

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СБОРОЧНЫХ СИСТЕМ
В РАМКАХ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Кульбида О.О., Ищенко А.Л., Бережная О.О., Польшенко В.В.

(ДонНТУ, г. Донецк, Украина)

Тел.: (062) 3040805, E-mail: olga_kubida@mail.ru

Аннотация: *Статья посвящена описанию сборочных систем на языке математических отношений в терминах теории массового обслуживания*

Ключевые слова: *сборка, система массового обслуживания, информационная структурная модель*

Сборка – это процесс образование разъемных или неразъемных соединений составных частей детали или изделия. Сборочные работы являются заключительным этапом в производственном процессе, на котором из отдельных деталей и узлов собирают готовые изделия. Место и организация сборочных работ определяется характером выпускаемых изделий, технологическим процессом, объемом производства [1]. Виды сборки классифицируются по следующим основным признакам [2]: целостность соединений, подвижность составных частей, форме сопрягаемых поверхностей, методу образования соединения, серийности производства. Перечисленные признаки усложняют задачу математического описания процесса сборки и формирования необходимых математических моделей.

Исследование любых систем предполагает построение абстрактных математических моделей, представленных на языке математических отношений в терминах определенной математической теории. Изучение процессов, протекающих в автоматических сборочных системах, исходя из сложности их математического описания, можно проводить в рамках теории массового обслуживания. При этом модели реальных сборочных систем можно строить на основе моделей массового обслуживания, которые делятся на базовые модели сборочных автоматов в виде систем массового обслуживания и модели сборочных линий в виде сетей массового обслуживания [3, 4, 5].

Система массового обслуживания (СМО) для сборки изделий – математический (абстрактный) объект, содержащий один или несколько приборов Π , осуществляющих процессы сборки, которые обслуживают потоки поступающих на сборку присоединяемых и базирующих деталей P_n , P_b , и накопитель, в котором проходит процесс выбора приоритета сборки и формируются очереди Ob и On ожидающих сборки деталей (см. рис.1).

Обслуживающий прибор или просто прибор (устройство, линия) – элемент СМО, функцией которого является обслуживание потоков поступающих на сборку изделий, т.е. сборка.

В каждый момент времени в приборе на обслуживании (сборке) могут находиться только по одному элементу потоков собираемых деталей. Обслуживание – задержка деталей на некоторое время в обслуживающем приборе. Длительность обслуживания – время задержки деталей в приборе, равное, в общем случае, времени сборки.

Накопитель (буфер) – совокупность мест для ожидания деталей перед обслуживающим прибором. Количество мест для ожидания определяет ёмкость накопителя. Детали, поступившие на вход СМО, могут находиться в двух состояниях: в

состоянии обслуживания (в приборе); в состоянии ожидания (в накопителе) и иметь соответствующую дисциплину. Детали, находящиеся в накопителе и ожидающие сборки, образуют очередь.

Дисциплина буферизации – правило занесения поступающих деталей в накопитель (буфер).

Дисциплина обслуживания – правило выбора деталей из очереди для обслуживания в приборе. Обуславливается видом метода сборки.

Приоритет – преимущественное право на занесение (в накопитель) или выбор из очереди (для обслуживания в приборе) деталей одного класса по отношению к остальным деталям.

Таким образом, СМО включает в себя:

- детали, проходящие через систему и образующие потоки;
- очереди деталей, образующиеся в накопителях;
- обслуживающие приборы.

Информационная структурная модель сборочного автомата, как системы массового обслуживания представлена на рис. 1.

