

К РАСЧЕТУ НА ПРОЧНОСТЬ ВАЛОВ, ОСЛАБЛЕННЫХ ШПОНОЧНЫМ ПАЗОМ

Хмиров Н.А. Онищенко В.П. (ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

Целью работы является оценка влияния шпоночных пазов на прочность вала. На рисунке 1 представлено поперечное сечение вала для шпоночного соединения с призматической шпонкой, где d – диаметр вала, b – ширина паза, t – глубина паза. Для достижения намеченной цели необходимо провести исследования по выявлению самых опасных сечений вала.

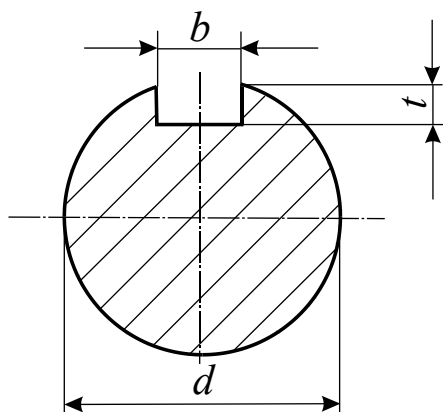


Рисунок 1 – Поперечное сечение вала со шпоночным пазом

Шпоночное соединение – один из видов соединений вала со ступицей с использованием дополнительного конструктивного элемента (шпонки), предназначенной для предотвращения их взаимного поворота. Чаще всего шпонка используется для передачи крутящего момента в соединениях вращающегося вала с зубчатым колесом или со шкивом, но возможны и другие решения, например – защита вала от проворота относительно неподвижного корпуса. В отличие от соединений с натягом, которые обеспечивают взаимную неподвижность деталей без дополнительных конструктивных элементов,

шпоночные соединения – разъемные. Они позволяют осуществлять разборку и повторную сборку конструкции с обеспечением того же эффекта, что и при первичной сборке. В таблице 1 представлены размеры обыкновенных стандартных призматических шпонок и пазов:

Таблица 1

Размеры обыкновенных призматических шпонок и пазов (выборка из ГОСТ 23360-78)

Диаметр вала d Свыше ... до ...	Сечение шпонки		Глубина паза	
	b	h	t вала	втулки t_1
22 ... 30	8	7	4	3,3
30 ... 38 38 ... 44	10 12	8	5	
44 ... 50	14	9	5,5	3,8
50 ... 58	16	10	6	4,3
58 ... 65	18	11	7	4,4
65 ... 75	20	12	7,5	4,9

Анализ влияния на прочность вала наличия на валу шпоночного паза производился на основе сравнения результатов определения напряжений, найденных тремя способами:

- по значениям моментов сопротивления вала, приведенных в справочной литературе [3];
- по значениям моментов сопротивления, полученных на основании теоретических выкладок;
- по методу конечных элементов.

В справочной литературе приведены следующие формулы для определения моментов сопротивления вала:

осевой момент сопротивления для определения нормальных напряжений при изгибе вала

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{b \cdot t(d - t_1)^2}{2 \cdot d}; \quad (1)$$

полярный момент сопротивления для определения касательных напряжений при кручении вала

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{b \cdot t(d - t_1)^2}{2 \cdot d}. \quad (2)$$

Теоретические формулы для определения моментов сопротивления получены следующим образом.

Определение осевого момента сопротивления W_x . Поперечное сечение вала было представлено состоящим из двух фигур – сплошного круга диаметром d и прямоугольника шириной b и высотой t (рис. 2). Эти фигуры находятся в системе координат xOy . Центр тяжести сечения вала, ослабленного шпоночным пазом, определялся по формуле

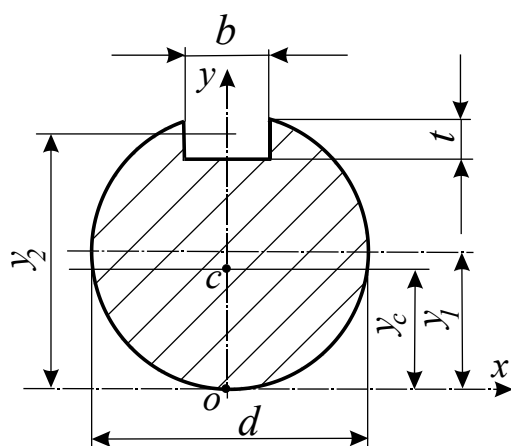


Рисунок 2 – К определению координат центра тяжести сечения вала

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}, \quad (3)$$

где $A_1 = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь круга;

$A_2 = bt$ – площадь шпоночного паза;

$y_1 = \frac{d}{2}$ и $y_2 = d - \frac{t}{2}$ – координаты центров тяжести круга и шпоночного паза в принятой системе координат.

