

УДК 622.245.12

Улитин Г.М., Царенко С.Н. (ДонНТУ)

РАСЧЕТ ОБСАДНОЙ КОЛОННЫ, КАК ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПО ПОЛУБЕЗМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ. (Вести горного института)

Проведены исследования напряженно-деформированного состояния обсадной колонны во время спуска, при различных схемах приложения внешней нагрузки. Даны рекомендации по выбору размера бандажного крепежного окна.

В последнее время, на угольных шахтах Донецкого бассейна, для проветривания горных выработок используются скважины большого диаметра (1,6 – 5 м). Крепятся такие скважины обсадными колоннами с толщиной стенки 10 – 14 мм, а затрубное пространство заполняется цементным раствором. При проектировании таких колонн возникает актуальная проблема их материалоемкости. Для того, чтобы разрешить эту проблему необходимо провести исследование напряженно-деформированного состояния обсадной колонны с учетом технологических особенностей.

В монографии [1] приведены результаты экспериментальных исследований нагрузок, возникающих при спуске обсадной колонны, но не был учтен локальный характер их воздействия на напряженно-деформированное состояние колонны.

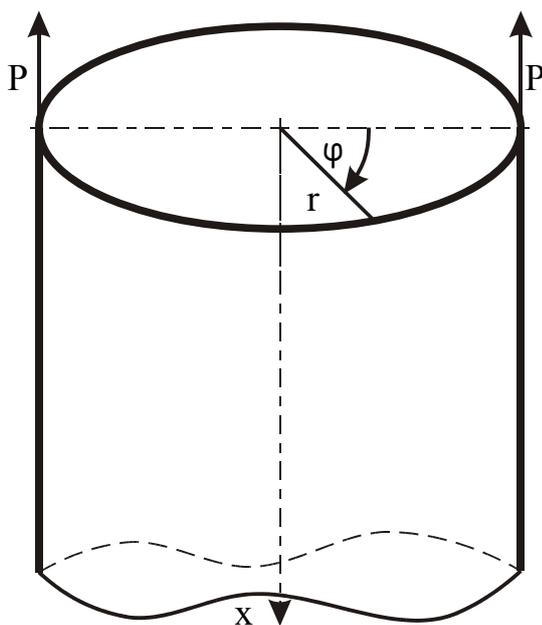


Рис. 1 – расчетная модель обсадной колонны

В работе [2] отмечается, что из-за недостатка проведенных теоретических исследований обсадных труб большого диаметра на практике применяются завышенные коэффициенты запаса прочности, что приводит к неоправданному расходу металла.

Для проведения монтажных работ в секциях обсадной колонны прорезают крепежные окна. При воздействии на окна реакций от подъемного приспособления, вызванных

весом колонны, возможна значительная деформация трубы, в окрестностях окна, а так же разрушение материала колонны, что может привести к поломкам и авариям в процессе спуска. Для определения опасной зоны необходимо провести расчет напряженно-деформированного состояния колонны при ее спуске, при этом динамическими эффектами можно пренебречь, так как скорость спуска незначительна.

Условия, при которых происходит посадка или подъем из ствола скважины обсадной колонны, соответствуют полубезмоментной теории расчета оболочек [3].

В качестве модели обсадной колонны рассмотрим полубесконечную цилиндрическую оболочку с радиусом срединной поверхности – r , на верхнем торце которой приложены две симметричные силы P – реакции натяжения канатов талевого системы (рис. 1). Эти силы уравновешены весом колонны. Такая модель, в определенной степени, является упрощенной, так как в действительности силы P приложены на некотором расстоянии от верхнего торца. Выбор модели полубезмоментной теории оболочки обоснован тем, что при любых компоновках колонны выполняется условие $l > 2,5r\sqrt{\frac{r}{h}}$ [4], где l и h соответственно длина и толщина стенок оболочки. В этом случае расчетная схема для исследования напряженно-деформированного состояния оболочки приводит к разрешающему уравнению относительно окружного перемещения v [4]

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{h^2}{12r^6} \Omega \Omega(v) = 0, \quad (1)$$

где $\Omega = \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ - оператор Власова, φ - полярный угол, x – осевая координата.