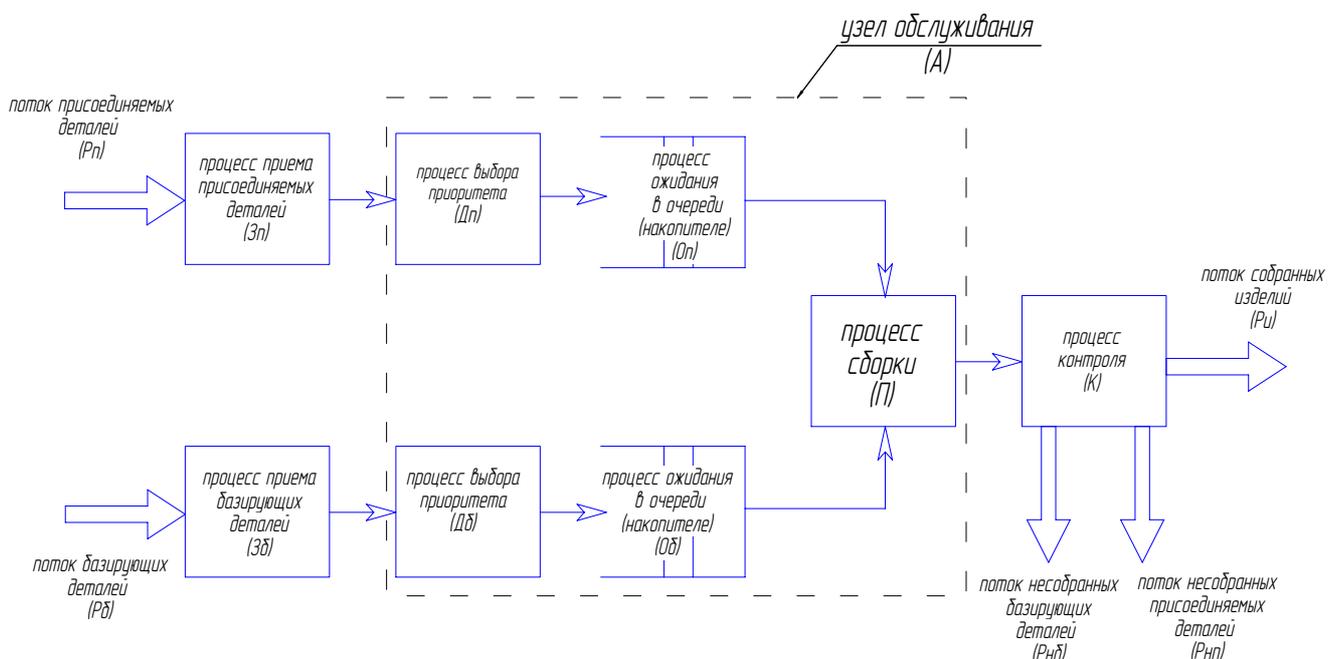


Рис.1. Модель сборочного автомата, как системы массового обслуживания

На сборку поступают два потока деталей – поток базирующих и поток присоединяемых деталей и осуществляется процесс приема деталей. После этого осуществляется процесс выбора приоритета. Детали с дисциплиной буферизации формируют очередь в накопителе, детали с дисциплиной обслуживания, минуя накопитель, поступают на сборку в обслуживающий прибор. По окончании сборки детали поступают в устройство, осуществляющее процесс контроля. По результатам контроля формируются потоки несобранных базирующих и присоединяемых деталей и поток собранных изделий.

Устройства, в которых осуществляются процессы выбора приоритета, процесс ожидания в очереди и обслуживающий прибор образуют узел обслуживания.

Каждый из процессов может протекать как в обособленных устройствах, так и в конструктивных частях одного автомата. При объединении автоматов в линию устройства, осуществляющие контроль изделий могут не дублироваться в каждом автомате.

Для описания потока деталей, в общем случае, необходимо задать интервалы времени $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ между соседними моментами t_k и t_{k-1} поступления деталей с порядковыми номерами k и $k-1$ соответственно. ($k=1,2,3,\dots$; $t_0=0$ – начальный момент времени).

Основной характеристикой потока деталей является его интенсивность λ – среднее число деталей, проходящих через некоторую границу за единицу времени. Величина $a=1/\lambda$ определяет средний интервал времени между двумя последовательно поступившими на сборку деталями.

Поток, в котором интервалы времени τ_k между соседними деталями принимают определенные заранее известные значения, называется детерминированным [3]. Если при этом интервалы одинаковы, то поток называется регулярным. Для полного описания регулярного потока достаточно задать интенсивность потока λ .

Поток, в котором интервалы времени τ_k между соседними деталями представляют собой случайные величины, называется случайным. Для полного описания случайного потока деталей, поступающих на сборку, в общем случае, необходимо задать законы распределений $A_k(\tau_k)$ всех интервалов τ_k ($k=1,2,3,\dots$).

Случайный поток, в котором все интервалы τ_k распределены по одному и тому же закону $A_k(\tau_k)$, называется рекуррентным. Поток деталей называется ординарным, если в каждый момент времени t_k на сборку передается только одна деталь. Если в какой-либо момент времени может появиться более одной детали, то имеем неординарный или групповой поток деталей.

Поток деталей называется потоком без последствия, если детали поступают независимо друг от друга, то есть момент поступления очередной детали не зависит от того, когда и сколько деталей поступило до этого момента. Стационарный ординарный поток без последствия называется простейшим.

Опишем потоки СМО для сборочного автомата для различных методов организации сборки (используем сокращения, приведенные на рис. 1):

$Rб, Rп$ – детерминированный, стационарный ординарный (т.е. простейший), регулярный, рекуррентный поток без последствий.

- сборка методом полной взаимозаменяемости:

$Rи$ - детерминированный, регулярный, рекуррентный поток без последствий;

$Rпп, Rпб$ – отсутствуют;

- сборка селективная:

$Rи$ - детерминированный, регулярный, рекуррентный поток без последствий;

$Rпп, Rпб$ – отсутствуют;

- сборка методом неполной взаимозаменяемости:

$Rи$ – случайный поток с ограниченным последствием;

$Rпп, Rпб$ – случайный поток с ограниченным последствием;

- сборка методом пригонки (этот вид сборки не предпочтителен для автоматизации);

- сборка с применением компенсационных звеньев (автоматизация возможна при использовании деформируемого компенсатора)

$Rи$ - детерминированный, регулярный, рекуррентный поток без последствий;

$Rпп, Rпб$ – отсутствуют.