трав тяжести круга и шпоночного паза в принятой системе координат.

Осевой момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения, ослабленного шпоночным пазом, определялся следующим образом

$$I_x = \left(0,05d^4 + y_c^2 \frac{\pi d^2}{4} \right) - \left(\frac{bt^3}{12} + (y_2 - y_c)^2 bt \right). \quad (4)$$

Окончательно, осевой момент сопротивления сечения вала, ослабленного шпоночным пазом, равняется

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \quad (5)$$

где $y_{\max} = d - y_c$ - расстояние от нейтрального слоя до наиболее удаленного волокна изогнутого вала.

Определение полярного момента сопротивления W_p . Полярный момент инерции поперечного сечения вала приводился к оси вращения вала

$$I_p = I_{p1} - I_{p2} \quad (6)$$

где $I_{p1} = 0,1d^4$ - полярный момент инерции сплошного круга относительно своего центра;

$I_{p2} = I_{наза} + (y_2 - y_1)^2 A_2$ - полярный момент инерции шпоночного паза относительно центра круга.

$I_{наза} = kb \frac{t^3}{2}$ - полярный момент инерции шпоночного паза относительно его центра тяжести [2];

$k = \frac{1}{3 + 1,8 \frac{t}{b}}$ - поправочный коэффициент [2].

Окончательно полярный момент сопротивления сечения вала, ослабленного шпоночным пазом, равняется

$$W_p = \frac{I_p}{0,5d}. \quad (7)$$

Напряжения в поперечном сечении вала определялись по 4-й теории прочности

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}, \quad (8)$$

где $\sigma = \frac{M_{изг}}{W_x}$ - нормальные напряжения при изгибе вала;

$\tau = \frac{M_{кр}}{W_p}$ - касательные напряжения при кручении вала;

$M_{изг}$ - внутренний изгибающий момент;

$M_{кр}$ - внутренний крутящий момент.

Для каждого диаметра исследуемого вала внутренние моменты $M_{изг}$ и $M_{кр}$ определялись по значениям допускаемых напряжений из условия прочности на изгиб $[\sigma_u] = 200 \text{ МПа}$ и кручение вала $[\tau_{кр}] = 100 \text{ МПа}$, не ослабленного шпоночным пазом, то есть:

$$M_{кр} = 0,2d^3[\tau_{кр}] \text{ и } M_{изг} = 0,1d^3[\sigma_u].$$

Метод конечных элементов (МКЭ) является наиболее перспективным численным методом, что позволяет осуществлять анализ напряженно-деформированного состояния любой конструкции.

Задача расчета напряженно-деформированного состояния конструкции сводится к следующему. Прежде всего, создается 3D модель рассчитываемого объекта и производится его разбивка на конечные элементы. Взаимодействие конечных элементов осуществляется через их узлы по определенным законам, причем законы, описывающие эти уравнения, разные для разных типов конечных элементов. С учетом выбранного типа конечного элемента формируется матрица жесткости. В конечном итоге, матрица жесткости сводится к системам алгебраических уравнений. Эти уравнения дополняются законами, описывающих внешние силы, а также заданными ограничениями на перемещение отдельных частей конструкции (опоры).

Совместным решением полученных систем уравнений находят значения перемещений и напряжений, которые имеют место в каждом из конечных элементов конструкции. Дальнейшим суммированием результатов от отдельных конечных элементов определяется общая деформация конструкции в разных направлениях, деформации отдельных ее элементов, внутренние напряжения, возникающие в других ее частях. Для решения поставленной задачи использовалась система APM WinMachine*, один из модулей которой - APM Beam использовался для анализа напряженно-деформированного состояния вала.