При такой постановке нагрузка и деформации оболочки симметричны относительно плоскости $\varphi=0$ и тогда решение уравнения (1) следует искать в виде ряда по синусам, так как при симметричной деформации v является нечетной функцией. Для решения уравнения (1) нужно задать граничные условия на верхнем торце оболочки при $x=0$:

$$S=0; T_x=q(\varphi), \quad (2)$$

где S , T_x – соответственно сдвигающее и нормальное усилия, и условия затухания при $x \rightarrow \infty$.

В зависимости от геометрии крепежного окна в колонне и подъемного приспособления, возможны различные схемы распределения нагрузки (рис. 2).

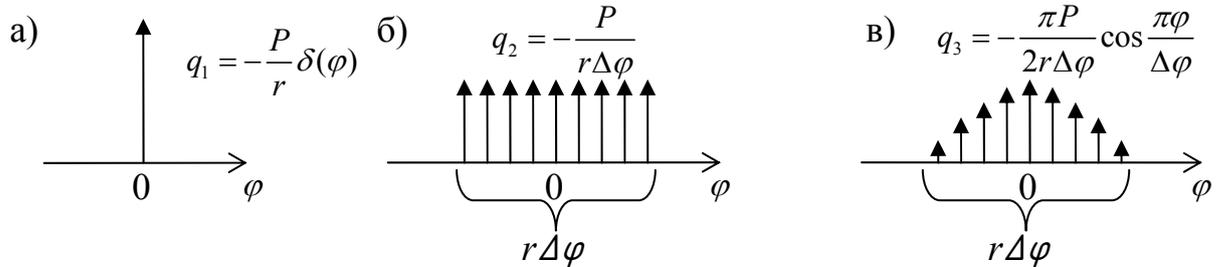


Рис. 2 – Схемы приложения нагрузок к верхнему торцу оболочки

а) –сосредоточенная; б) – равно распределенная; в) – распределенная по косинусу, где $\Delta\varphi$ - угол раствора крепежного окна.

Эти нагрузки разложим в ряд Фурье по косинусам, соответственно для первого, второго и третьего случаев:

1-й случай:

$$q_1(\varphi) = -\frac{P}{r} \delta(\varphi) - \frac{P}{r} \delta(\varphi - \pi),$$

где $\frac{1}{r} \delta(\varphi)$ - функция дельта-Дирака в полярной системе координат.

Находим члены ряда Фурье a_0 , a_n :

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(-\frac{P}{r} \delta(\varphi) - \frac{P}{r} \delta(\varphi - \pi) \right) d\varphi = -\frac{2P}{\pi r},$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(-\frac{P}{r} \delta(\varphi) - \frac{P}{r} \delta(\varphi - \pi) \right) \cos n\varphi d\varphi = -\frac{P}{\pi r} - \frac{P}{\pi r} \cos \pi n.$$

Тогда

$$q_1(\varphi) = -\frac{P}{\pi r} - \frac{2P}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \cos 2n\varphi \quad (3);$$

Ряд (3) представляет собой ряд для обобщенной функции.

2-й случай:

$$q_2(\varphi) = \begin{cases} -\frac{P}{\Delta\varphi r}, 2\pi - \frac{\Delta\varphi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ 0, \frac{\Delta\varphi}{2} < \varphi < \pi - \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ -\frac{P}{\Delta\varphi r}, \pi - \frac{\Delta\varphi}{2} \leq \varphi \leq \pi + \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ 0, \pi + \frac{\Delta\varphi}{2} < \varphi < 2\pi - \frac{\Delta\varphi}{2}; \end{cases}$$

Разложение этой функции в ряд Фурье имеет вид:

$$q_2(\varphi) = -\frac{P}{\pi r} - \frac{2P}{\pi r \Delta\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\Delta\varphi)}{n} \cos 2n\varphi \quad (4);$$

