

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И СИЛОВОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Мешков В.А., Бережная О.А., Ларин А.С., Зайцева И.С.
(ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

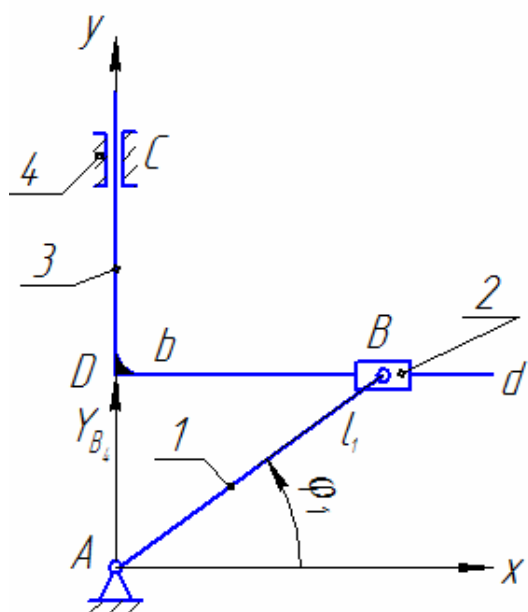


Рисунок 1 - Схема кулисного механизма

Постановка задачи.

Исследуемый механизм состоит из 4-х звеньев. Звено 1 – кривошип, который совершает вращательное движение, звено 2 – кулисный камень, который совершает плоскопараллельное движение, звено 3 – кулиса, которая движется прямолинейно – поступательно, звено 4 – стойка является неподвижной.

1. Определить перемещения, скорости, ускорения звена 2-кулисного камня и 3-кулисы.
2. Определить реакции в кинематических парах 1-2, 1-4, 3-2.
3. Определить уравновешивающий момент, приложенный к звену 1.
4. Построить график реакции на звено 3 со стороны звена 2 ($R_{3,2}$) в кинематической паре 3-2.

5. Построить график уравновешивающего момента ($M_{УР}$) и реакции $R_{3,2}$.

6. Построить годографы реакций $R_{1,2}$, $R_{1,4}$ в кинематических парах 1-2, 1-4.

Исходные данные:

- длина кривошипа $l_1 = 0.0075 м$;
- угловая скорость кривошипа $\omega_1 = 1 \text{ рад/с}$;
- шаг угла поворота кривошипа $\Delta\varphi = 30^\circ$;
- масса кривошипа $m_1 = 0.05 \text{ кг}$;
- масса кулисного камня $m_2 = 0.037 \text{ кг}$;
- масса кулисы $m_3 = 0.065 \text{ кг}$;
- диаметр поршня $d = 0.024 \text{ м}$;
- таблица значений давления P , действующего в цилиндре на поршень.

Таблица 1. Значения давления P

φ_i , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
P , Н	3,5	3,9	5,4	10,2	20,0	19,3	17,6	7,3	2,9	2,9	3,1	3,4

Алгоритм решения задачи.

1. Кинематическое исследование кулисного механизма

На рис.1 показан кулисный механизм, выходное звено 3 которого совершает движение по гармоническому закону. Векторное уравнение для контура ABDA (рис.1)

$$\bar{l}_1 + \bar{b} = \bar{Y}_B \quad (1)$$

Проектируем векторы уравнения (1) на оси Ax и Ay . Получаем

$$l_1 \cdot \cos \varphi_1 = b, \quad l_1 \cdot \sin \varphi_1 = Y_B \quad (2)$$

Из уравнений (2) получаем, что перемещение $Y_B(S_3)$ звена 3 равно

$$S_3 = l_1 \cdot \sin \varphi_1.$$

Дифференцируя уравнения (2) по времени, получим скорость звена 3

$$V_3 = w \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Ускорения звена 3

$$V_3' = a_3 = -w^2 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1$$

Линейная скорость V_2 звена 2

$$V_2 = w_1 \cdot l_1$$

Перемещение звена 2 определяется формулой

$$S_2 = \varphi_1 \cdot l_1$$

Полное ускорение кулисного камня 2 разложим на нормальную и тангенциальную составляющие

$$\bar{a}_2 = \bar{a}_2^n + \bar{a}_2^\tau$$

Нормальное ускорение определим следующим образом

$$a_2^n = w_1^2 \cdot l_1$$

Тангенциальное ускорение равно

$$a_2^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_1$$

Так как по условию угловое ускорение звена 1 равно 0 ($\varepsilon_1 = 0$), то полное ускорение примет следующий вид

$$a_2 = w_1^2 \cdot l_1$$

Спроецируем полное ускорение звена 2 на оси Ax и Ay .