* <http://www.apm.ru/rus/machinebuilding/>

АРМ Beam - модуль проектирования балочных элементов конструкций. Предназначен для выполнения комплексного проверочного расчета балки в условиях произвольного нагружения и закрепления. Балка может состоять из нескольких участков разной длины с различными поперечными сечениями. С помощью АРМ Beam можно получить следующие результаты:

- реакции в опорах балки;
- распределение моментов и углов изгиба по длине балки;
- распределение моментов и углов поворота при кручении;
- расчет поперечных и продольных деформаций;
- распределение эквивалентных напряжений по длине балки;
- распределение поперечных сил;
- карты распределения напряжений в любом произвольном сечении по длине балки;
- частоты собственных колебаний.

Один из торцов вала жестко закреплялся. Нагрузка к валу создавалась приложением к валу вращающего момента и изгибающего момента. Для приложения нагрузочных моментов свободный конец вала оформлялся в виде параллелепипеда, к граням которого прикладывались пары сил в виде равномерно распределенной нагрузки (рис. 3).

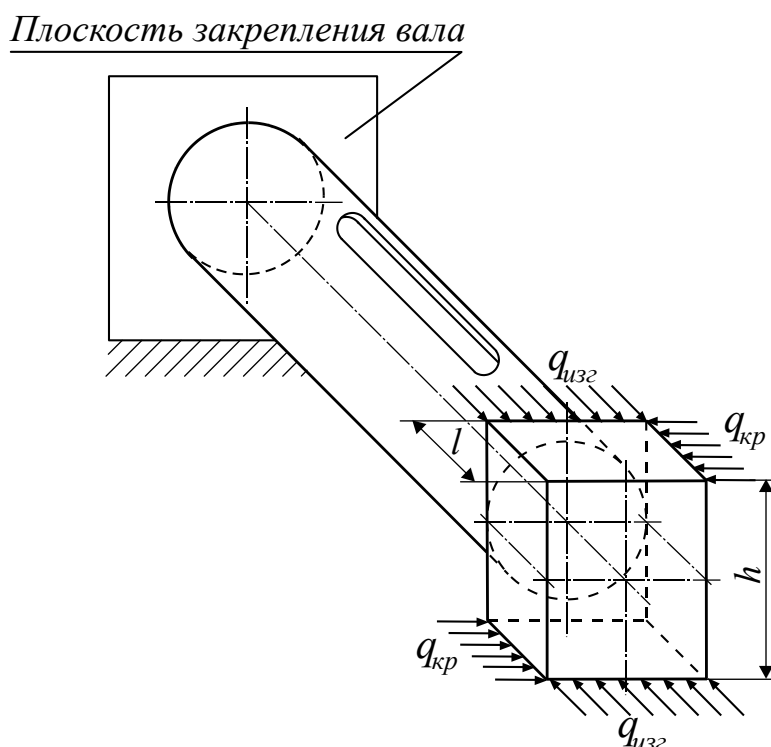


Рисунок 3. Схема закрепления и нагружения вала, исследуемого методом конечных элементов

Размеры параллелепипеда приняты в зависимости от диаметра вала: $l = 0,8d$, $h = 1,5d$. Параллелепипед расположен достаточно далеко от исследуемой части вала, чтобы согласно принципу Сен-Венана не оказывать влияние на её напряженное состояние. Тогда распределенная нагрузка, создающая вращающий момент $M_{кр}$, будет равна

$$q_{кр} = \frac{M_{кр}}{hl} = 0,83 \frac{M_{кр}}{d^2}. \quad (9)$$

Соответственно, распределенная нагрузка, создающая изгибающий момент $M_{изг}$ будет равна

$$q_{изг} = \frac{M_{изг}}{hd} = 0,67 \frac{M_{изг}}{d^2}. \quad (10)$$

После закрепления одного торца вала (рис. 2) производилось его разбиение на конечно-элементную сетку. На рис. 4 показан исследуемая часть вала, разбитого программой АРМ Веат на конечно-элементную сетку. Число элементов зависит от размера вала. При диаметре 26 мм число элементов в сетке равнялось 4 321, тогда как для диаметра 70 мм это число уменьшилось до 2 827.

