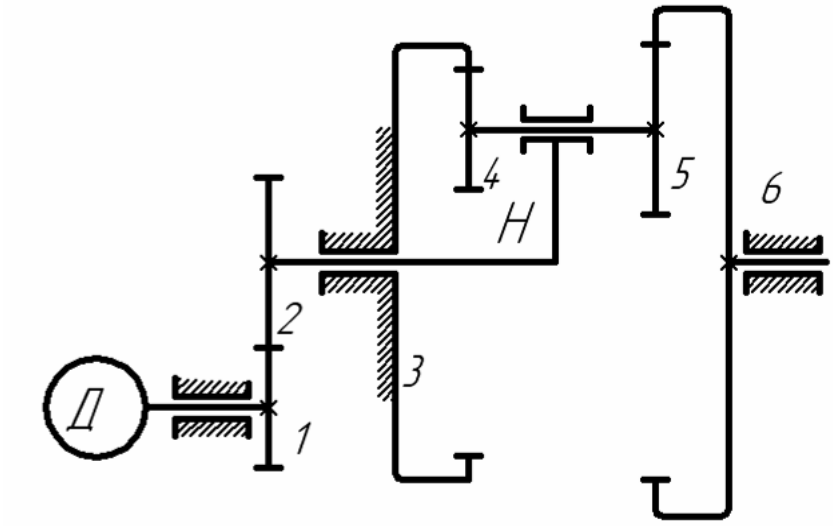
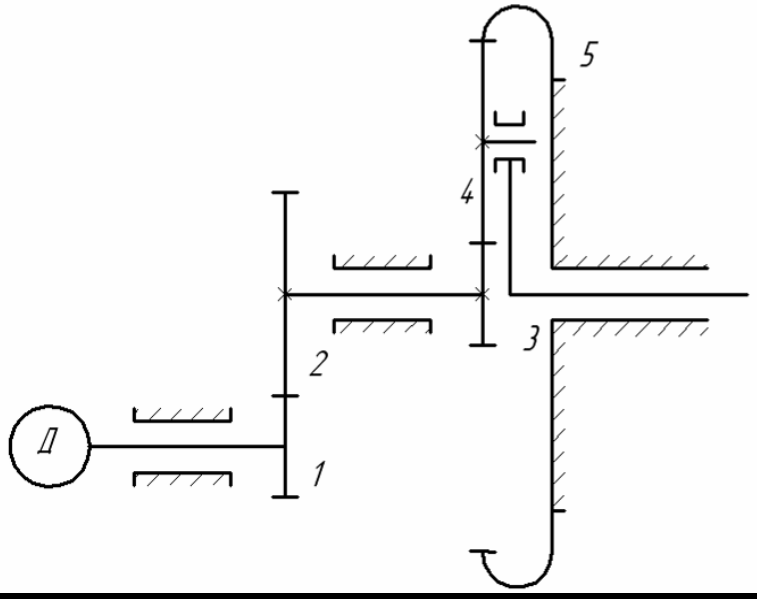
Питання для самоконтролю

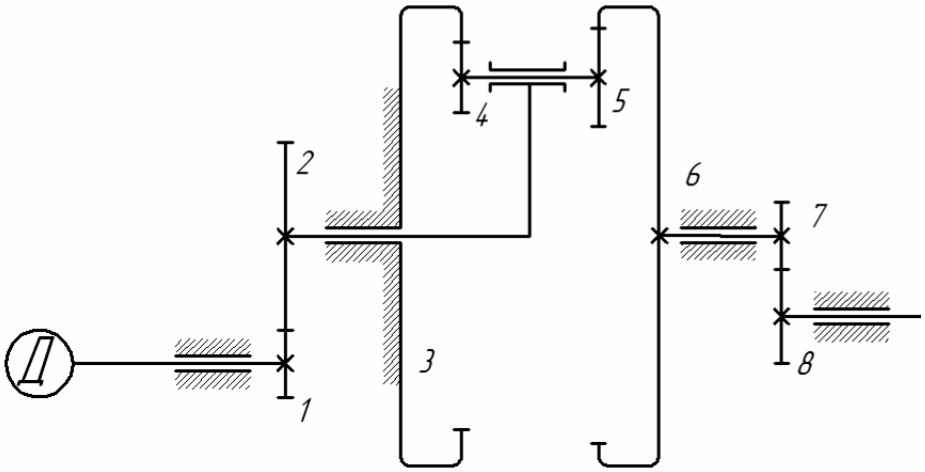
1. Яка існує класифікація передач?
2. Назвіть передачі зчепленням.
3. Наведіть приклади застосування зубчастих передач.
4. Що таке передаточне відношення?