3-й случай:

$$q_3(\varphi) = \begin{cases} -\frac{\pi P}{2\Delta\varphi r} \cos\left(\frac{\pi\varphi}{\Delta\varphi}\right), -\frac{\Delta\varphi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ 0, \frac{\Delta\varphi}{2} < \varphi < \pi - \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ -\frac{\pi P}{2\Delta\varphi r} \cos\left(\frac{\pi\varphi}{\Delta\varphi}\right), \pi - \frac{\Delta\varphi}{2} \leq \varphi \leq \pi + \frac{\Delta\varphi}{2}; \\ 0, \pi + \frac{\Delta\varphi}{2} < \varphi < 2\pi - \frac{\Delta\varphi}{2}; \end{cases};$$

Аналогично данную нагрузку разложим в ряд Фурье

$$q_3(\varphi) = -\frac{P}{\pi r} - \frac{2P\pi}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\Delta\varphi)}{(\pi^2 - 4n^2\Delta\varphi^2)} \cos 2n\varphi \quad (5)$$

Первый член в формулах (3-5) соответствует усредненному усилию, вызванного весом колонны, а второй соответствует самоуравновешенной нагрузке. Тогда граничные условия (2) примут вид

$$S(0, \varphi) = 0; \quad T_x(0, \varphi) = q(\varphi), \quad (6)$$

где $q(\varphi)$ - самоуравновешенная нагрузка.

При таком подходе для исследования напряженно-деформированного состояния оболочки нужно учесть усилие T_x , обусловленное весом колонны, которое можно определить из решения осесимметричной задачи цилиндрической оболочки. Однако усилия, вызванные весом колонны, будут незначительными.

Решение уравнения (1) ищем в виде:

$$v(x, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x) \sin k\varphi. \quad (7)$$

Подставляя разложение (7) в уравнение (1) и приравнявая коэффициенты при $\sin k\varphi$, получаем

$$\frac{d^4 f_k}{dx^4} + \frac{h^2 k^4}{12r^6} (k^2 - 1)^2 f_k = 0 \quad (8)$$

Если обозначить $\alpha_k = \frac{k}{r} \sqrt{\frac{(k^2 - 1)^2 h^2}{48r^2}}$, то решение уравнения (8) с учетом за-

тухания примет вид

$$f_k(x) = e^{-\alpha_k x} (A_k \sin \alpha_k x + B_k \cos \alpha_k x). \quad (9)$$

Коэффициенты A_k и B_k определим из граничных условий (6) с учетом известных формул [2]

$$\begin{aligned} T_x &= -rEh \int \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} d\varphi; \quad S = -r \int \frac{\partial T_x}{\partial x} d\varphi; \\ M_t &= -\frac{EJ}{r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^3 v}{\partial \varphi^3} \right), \quad \text{где } J = \frac{h^3}{12}; \\ Q_t &= \frac{\partial M_t}{r \partial \varphi}; \quad T_t = -\frac{\partial Q_t}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя выражение (7) с учетом формулы (9) в граничные условия, для всех трех случаев соответственно получаем:

$$S^{(1-3)}(0, \varphi) = -r^2 Eh \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2\alpha_k^3 A_k + 2\alpha_k^3 B_k)}{k^2} \sin k\varphi = 0; \quad (11)$$

$$T_x^{(1)}(0, \varphi) = -rEh \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\alpha_k^2 A_k}{k} \cos k\varphi = -\frac{2P}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \cos 2n\varphi \quad (12)$$

$$T_x^{(2)}(0, \varphi) = -rEh \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\alpha_k^2 A_k}{k} \cos k\varphi = -\frac{2P}{\pi r \Delta \varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\Delta \varphi)}{n} \cos 2n\varphi \quad (13)$$

$$T_x^{(3)}(0, \varphi) = -rEh \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\alpha_k^2 A_k}{k} \cos k\varphi = -\frac{2P\pi}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\Delta \varphi)}{(\pi^2 - 4n^2 \Delta \varphi^2)} \cos 2n\varphi \quad (14)$$

Из условия (11) следует $A_k = -B_k$.

Из условий (12-14) получаем $B_{2n-1} = 0$ $B_{2n}^{(1)} = -\frac{2nP}{\pi r^2 E h \alpha_{2n}^2}$; $B_{2n}^{(2)} = -\frac{2P \sin(n\Delta\varphi)}{\pi r^2 E h \alpha_{2n}^2 \Delta\varphi}$;

$B_{2n}^{(3)} = -\frac{2P\pi n \cos(n\Delta\varphi)}{r^2 E h \alpha_{2n}^2 (\pi^2 - 4n^2 \Delta\varphi^2)}$ и тогда на основании формул (7), (9) и (10) опреде-

ляем усилия соответственно для рассматриваемых схем.