$$a_{2x} = a_2 \cos \varphi_1, \quad a_{2y} = a_2 \cdot \sin \varphi_1$$

Перемещение центра тяжести звена 1

$$S_1 = \varphi_1 \cdot \frac{l_1}{2}$$

Линейную скорость центра тяжести звена 1 определим следующим образом

$$V_1 = w_1 \cdot \frac{l_1}{2}$$

Ускорение центра тяжести звена 1

$$a_1 = w_1^2 \cdot \frac{l_1}{2}$$

2. Силовое исследование кулисного механизма

2.1. Определение усилий взаимодействия звеньев

Для определения реакции $R_{3,2}$ в кинематической паре 3-2 рассмотрим на основании принципа Даламбера звено 3, как находящееся в равновесии. Воспользуемся уравнением равновесия

$$\sum_{i=1}^n \overline{F_{i3}} = 0$$

$$-\overline{P} - \overline{G}_3 + \overline{F_{u3}} + \overline{R_{3,2}} = 0$$

$$\overline{R_{3,2}} = \overline{P} + m_3 \cdot \overline{g} + m_3 \cdot \overline{a}_3$$

$$\overline{R_{3,2}} = \overline{P} + m_3 \cdot \overline{g} + m_3 \cdot \omega^2 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1$$

Для определения реакции $R_{2,1}$ в кинематической паре 2-1 воспользуемся уравнением равновесия

$$\sum_{i=1}^n \overline{F_{i2}} = 0$$

$$\overline{R_{2,3}} + \overline{G}_2 + \overline{F_{u2}} + \overline{R_{2,1}} = 0 \quad (\text{рис.1})$$

$$\overline{R_{2,3}} = -\overline{R_{3,2}}$$

$$\overline{G}_2 = m_2 \overline{g}$$

$$\overline{F_{u2}} = -m_2 \cdot \overline{a}_2$$

$$-\overline{R_{3,2}} - m_2 \cdot \overline{g} - m_2 \overline{a}_2 + \overline{R_{2,1}} = 0$$

$$\overline{R_{2,1}} = \overline{R_{3,2}} + m_2 \cdot \overline{g} + m_2 \overline{a}_2$$

Спроецируем реакцию $R_{2,1}$ в кинематической паре 2-1 на Ax и Ay

$$\overline{R_{21x}} = -\overline{F_{u2x}} = m_2 \overline{a_{2x}}$$

$$\overline{R_{21y}} = \overline{R_{32}} + m_2 \overline{g}_2 + m_2 \cdot \overline{a_{2y}}$$

Для определения реакций в кинематической паре 1-4 воспользуемся уравнением равновесия

$$\sum_{i=1}^n \overline{F_{i1}} = 0$$

$$\overline{R_{12}} + \overline{F_{u1}} + \overline{G}_1 + \overline{R_{14}} = 0 \quad (\text{рис.1})$$

$$\overline{R_{12x}} = -\overline{R_{21x}}$$

$$\overline{R_{12y}} = -\overline{R_{21y}}$$

$$\overline{F_{u1}} = -m_1 \cdot \overline{a}_1$$

$$\overline{G}_1 = m_1 \cdot \overline{g}$$

Спроецируем полное ускорение центра тяжести 1-го звена на Ax и Ay

$$\overline{a_{1x}} = \overline{a}_1 \cdot \cos \varphi$$

$$\overline{a_{1y}} = \overline{a}_1 \cdot \sin \varphi$$

Определим проекции реакции $R_{1,4}$ в кинематической паре 1-4 на Ax и Ay

$$\overline{R_{14x}} = \overline{R_{21x}} + m_1 \cdot \overline{a}_1 \cdot \cos \varphi$$

$$R_{14y} = R_{21y} + m_1 \cdot a_1 \cdot \sin \varphi + m_1 \cdot g$$

2.2. Определение уравнивающего момента

Для определения уравнивающего момента воспользуемся уравнением

$$\sum_{i=1}^n \overline{M_{i1}} = 0$$

$$M_{yP} + M_0(G_1) + M_0(R_{12}) = 0$$

$$M_0(G_1) = \overline{G_1} \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \cos \varphi = \frac{m_1 \cdot \overline{g} \cdot l_1}{2} \cdot \cos \varphi = -\frac{m_1 \cdot g \cdot l_1}{2} \cdot \cos \varphi$$