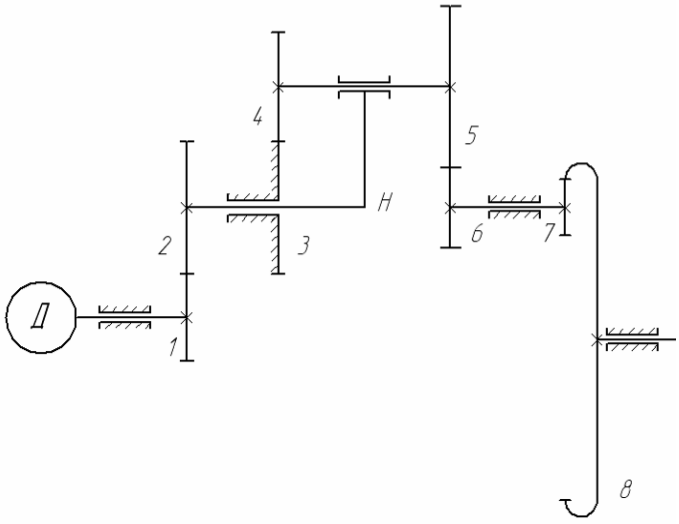
5. Як визначається знак передаточного відношення?
6. Які механізми називаються планетарними?
7. Запишіть формули визначення передаточного відношення через геометричні та кінематичні показники.
8. Особливості визначення передаточного відношення планетарних механізмів аналітичним методом.

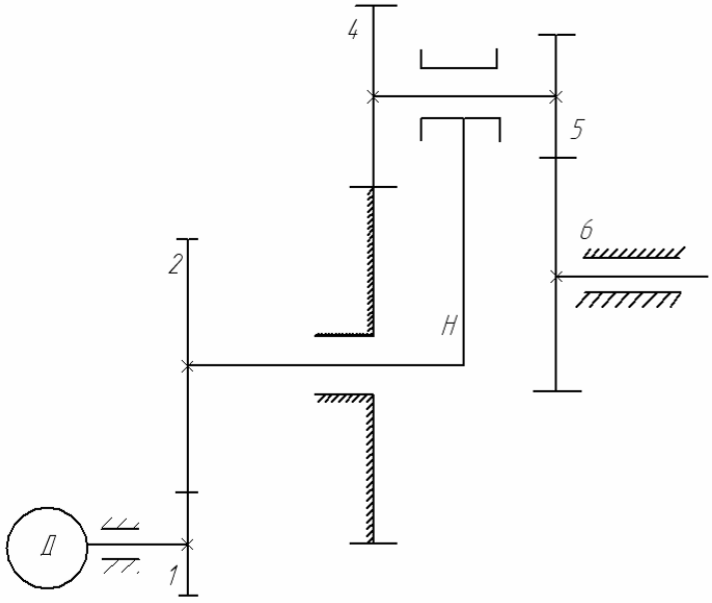
Таблиця 11 –

Варіанти завдань для виконання практичних робіт 7,8

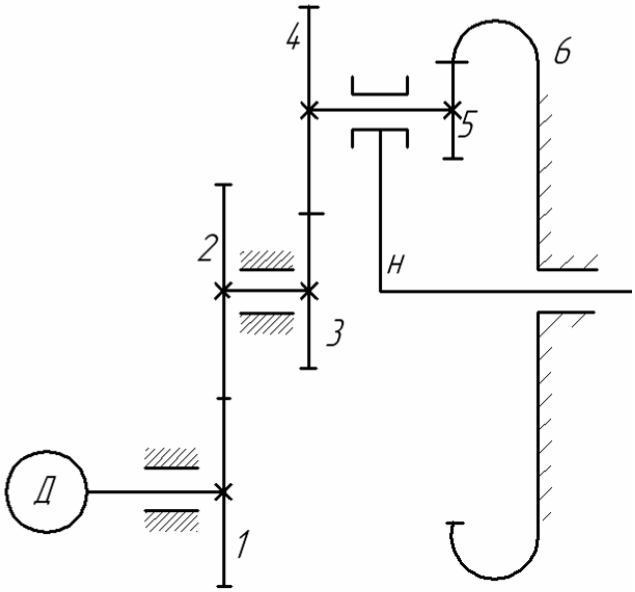
Кінематична схема зубчастого механізму	*Дані для розрахунку*	
Варіант 1		
	$n_{дв}$ об/хв	1480
	Z_1	19
	Z_2	40
	Z_3	88
	Z_4	20
	Z_5	24
	Z_6	92
	m	5
Варіант 2		
	$n_{дв}$ об/хв	960
	Z_1	18
	Z_2	30
	Z_3	19
	Z_4	36
	Z_5	91
	m	4

