УДК 533.6

**Соколов В.И., Андрийчук Н.Д., Подлесная С.В.**

**ВНУ им. Владимира Даля, г. Луганск**

# ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИМЕСИ В ПОТОКЕ ПРИ КОНТРОЛЕ ПРОМЫШЛЕННЫХ ВЫБРОСОВ

*Рассматривается вопрос измерения концентрации примеси в газовоздушных потоках. Для определения местоположения датчика, соответствующего средней концентрации примеси, решается задача о диффузии в потоке плоского кругового источника.*

## *Постановка проблемы*

Ведение многих технологических процессов в атомной энергетике, химической, нефтеперерабатывающей, горнодобывающей промышленности и других отраслях народного хозяйства сопровождается выбросами в атмосферу вредных для здоровья человека и окружающей природной среды отходов производственной деятельности, которые осуществляются вентиляционными системами. Кроме того, промышленные выбросы обусловлены необходимостью поддержания требуемых санитарно-гигиенических норм в производственных помещениях. Поэтому от точности контроля состава и объема выбросов во многом зависит как здоровье человека, так и экологическая ситуация. Достоверный контроль параметров промышленных выбросов позволяет рационально решать вопросы плановых мероприятий по модернизации вентиляционных систем и коррекции технологических процессов, предотвращать аварийные ситуации, разрабатывать программы по повышению экологической безопасности.

## *Формулировка цели*

В большинстве случаев выброс вредных компонентов осуществляется централизованной подачей в выходную вентиляционную трубу, где организуется пробоотбор газовоздушной среды для измерения концентрации примеси. Поскольку равномерная концентрация примеси по сечению трубы устанавливается на определенном расстоянии от места выброса, важно знать место установки датчика концентрации, которое достоверно определяет среднюю концентрацию примеси в газовоздушном потоке. В тех случаях, когда невозможна организация контроля на требуемом расстоянии от места выброса, повысить точность измерения можно установкой датчика в точке сечения канала, где действительная концентрация соответствует среднему значению. С этой целью решалась задача о диффузии плоского кругового источника радиуса $r_k$ в турбулентном потоке в круглой цилиндрической трубе радиуса $r_0$, которая является типичной для вентиляционных систем энергоблоков атомных станций, химических производств и т. п.

## *Решение задачи*

В цилиндрической системе координат (r - радиус, x - осевая координата) уравнение турбулентной диффузии [1, 2] в осесимметричном потоке представляется следующим образом

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_x \frac{\partial C}{\partial x} + u_r \frac{\partial C}{\partial r} =$$
$$= f(x,r,t) + D_в \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \right),$$

где $C$ – концентрация, $t$ - время, $u_x$, $u_r$ - осевая и радиальная составляющие скорости; $D_в$ - коэффициент турбулентной (вихревой) диффузии; $f(x, r, t)$ - функция объемной плотности мощности источников примеси.

Примем допущение, что скорость потока постоянная по направлению и величине, равной средней скорости потока $u_0$,

$$u_x = u_0\,;\; u_r = 0\,.$$

Тогда имеем следующее уравнение диффузии

$$\begin{gathered}\frac{\partial C}{\partial t} + u_0 \frac{\partial C}{\partial x} = f(x,r,t) + \\ + D_в \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \right).\end{gathered} \tag{1}$$

Граничное условие к данному уравнению вытекает из требования отсутствия проникновения примеси сквозь стенки трубы и сводится к равенству нулю нормальной производной на границе

$$\left.\frac{\partial C}{\partial r}\right|_{r=r_0} = 0\,.$$

Начальное условие требует равенства нулю концентрации в трубе до включения источника

$$\left. C\right|_{t=0} = 0\,.$$

Функцию плотности для импульсного плоского кругового источника, расположенного в начале координат, зададим следующим образом

$$f\left(x,r,t\right) = \delta(x) H(r_k - r)\,,$$

где $\delta(x)$ – функция Дирака; $H(r_k\text{-}r)$ – функция Хевисайда [3].

Сделаем в уравнении (1) замену переменных

$$z = x - u_0 t\,,$$

т.е. перейдем в систему координат, которая движется с потоком. При этом, функция $C\left(x,r,t\right)$ перейдет в функцию $w\left(z,r,t\right)$, а функция $f\left(x,r,t\right)$ в

$$F\left(z,r,t\right) = \delta\left(z + u_0 t\right) H\left(r_k - r\right).$$

Производные преобразуются согласно выражениям

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} = -u_0 \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t}\,;$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial z}\,;$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial C}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right) = \\ = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}.\end{gathered}$$

Подставляем данные соотношения в уравнение (1) и после преобразований получаем

$$\frac{\partial w}{\partial t}=D_{в}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right)+ \\ +\delta\left(z+u_0 t\right)H\left(r_k-r\right). \tag{2}$$

Таким образом, имеем обычное неоднородное уравнение диффузии.