$$M_0(R_{12x}) = R_{12x} \cdot l_1 \cdot \sin \varphi$$

$$M_0(R_{12y}) = R_{12y} \cdot l_1 \cdot \cos \varphi$$

Определим составляющие уравнивающего момента от горизонтальных и вертикальных проекций сил, действующих на кривошип

$$M_{yx} = -M_0(R_{12x}) = -R_{12x} \cdot l_1 \sin \varphi$$

$$M_{yy} = -M_0(G_1) - M_0(R_{12y}) = \frac{m_1 \cdot g \cdot l_1}{2} \cdot \cos \varphi - R_{12y} \cdot l_1 \cos \varphi = l_1 \cos \varphi \left(\frac{m_1 g}{2} - R_{12y} \right)$$

$$M_y = M_{yy} + M_{yx} = l_1 \left(\frac{m_1 \cdot g}{2} \cdot \cos \varphi - R_{12y} - R_{12x} \sin \varphi \right)$$

3. Определение реакций в кинематических парах и уравнивающего момента по методу Н. Г. Бруевича

Разделим механизм на группы Асура, приложим силы тяжести звеньев и силы инерции. Действие отброшенных связей (звеньев) механизма заменяем силами реакций и рассмотрим равновесие каждой группы, начиная с последней присоединенной группы.

Рассмотрим в равновесии звено 3.

На него действуют сила тяжести $\overline{G_3}$, сила инерции $\overline{F_{u3}}$, сила давления \overline{P} , реакция $\overline{R_{32}}$.

Для определения реакции R_{32} построим многоугольник сил для звена 3 (рис.3). Выбираем масштабный коэффициент многоугольника сил $\mu_{F_1} = 0.01 \frac{H}{мм}$.

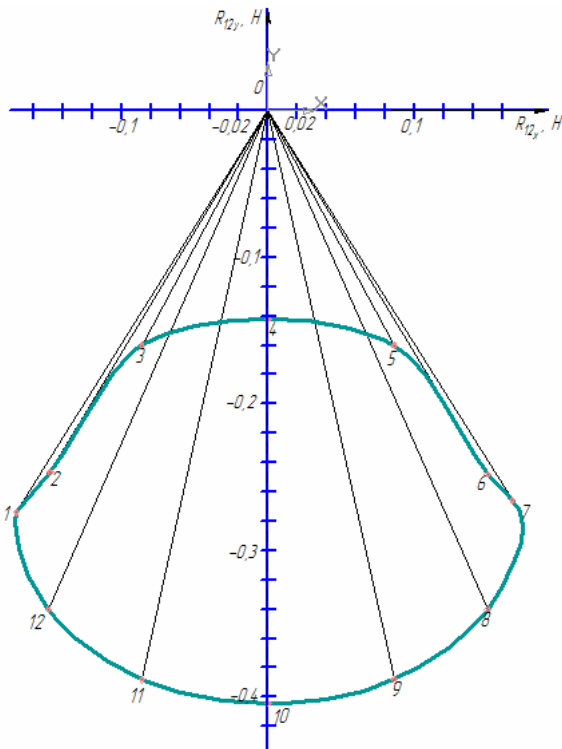
Из многоугольника сил получаем:

$$\overline{R_{32}} + \overline{G_3} + \overline{F_{u3}} + \overline{P} = 0$$

$$R_{32} = (\overline{R_{32}}) \times \mu_{F_1} = 48 \times 0.01 = 0.48 \text{ Н}$$

Рассмотрим в равновесии звено 2.

На нее действуют сила тяжести $\overline{G_2}$, сила инерции $\overline{F_{u2}}$, реакции $\overline{R_{23}}$ и $\overline{R_{21}}$.



$$\overline{R_{23}} = -\overline{R_{32}}$$

Для определения реакции R_{21} построим многоугольник сил для звена 2 (рис.3). Выбираем масштабный коэффициент многоугольника сил $\mu_{F_2} = 0.01 \frac{H}{мм}$.

Из многоугольника сил получаем:

$$\overline{R_{23}} + \overline{R_{21}} + \overline{G_2} + \overline{F_{u2}} = 0$$

$$R_{21} = (\overline{R_{21}}) \times \mu_{F_2} = 99 \times 0.01 = 0.99 \text{ Н}$$

Рассмотрим в равновесии звено 1.