Варіант 3		
	$n_{дв}$ об/хв	1980
	Z_1	15
	Z_2	35
	Z_3	100
	Z_4	25
	Z_5	17
	Z_6	92
	Z_7	18
	Z_8	32
	m	5

Варіант 4		
	$n_{дв}$ об/хв	2970
	Z_1	17
	Z_2	32
	Z_3	55
	Z_4	47
	Z_5	52
	Z_6	50
	Z_7	16
	Z_8	40
	m	4

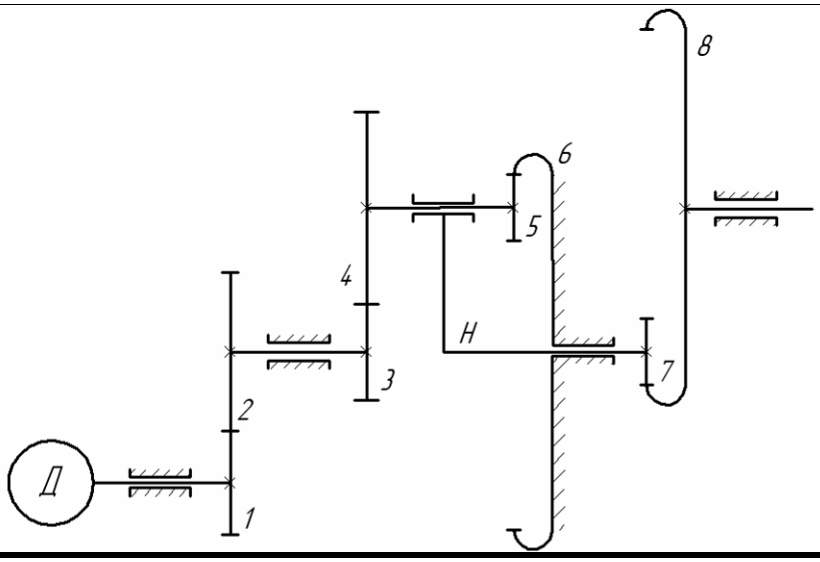
Варіант 5		
	$n_{дв}$ об/хв	1470
	Z_1	16
	Z_2	38
	Z_3	45
	Z_4	37
	Z_5	42
	Z_6	40
	m	4

Варіант 6



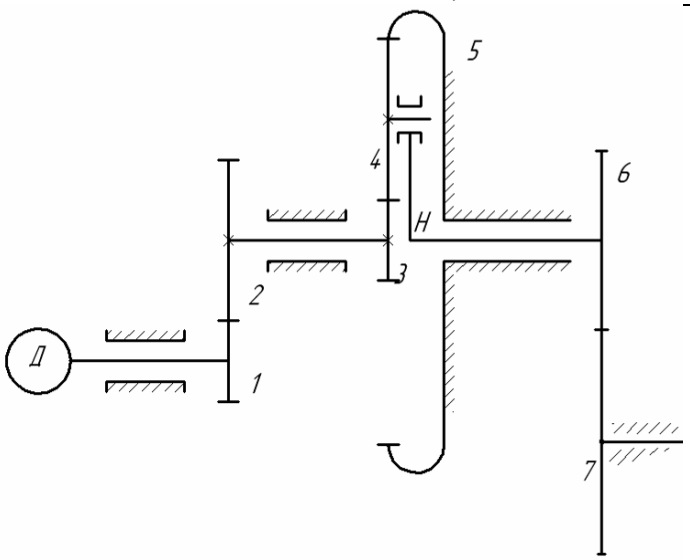
$n_{дв}$ об/хв	960
Z_1	17
Z_2	28
Z_3	18
Z_4	30
Z_5	15
Z_6	63
m	4