Аналитическое решение уравнения (2) получено известными приемами математической физики [4] и имеет вид

$$w\left(z,r,t\right)=\frac{r_k}{\sqrt{\pi}r_0}\int_0^t\frac{\exp\left[-\frac{\left(z+u_0\tau\right)^2}{4D_{в}\left(t-\tau\right)}\right]}{\sqrt{D_{в}(t-\tau)}}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\left(\frac{\mu_n}{r_0}\right)^2 D_{в}(t-\tau)\right)\times$$

$$\times\frac{J_1\left(\frac{\mu_n}{r_0}r_k\right)J_0\left(\frac{\mu_n}{r_0}r\right)}{\mu_n J_0^2\left(\mu_n\right)}d\tau,$$

где $J_0$ и $J_1$ - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка; $\mu_n$ - корни уравнения $J_0'\ \left(x\right)=0$.

С помощью замены $z=x-u_0 t$ переходим к неподвижной системе координат

$$C\left(x,r,t\right)=\frac{r_k}{\sqrt{\pi}r_0}\int_0^t\frac{\exp\left[-\frac{\left(x-u_0\left(t-\tau\right)\right)^2}{4D_{в}\left(t-\tau\right)}\right]}{\sqrt{D_{в}(t-\tau)}}\times$$

$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\left(\frac{\mu_n}{r_0}\right)^2 D_{в}(t-\tau)\right)\times$$

$$\times\frac{J_1\left(\frac{\mu_n}{r_0}r_k\right)J_0\left(\frac{\mu_n}{r_0}r\right)}{\mu_n J_0^2\left(\mu_n\right)}d\tau.$$

Эта функция и дает решение задачи о диффузии в потоке плоского кругового источника радиуса $r_k$ с центром в начале координат.

В безразмерном виде полученное решение представляется следующим образом

$$\bar{C}\left(\bar{x},\bar{r},\bar{t}\right)=\frac{\bar{r}_k}{\sqrt{\pi}}\int_0^t\frac{\exp\left[-\frac{Pe_{д}\left(\bar{x}-\left(\bar{t}-\tau\right)\right)^2}{16\left(\bar{t}-\tau\right)}\right]}{\sqrt{\frac{4(\bar{t}-\tau)}{Pe_{д}}}}\times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{4(\bar{t}-\tau)}{Pe_\partial}\right) \frac{J_1(\mu_n \bar{r}_k) J_0(\mu_n \bar{r})}{\mu_n J_0^2(\mu_n)} d\tau,$$

где $\bar{C} = C/C_0$ – безразмерная концентрация ($C_0$ - средняя концентрация); $\bar{x} = x/d$, $\bar{r} = r/r_0 = 2r/d$ – безразмерные координаты ($d$ - диаметр трубы); $\bar{r}_k = r_k/r_0 = 2r_k/d$ - безразмерный радиус источника; $\bar{t} = tu_0/d$ - безразмерное время; $Pe_\partial = \mathrm{Re}\,Sc$ - диффузионное число Пекле ($\mathrm{Re} = u_0 d/\nu$ - число Рейнольдса; $\nu$ - кинематическая вязкость; $Sc = \nu/D_в$ - число Шмидта).

На рис. 1 представлена зависимость безразмерной концентрации примеси на оси трубы от расстояния до плоского кругового источника для различных его размеров при $P_{ед} = 368$ и в момент времени $\bar{t} = 0{,}1 Pe_\partial = 3.68$.

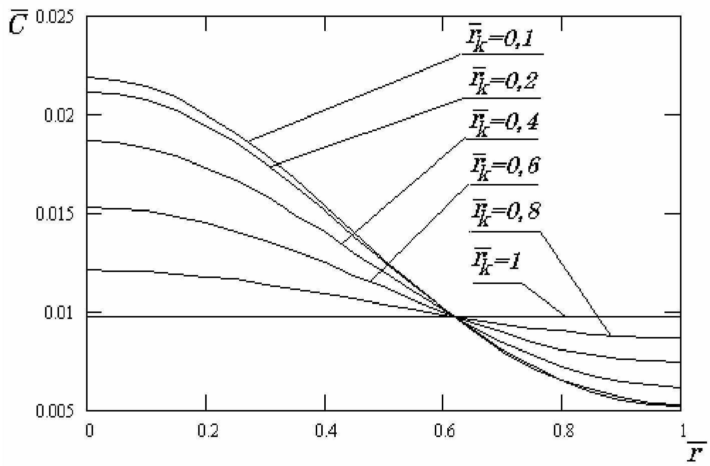


Рис. 1. Зависимость концентрации на оси трубы от расстояния до источника

Как видно из рис. 1, с увеличением расстояния от источника все кривые выходят на один уровень.