Интервалы времени τ_k между заявками в простейшем потоке распределены по экспоненциальному закону [1]:

$$A(\tau) = 1 - e^{-\lambda \cdot \tau}$$

Закон распределения вероятности поступления элементов потока k за некоторый заданный промежуток времени t (закон Пуассона):

$$P(k, t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Сборку можно рассматривать как объединение потоков (суммирование H независимых стационарных ординарных потоков):

$$\Lambda = \sum_{k=1}^H \lambda_k$$

Вероятностное разрежение простейшего потока, при котором любой элемент потока случайным образом с вероятностью p исключается из потока, ведет к образованию потока интенсивностью $\lambda' = p \cdot \lambda$.

Поток исключенных элементов (простейший) имеет следующую интенсивность: $\lambda'' = (1 - p) \cdot \lambda$.

Интенсивность сборки может быть описана следующим выражением: $\mu = \frac{1}{b}$, где b - время сборки.

Интенсивности потоков P_n и P_b имеют линейную зависимость. Тогда интенсивности поступления потоков в узел обслуживания A :

$$\lambda_n = \alpha_{nb} \cdot \lambda_n \quad \text{и} \quad \lambda_b = \alpha_{nb} \cdot \lambda_b$$

где α_{nb} - коэффициент пропорциональности интенсивности потоков P_n и P_b .

Нагрузка на узел обслуживания определяется как $y = \frac{\Lambda}{\mu} = \Lambda \cdot b$.
Коэффициент загрузки сборочного автомата:

$$\rho = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{K \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^K T_i$$

где T - время процесса сборки;

K - количество узлов обслуживания в автомате;

T_i - время выполнения операции, осуществляемой в узле.

Вероятность возникновения элементов потоков несобранных деталей P_{nb} , P_{nn} :

$$\pi_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N_n(T)}{N(T)}$$

где $N(T)$ - число элементов потоков P_b , P_n , поступивших в узел за время T ;

$N_n(T)$ - число элементов потоков P_{nb} , P_{nn} , возникших в узел за время T .

Вероятность сборки:

$$\pi_0 = (1 - \pi_n) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N_0(T)}{N(T)}$$

где $N_0(T)$ - число элементов потока собранных изделий P_u , возникших в узле за время T .

Производительность (интенсивность) СМО:

$$\lambda' = \pi_0 \cdot \lambda = (1 - \pi_n) \cdot \lambda$$

Интенсивность потоков $R_{нб}$, $R_{нп}$:

$$\lambda'' = \pi_y \cdot \lambda = (1 - \pi_0) \cdot \lambda, \text{ тогда } \lambda' + \lambda'' = \lambda_n + \lambda_0.$$

Коэффициент загрузки узла: $\rho = \frac{(1 - \pi_n) \cdot y}{K}$ или $\rho = \frac{\lambda' \cdot b}{K}$.

Тогда вероятность сборки: $\pi_0 = 1 - \pi_n = \frac{\rho}{y} \cdot K$.

Среднее время ожидания сборки в очереди: $\varpi = \frac{\rho \cdot b}{1 - \rho}$.

Среднее время пребывания потоков в СМО (при $A=1$): $u = \frac{b}{1 - \rho}$.

Приведенные зависимости позволяют описать процессы сборки для различных типов производства, для различных соединений и могут служить основой для составления оптимизационных моделей процессов по критерию времени сборки.

Список литературы: 1. Новиков М.П. Основы технологии сборки машин и механизмов / Новиков М.П. – М.: Машиностроение, 1980. – 592 с. 2. Лебедевский М.С. Научные основы автоматической сборки / Лебедевский М.С., Вейц В.Л., Федотов А.И. – Л.: Машиностроение, 1985. – 316 с. 3. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с. 4. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. / Пер. И.И. Грушко. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с. 5. Жерновий Ю. В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: Практикум. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 307 с.

**MODELING ASSEMBLY SYSTEMS
IN THE THEORY OF MASS OBSLUZHIVANIYA
Kulbida O., Ishchenko A., Bereznaya O., Polchenko V.**

(DonNTU, Donetsk, Ukraine)

Abstract: This article describes assembly systems in the language of mathematical relationships in terms of the theory of mass obsluzhivaniya

Keywords: assembly, queuing system, information structure model

**МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДАЛЬНИХ СИСТЕМ
В РАМКАХ ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ
Кульбіда О.О., Іщенко О.Л., Березна О.О., Польченко В.В.**

(ДонНТУ, м. Донецьк, Україна)

Анотація: Стаття присвячена опису складальних систем мовою математичних відносин в термінах теорії масового обслуговування

Ключові слова: складання, система масового обслуговування, інформаційна структурна модель

Надійшла до редколегії 20.06.2011 р.