Варіант 7



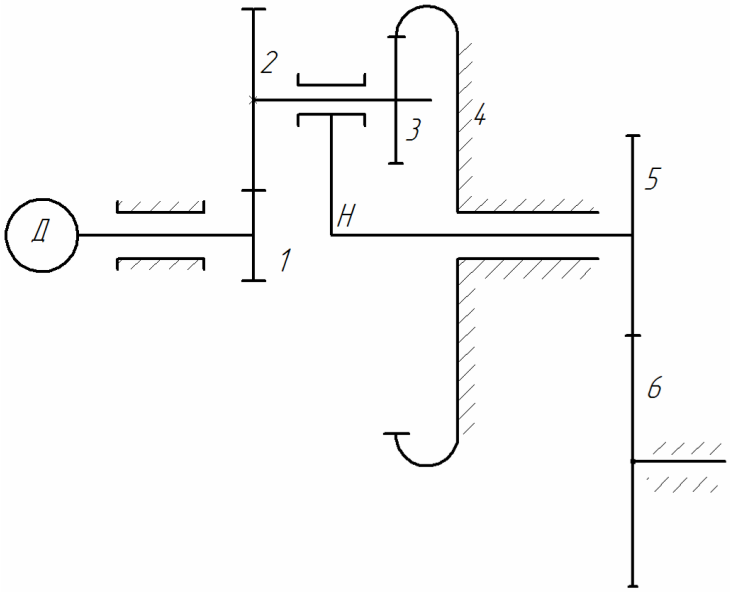
$n_{дв}$ об/хв	2970
Z_1	17
Z_2	30
Z_3	24
Z_4	30
Z_5	18
Z_6	72
Z_7	20
Z_8	50
m	6

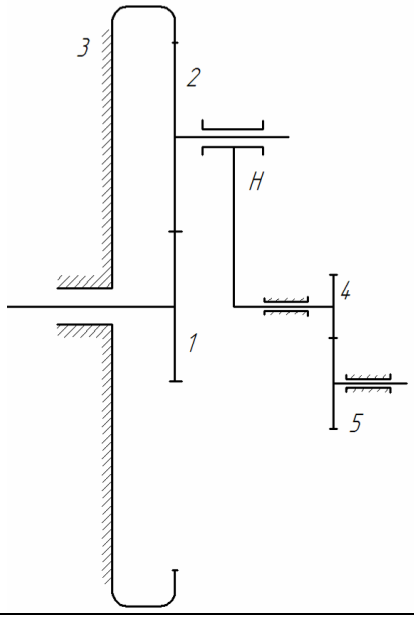
Варіант 8



$n_{дв}$ об/хв	1485
Z_1	17
Z_2	24
Z_3	20
Z_4	40
Z_5	100
Z_6	15
Z_7	26
m	4

Продовження таблиці 11

Варіант 9		
	$n_{дв}$ об/хв	960
	Z_1	20
	Z_2	40
	Z_3	18
	Z_4	78
	Z_5	21
	Z_6	31
	m	6

Варіант 10		
	$n_{дв}$ об/хв	2970
	Z_1	22
	Z_2	30
	Z_3	82
	Z_4	18
	Z_5	30
	m	6

Практична робота №8

Тема. Кінематичне дослідження планетарних механізмів способом побудови діаграм лінійних та кутових швидкостей.

Мета. Навчитись будувати діаграми лінійних та кутових швидкостей ланок планетарних механізмів.

Завдання для виконання роботи

Визначити кутові та лінійні швидкості усіх ланок зубчастого механізму, використовуючи спосіб побудови діаграм лінійних та кутових швидкостей (варіант обрати за таблицею 12).

Теоретичні основи

Роздивимось приклад побудови діаграми лінійних та кутових швидкостей для механізму, зображеного на рис. 22.

1. Визначимо діаметри ділильних кіл некоригованих зубчастих коліс за формулою:

$$d_i = m \cdot Z_i, (мм) \tag{87}$$

2. Зобразимо кінематичну схему редуктора в двох проекціях, прийнявши масштабний коефіцієнт (рис.22,а)

$$\mu_l = \frac{r_1}{O_1 A}, (\frac{м}{мм}) \tag{88}$$

3. На другій проекції будуємо три сателіта на рівних відстанях один від одного (рис.22,б).

4. Будуємо діаграму лінійних швидкостей.

4.1. Для цього обчислюємо швидкість точки *A:*

$$V_A = \omega_1 \cdot r_1, (\frac{м}{сек.}) \tag{89}$$

4.2. Відкладаємо відрізок aq, який зображає V_A та обчислюємо масштабний коефіцієнт:

$$\mu_V = \frac{V_A}{aq}, (\frac{м/сек.}{мм}) \tag{90}$$

Швидкості точок однієї ланки пропорційні відстаням їх до постійних або миттєвих осей обертання. Враховуючи це, можна прямими лініями вказати розподіл лінійних швидкостей точок ланок, які розташовані на лінії центрів.