Из формул (10) находим усилия:

— осевое усилие:

$$T_x^{(1)}(x, \varphi) = -\frac{2P}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{2n}x} (\cos \alpha_{2n}x + \sin \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (15)$$

$$T_x^{(2)}(x, \varphi) = -\frac{2P}{\pi r \Delta\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \sin(n\Delta\varphi)}{n} (\cos \alpha_{2n}x + \sin \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (16)$$

$$T_x^{(3)}(x, \varphi) = -\frac{2P\pi}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \cos(n\Delta\varphi)}{\pi^2 - 4n^2 \Delta\varphi^2} (\cos \alpha_{2n}x + \sin \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (17)$$

— сдвигающее усилие

$$S^{(1)}(x, \varphi) = \frac{2P}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \alpha_{2n}}{n} \sin \alpha_{2n}x \sin 2n\varphi \quad (18)$$

$$S^{(2)}(x, \varphi) = \frac{2P}{\pi \Delta\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \sin(n\Delta\varphi) \alpha_{2n}}{n^2} \sin \alpha_{2n}x \sin 2n\varphi \quad (19)$$

$$S^{(3)}(x, \varphi) = 2P\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \cos(n\Delta\varphi) \alpha_{2n}}{n(\pi^2 - 4n^2 \Delta\varphi^2)} \sin \alpha_{2n}x \sin 2n\varphi \quad (20)$$

— изгибающий момент

$$M_t^{(1)}(x, \varphi) = -\frac{Ph^2}{3\pi r^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} n^2 (1 - 4n^2)}{\alpha_{2n}^2} (\sin \alpha_{2n}x - \cos \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (21)$$

$$M_t^{(2)}(x, \varphi) = -\frac{Ph^2}{3\pi r^4 \Delta\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \sin(n\Delta\varphi) n (1 - 4n^2)}{\alpha_{2n}^2} (\sin \alpha_{2n}x - \cos \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (22)$$

$$M_t^{(3)}(x, \varphi) = -\frac{P\pi h^2}{3r^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \cos(n\Delta\varphi) n^2 (1 - 4n^2)}{\alpha_{2n}^2 (\pi^2 - 4n^2 \Delta\varphi^2)} (\sin \alpha_{2n}x - \cos \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (23)$$

— окружное усилие

$$T_t^{(1)}(x, \varphi) = -\frac{4Ph^2}{3\pi r^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} n^4 (1 - 4n^2)}{\alpha_{2n}^2} (\sin \alpha_{2n}x - \cos \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (24)$$

$$T_t^{(2)}(x, \varphi) = -\frac{4Ph^2}{3\pi r^5 \Delta\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \sin(n\Delta\varphi) n^3 (1 - 4n^2)}{\alpha_{2n}^2} (\sin \alpha_{2n}x - \cos \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (25)$$

$$T_t^{(3)}(x, \varphi) = -\frac{4P\pi h^2}{3r^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_{2n}x} \cos(n\Delta\varphi) n^4 (1-4n^2)}{\alpha_{2n}^2 (\pi^2 - 4n^2 \Delta\varphi^2)} (\sin \alpha_{2n}x - \cos \alpha_{2n}x) \cos 2n\varphi \quad (26)$$

Напряжения определим по известным формулам:

$$\sigma_x = \frac{T_x}{h}; \quad \sigma_t = \frac{T_t}{h} \pm \frac{M_t}{h^2/6}; \quad \tau_{xt} = \frac{S}{h}. \quad (27)$$

В качестве примера рассмотрим обсадную колонну, применяемую для обсаживания стволов $\varnothing 4$ м. Колонна имеет следующие геометрические параметры: толщина стенки – $h=16$ мм; диаметр срединной поверхности $d_{cp} \approx \varnothing 4000$ мм; ширина крепежного окна $b=200$ мм, т.е. $\Delta\varphi = \frac{2b}{d_{cp}} = 0,1$. Для ее спуска используют буровую установку с грузоподъемностью 160 т, таким образом, с учетом возможных компоновок колонны расчетную нагрузку принимаем $P=800$ кН.