На рис.2 показано распределение концентрации примеси по радиусу трубы на расстоянии 10*d* от плоского кругового источника для различных его размеров.

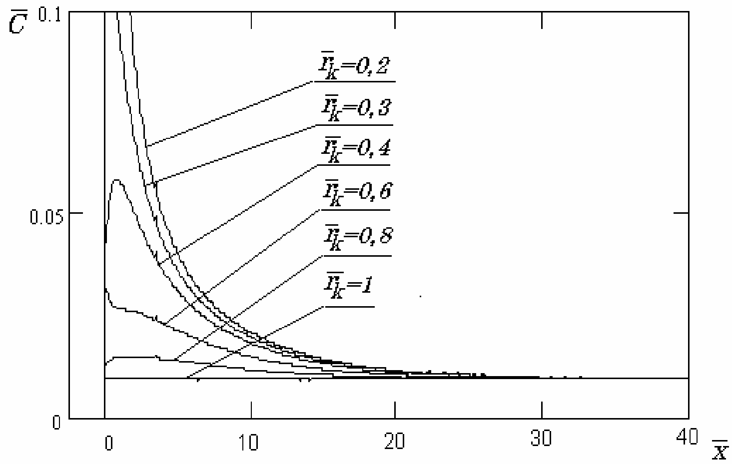


Рис.2. Распределение концентрации по радиусу на расстоянии 10*d* от источника

Как и следовало ожидать, при увеличении размера источника распределение становится более равномерным. Интересно отметить, что все кривые пересекаются в одной точке, лежащей на расстоянии 0,62 радиуса трубы от ее оси. Это значит, что если датчик концентрации поместить в этой точке, он покажет значение средней концентрации в потоке.

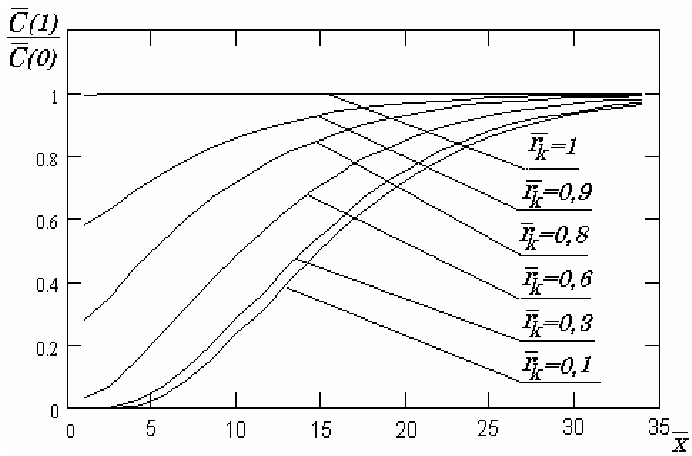


Рис.3. Зависимость отношения концентрации у стенок к концентрации на оси от расстояния до источника

Наиболее точную информацию о степени равномерности распределения дает величина отношения концентрации у стенок трубы к концентрации на оси. Ее величина изменяется от нуля при полностью неоднородном распределении, до единицы при полностью равномерном. Зависимость этой величины от расстояния до источника при различных размерах источника приведена на рис. 3. Так, при расстояниях более 30d, степень равномерности не менее 0,95 для всех размеров источника.

***Выводы***

Таким образом, датчик концентрации примеси в потоке следует устанавливать на расстоянии 30 диаметров канала и более от источника примеси, что обеспечивает погрешность измерения средней концентрации менее 5%. В том случае, когда нельзя реализовать данные рекомендации, для повышения точности следует организовать измерение на расстоянии 0,62 радиуса трубы от ее оси, где действительная концентрация примеси в газовоздушном потоке соответствует среднему значению.

***Список литературы***

1. Соколов В.И., Коваленко А.А., Калюжный Г.С. Инженерные задачи диффузии примеси в потоке. – Луганск: ВНУ, 2000. – 168 с.
2. Калюжный Г.С., Соколов В.И., Коваленко А.А. Диффузия в газовом потоке точечного источника постоянной интенсивности // Вісн. Східноукр. держ. ун-ту. – 1999. - №1 (16). – С. 140-146.
3. Иванов В.А., Медведев В.С., Чемоданов Б.К., Ющенко А.С. Математические основы теории автоматического регулирования / Под ред. Б.К. Чемоданова. – М.: Высшая школа, 1971. – 808 с.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1979. – 736 С.