4.3. З'єднавши кінець вектора $\overline{aq}$ з точкою O_1, отримаємо промінь 1, який виражає закон розподілу лінійних швидкостей точок ланки 1.

4.4. Аналогічно луч 2,3 виражає закон розподілу лінійних швидкостей ланки 2,3. Знаючи його, будуємо вектор $\overline{bq_1}$, який зображує V_B.

4.5. Колесо 6 нерухоме і тому точка С – миттєвий центр обертання сателіта. Тому, з'єднавши кінець вектора $\overline{bq_1}$ з точкою C, отримаємо промінь *4,5* – закон розподілу лінійних швидкостей точок сателіта. Тоді вектор $\overline{dq_2}$ зображує лінійну швидкість точки D.

4.6. З'єднавши q_2 з точкою O, отримаємо промінь H – закон розподілу точок водила (рис.21,б).

5. Будуємо діаграму кутових швидкостей.

5.1. Перпендикулярно лінії центрів проводимо ось кутових швидкостей ω (рис.).

5.2. Із довільної точки *P*, взятої не на осі, паралельно лінії центрів та променям *1, 2, 3, 4, 5 і H* проводимо прямі *PO, P1, P2,3, P4,5, PH* до перетину з віссю кутових швидкостей (рис.21,в). Відрізки *(0-1), (0-2,3), (0-4,5), (0-H)* зображують кутові швидкості ланок у масштабі:

$$\mu_\omega = \frac{\mu_4}{\mu_l \cdot (OP)}, (\frac{1/сек.}{мм}) \qquad (91)$$

Як бачимо, кутові швидкості ω_1, $\omega_{2,3}$ та ω_H співпадають за напрямком, а $\omega_{4,5}$ спрямована у протилежному напрямку.

5.3. Розрахуємо кутові швидкості за діаграмою:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= (0-1)\cdot\mu_\omega, (\frac{1}{сек.}), \\ \omega_2 = \omega_3 &= (0-2{,}3)\cdot\mu_\omega, (\frac{1}{сек.}), \\ \omega_4 = \omega_5 &= (0-4{,}5)\cdot\mu_\omega, (\frac{1}{сек.}), \\ \omega_H &= (0-H)\cdot\mu_\omega, (\frac{1}{сек.}) \end{aligned} \qquad (92)$$