На него действуют сила тяжести $\overline{G_1}$, сила инерции $\overline{F_{u1}}$, реакции $\overline{R_{12}}$ и $\overline{R_{14}}$.

$$\overline{R_{12}} = -\overline{R_{21}}$$

Рисунок 2 – Годограф реакций на звено 1 со стороны звена 2

Для определения реакции R_{14} построим многоугольник сил для группы звеньев 1-4 (рис.3). Выбираем масштабный коэффициент многоугольника сил $\mu_{F_3} = 0.01 \frac{H}{мм}$.

Из многоугольника сил получаем:

$$\overline{R_{12}} + \overline{R_{14}} + \overline{G_1} + \overline{F_{u1}} = 0$$

$$R_{14} = (\overline{R_{14}}) \times \mu_{F_3} = 105 \times 0.01 = 1.05 \text{ Н}$$

Рассмотрим в равновесии звено 1.

Чертим в масштабе звено 1 и прикладываем все действующие силы (рис.4).

Выбираем масштабный коэффициент $\mu_l = 0,0001 \frac{м}{мм}$. Составляем уравнение равновесия. Плечи сил в этом уравнении определяются графически и подставляются в мм чертежа.

$$\sum M_A(F_{li}) = 0$$

$$F_y \cdot l_1 - R_{1,2} \cdot h_1 - G_1 \cdot h_2 = 0; \quad F_y = \frac{R_{1,2} \cdot h_1 + G_1 \cdot h_2}{l_1};$$

$$F_y = \frac{0.99 \cdot 68 + 0.49 \cdot 33}{75} = 1.11 \text{ Н} \quad M_y = F_y \cdot l_1 = 1.11 \cdot 0.0075 = 0.00825$$

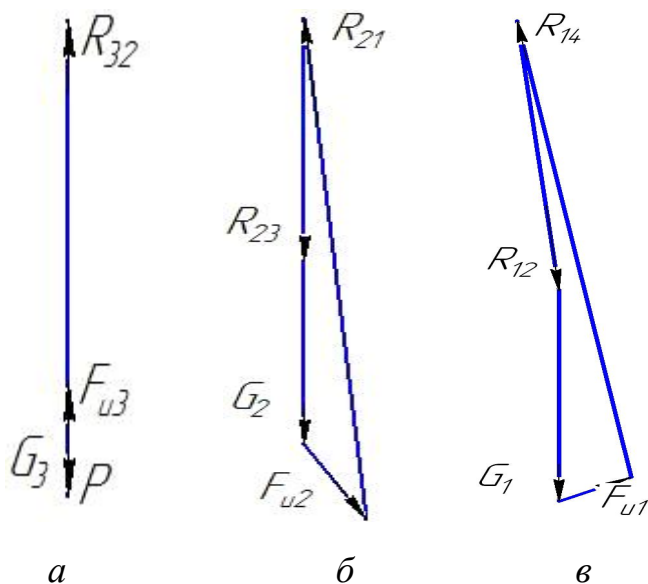


Рисунок 3 - Многоугольники сил для группы звеньев *a* - 3-2, *б* - 2-1, *в* - 1-4,

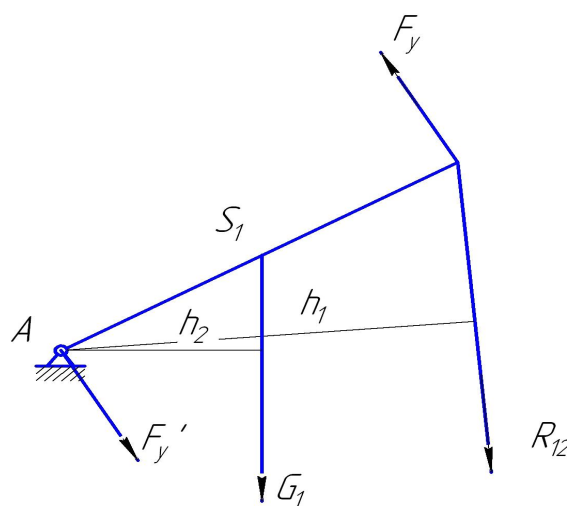


Рисунок 4 – Определение уравнивающего момента

Вывод: уравнивающий момент для исследованного положения механизма определен аналитическим и графическим методами. Погрешность составляет 4,7%.

Список литературы: 1. Мешков В.А. Методические указания для решения задач по кинематическому исследованию стержневых механизмов методом планов в расчетно-графических работах по теории механизмов и машин.- Донецк: ДонНТУ-2002.-24с.