Из анализа формул 18-20, следует, что осевые напряжения σ_x будут принимать максимальные значения в сечении $\varphi = 0$.

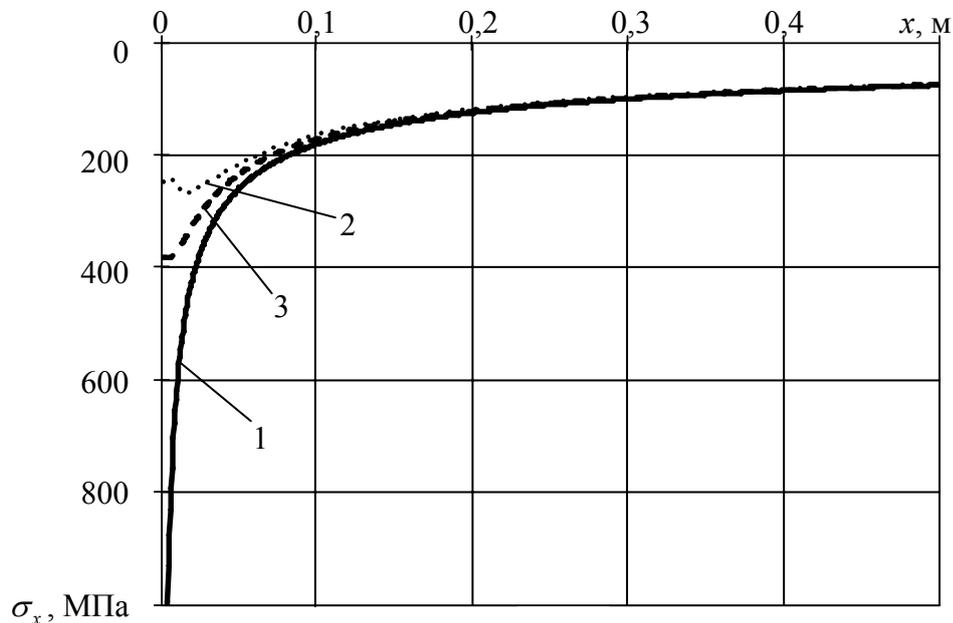


Рис. 3 – Осевые напряжения для трех рассматриваемых случаев.

На рис. 3 показано изменение максимальных осевых напряжений в зависимости от осевой координаты x .

Аналогично из формул 24-29 следует, что окружные напряжения σ_t , так же будут иметь максимальные значения в сечении $\varphi = 0$.

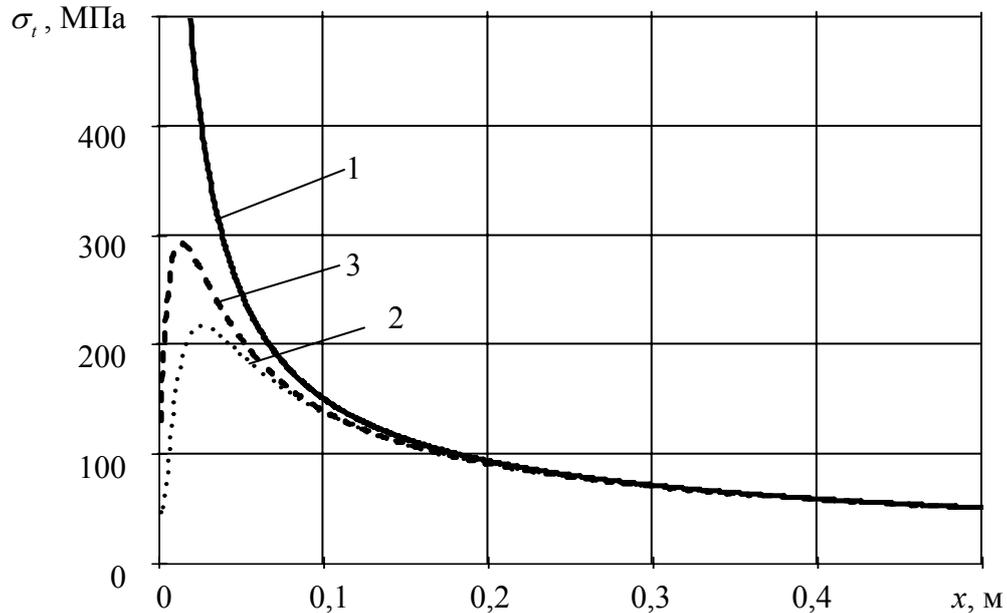


Рис. 4 – Окружные напряжения для трех рассматриваемых случаев.