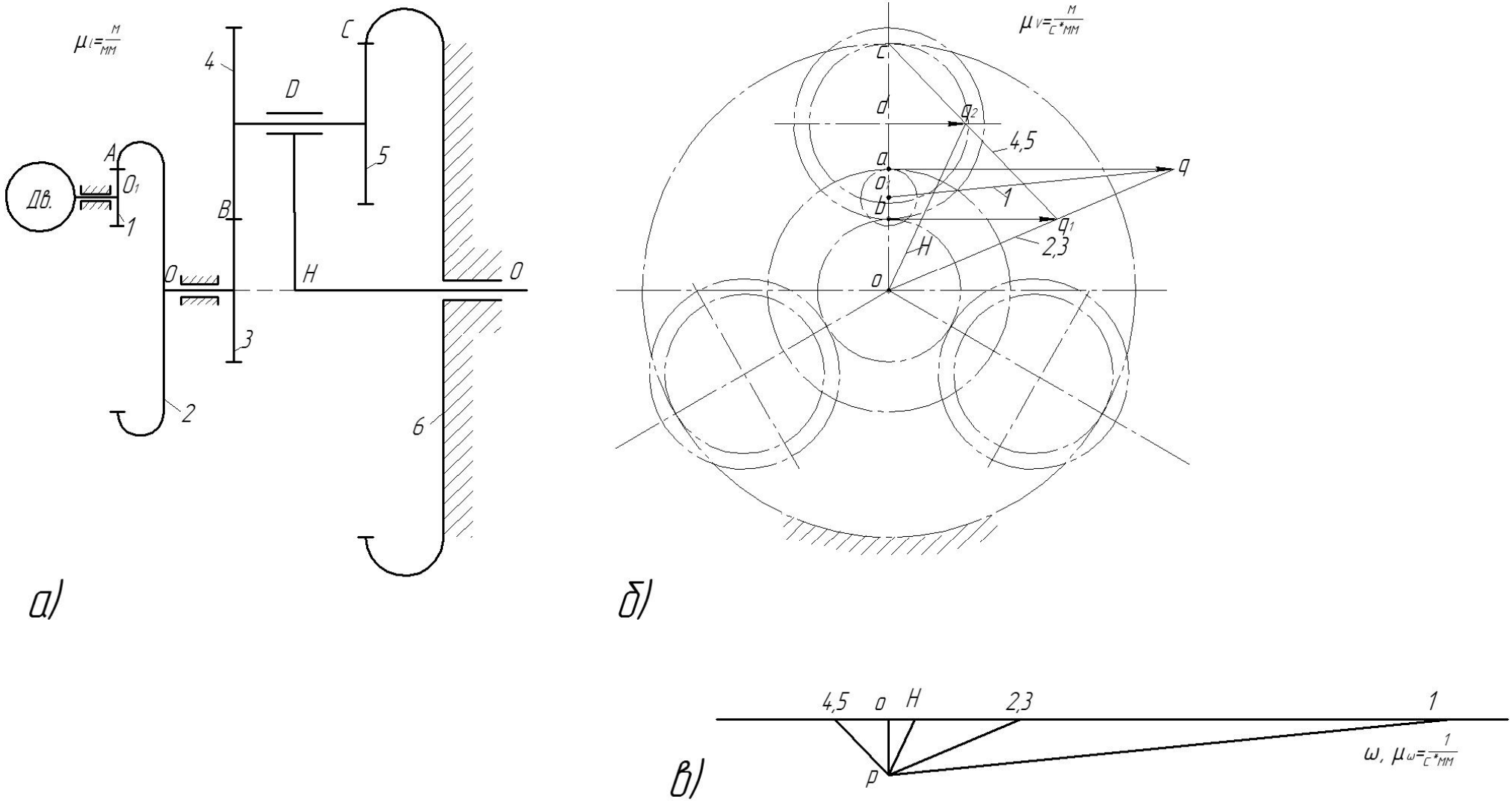
За діаграмою кутових швидкостей можна визначати передаточні відношення, наприклад:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(0-1)}{(0-2{,}3)},\ U_{3H} = \frac{\omega_3}{\omega_H} = \frac{(0-2{,}3)}{(0-H)},\ U_{34}^{(H)} = \frac{\omega_3 - \omega_н}{\omega_4 - \omega_H} = -\frac{(H-2{,}3)}{(H-4{,}5)}$$

Для побудови діаграми кутових швидкостей можна обрати зручну величину μ_ω і за залежністю (91) визначити довжину відрізка *OP*.

Питання для самоконтролю

1. Які передачі називають ступінчастими?
2. Які передачі називають паразитними?
3. Чи залежить величина передаточного відношення зубчастого механізму від числа зубців паразитного колеса?
4. Опишіть графічний спосіб визначення кінематичних параметрів планетарних механізмів.
5. За яких умов обирають параметри планетарних механізмів?
6. Які переваги та недоліки мають планетарні механізми у порівнянні з іншими видами зубчастих передач?
7. Надайте порівняльну характеристику аналітичного та графічного способів визначення кінематичних параметрів.



$\mu_l = \frac{м}{мм}$
Дв.
A
O_1
1
4
B
D
C
5
O
H
O
3
2
6
а)
$\mu_v = \frac{м}{с*мм}$
c
d
q_2
4,5
a
q
o_1
b
1
q_1
2,3
H
o
б)
4,5
o
H
2,3
1
ω, $\mu_\omega = \frac{1}{с*мм}$
p
в)

Рисунок 22

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1998. – 640 с.
2. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. М.: Высш. шк.., 1985. – 279 с.
3. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка, 2001. – 660с.
4. Теория механизмов и машин/Под ред. Фролова К.В. – М.: Высш. Шк.., 1987 – 496с.
5. Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин – К.: Вища шк.., 1989 – 376 с.
6. Кіницький Я.Т. Практикум із терії механізмів і машин. Львів.: «Афіша», 2002 – 453 с.
7. Кінематичне дослідження плоских важільних шостиланкових механізмів за методом планів. Методичні вказівки до самостійної работи студентів спеціальностей ТМ, МЕХ, МВС з курсу ТММ/ Укл.: В.Г. Пархоменко – Донецьк: ДонНТУ, 2004. – 20с.
8. Структурний аналіз плоских механізмів. Методичні вказівки до самостійної работи студентів спеціальностей ТМ, МЕХ, МВС з курсу ТММ/ Укл.: В.Г. Пархоменко – Донецьк: ДонНТУ, 2004. – 28с.