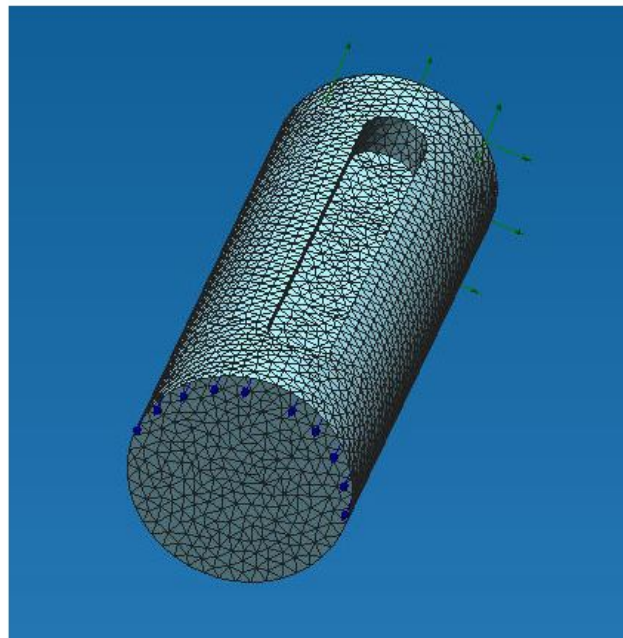


Рисунок 4. Вал, разбитый на конечно-элементную сетку

Методом конечных элементов исследовались валы с диаметрами, равными середине интервалов диаметров, представленных в табл. 1. В качестве примера на рис. 5 представлены результаты исследования распределения напряжений для вала диаметром $d = 54$ мм.

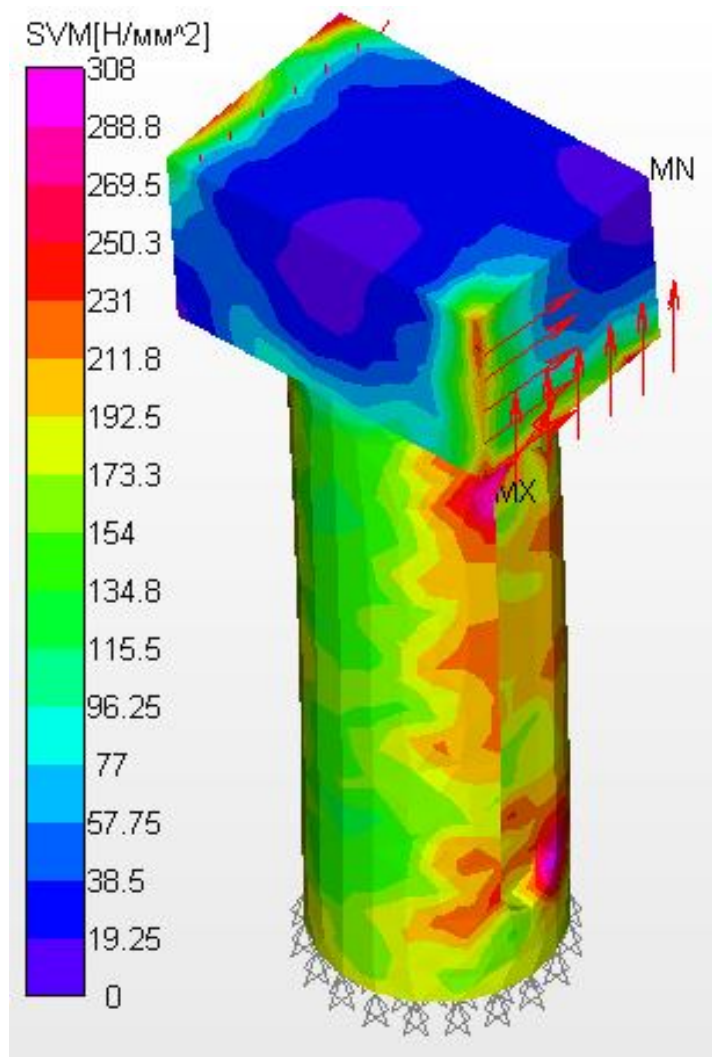


Рисунок 5. Распределение напряжений на поверхности вала по результатам применения метода конечных элементов

С помощью шкалы напряжений определялись максимальные напряжения в зоне прямолинейного участка шпоночного паза. При этом отдельные небольшие участки в местах концентрации напряжений во внимание не принимались.

Так, для картины распределения напряжений на рис. 5 максимальное значение напряжений составляет $\sigma = 270$ МПа.