На рис. 4 показано изменение максимальных окружных напряжений в зависимости от осевой координаты x .

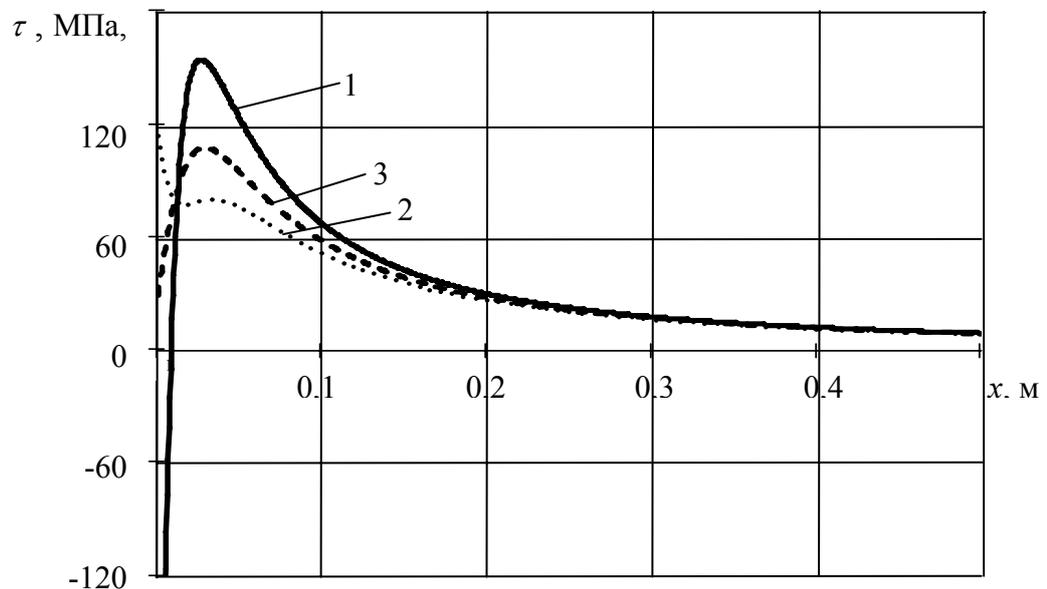


Рис. 5 – Максимальные касательные напряжения для трех рассматриваемых случаев.

Так как аналитически определить экстремум для рядов 18-20 затруднительно, то значение угла сечения φ , в котором τ принимают максимальные

значения, было определено из соответствующего графика $\tau(\varphi, x)$ - построенного в изолиниях. Из этого следует $\varphi = 0,054$.

На рис. 5 показано изменение максимальных касательных напряжений в зависимости от осевой координаты x .

На основании проведенных исследований получаем, что участок, на котором проявляется влияние характера действующей нагрузки незначителен и составляет порядка 20 см. Таким образом, наложив жесткий бандаж соответствующего размера, можно избежать значительных локальных напряжений. Форму крепежного окна можно выбрать произвольно гладкой формы, чтобы избежать значительной концентрации напряжений по углам. Поэтому для дальнейших расчетов можно использовать модель сосредоточенной силы.

Расчеты так же показали, что поперечные размеры крепежного окна незначительно оказывают влияния на напряженно-деформированное состояние колонны для зон $x \geq 20$ см.

Библиографический список

1. Саркисов Г.М. Расчет бурильных и обсадных колонн. – М.: Недра, 1971. – 208 с.
2. Добровольский Г.Б., Казикаев Д.М., Петриченко В.П. Крепление скважин большого диаметра. – М.: Недра, 1988. – 238 с.
3. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. – М.: Гостехиздат, 1949. – 784 с.
4. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.