Сводные результаты исследования группы валов представлены на рис. 6 в виде соответствующих графиков.

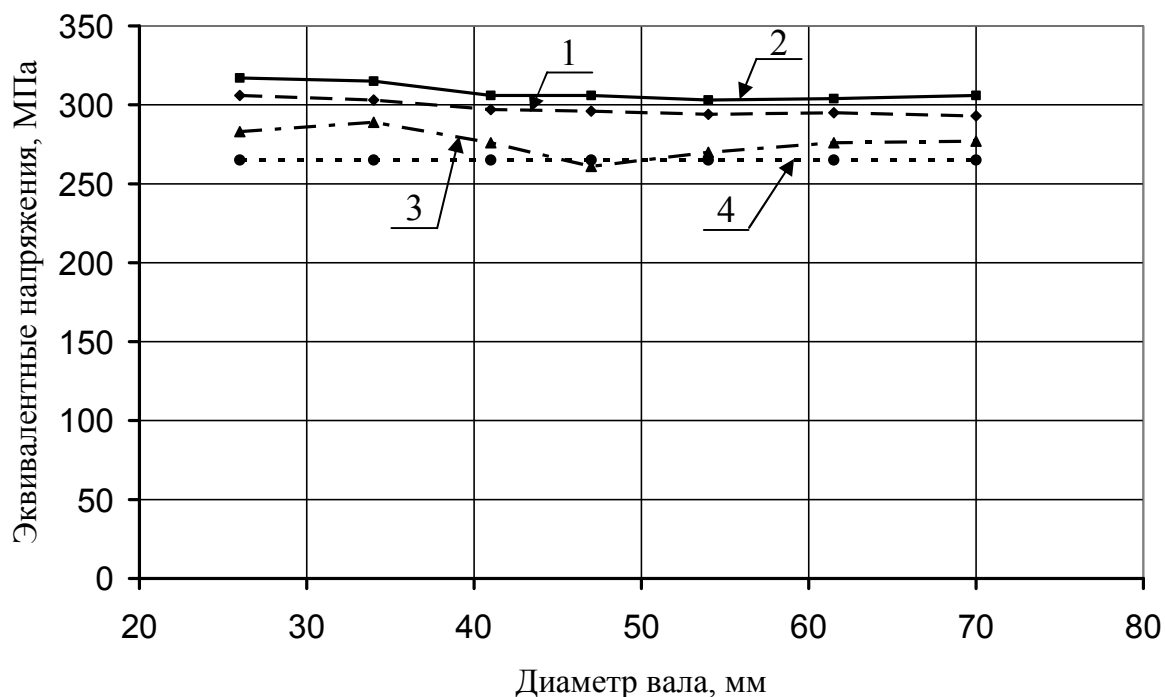


Рисунок 6. Результаты исследования напряженного состояния валов, ослабленных шпоночным пазом: 1 – справочные данные; 2 – расчетные формулы; 3 – метод конечных элементов; 4 – эквивалентные допускаемые напряжения ($[\sigma]_{эkv} = \sqrt{([\sigma])^2 + 3([\tau])^2} = \sqrt{200^2 + 3 \cdot 100^2} = 265 \text{ МПа}$)

Выводы. Результаты определения напряжений в сечениях вала, ослабленного шпоночным пазом, выполненные тремя различными методами: - по формулам из справочной литературы; - по выведенным теоретическим формулам и напряжения, найденные методом конечных элементов практически совпадают с точностью до 20%.

Следует отметить, что наличие шпоночного паза снижает прочность вала (без учета концентрации напряжений) на 18% для валов малого диаметра и на 13% для валов большого диаметра. Этим можно объяснить тот факт, что во многих учебниках при расчете валов на прочность не учитывается наличие шпоночного паза, но при этом обязательно учитывается концентрация напряжений, вызываемая шпоночным пазом.

Список литературы: 1. Решетов Д.Н. Детали машин. М., «Машиностроение», 1989, 496 с. 2. Биргер И.А. и др. Расчеты на прочность деталей машин / -М.: Машиностроение, 1979 – 702с. 3. Метод конечных элементов / И.М. Бузун, А .С. Гордецкий, В.Г. Пискунов, Ю.Н.Толокнов. под ред.. П.М. Варвака К. Вища Школа. 1981 173с.