

**ДІЯЛЬНІСНА ТЕХНОЛОГІЯ  
РОЗРОБКИ МЕТОДИЧНОГО ПОСІБНИКА  
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

*Ключові слова:* діяльнісне навчання математики, предметна модель студента, задачник з вищої математики, векторна алгебра.

У плані дій щодо забезпечення якості вищої освіти України та її інтеграції в європейське і світове освітнє співтовариство на період до 2010 року, затвердженому наказом Міністерства освіти і науки від 13.07.2007 № 612, ставиться задача розробки механізмів запровадження в систему вищої освіти розвивальних технологій професійної освіти та технологій саморегульованого навчання в рамках традиційного навчання, в тому числі і діяльнісно-орієнтованих технологій навчання. Розробка та запровадження таких технологій можливі тільки в рамках діяльнісного підходу до навчання, і не може бути здійснена у рамках традиційного знанєвого навчання.

Основні положення діяльнісного підходу до навчання розроблені в роботах Б. Ц. Бадмаєва, П. Я. Гальперіна, О. М. Леонтьєва, Ю. І. Машбиця, З. О. Решетової, С. Л. Рубінштейна, Н. Ф. Тализіної та ін. В завершеному вигляді теорія діяльнісного навчання була сформульована Г. О. Атановим [2].

Впровадження діяльнісного навчання в практику вимагає розробки спеціальних технологій проектування і організації навчальної діяльності. При цьому з позицій діяльнісного підходу повинні бути спроектовані цілі навчання, його зміст, форми організації навчальної діяльності і контроль

результатів навчальної діяльності.

В роботі [3] детально описано розроблену автором діяльнісну технологію навчання математики у вищій школі. При організації такого навчання дуже важлива роль відводиться навчально-методичній літературі.

Міністерством освіти і науки України розроблено міри щодо підвищення якості навчальної літератури для вищих навчальних закладів. У Додатку 1 до наказу № 588 МОН України від 27.06.2008 «Методичні рекомендації щодо структури, змісту та обсягів підручників і навчальних посібників для вищих навчальних закладів» підкреслюється: «Підготовка та випуск навчальних книг, які орієнтовані на активізацію самостійної творчої роботи студента, на формування професійно значущих умінь дозволяють створити необхідні умови для успішної навчальної діяльності».

Однією з важливих складових навчальної діяльності є орієнтувальна частина, яка складається із загального орієнтування і орієнтування на виконавчу частину [2, с. 74-75]. Загальне орієнтування забезпечує виділення властивостей і якостей об'єктів предметної області, які суттєві для їх перетворення. Орієнтування на виконавчу частину направлене на вироблення плану розв'язання задач, на визначення того, які дії і в якій послідовності мають виконуватися. Дуже важливим обов'язком викладача є забезпечення формування тим, кого навчають, орієнтувальної основи дій.

Існує поширений вид методичної літератури з математичних дисциплін, який називають «розв'язальники». Це методичні рекомендації до розв'язання задач. У «розв'язальниках» крім умов задач наведені розв'язання деяких з них, часто дуже багатьох, а іноді й усіх. Поширений підхід тут полягає в реалізації принципу: «Задача розв'язується в такому порядку», тобто демонструються дії, які необхідно виконати для розв'язання задачі. Іншими словами, надається тільки виконавча частина діяльності без будь-якого орієнтування.

У зв'язку з цим особливо важливою для впровадження діяльнісного навчання математики є розробка методичних посібників, в яких описується не тільки виконавча, але й орієнтувальна частина діяльності.

**Метою роботи** є розробка діяльнісної технології розробки задачника з вищої математики на основі п'ятикомпонентної предметної моделі студента.

У найширшому значенні під моделлю студента розуміють знання про нього, які використовуються для організації процесу навчання. Знання про те, яким ми хочемо бачити студента у результаті навчання, тобто вигоди до його кінцевого стану як за окремими предметами, так і як до фахівця в цілому, називають нормативною моделлю. Нормативна модель щодо фахівця в цілому отримала назву моделі спеціаліста, щодо окремого навчального предмета – предметної моделі [1, с. 84].

Однією з важливих властивостей предметних знань є їх здатність структуруватися, і першочерговою задачею при побудові предметної моделі повинне бути встановлення загальної структури предметних знань. На цю структуру можна дивитися під різними кутами зору, отримуючи при цьому певні компоненти предметної моделі студента [2, сс. 121-122].

Існує п'ять компонентів предметних знань і, відповідно до них, п'ять компонентів предметної моделі студента: тематичний, функціональний, процедурний, операційний і семантичний. Тематичний компонент показує, про що знання; функціональний компонент визначає, які функції виконують предметні знання; процедурний компонент описує порядок і характер перетворення об'єктів предметної галузі; операційний компонент задає вміння, які повинні бути сформовані в процесі навчання; семантичний компонент задає смислову, або семантичну частину предметних знань.

В роботі [3] детально описано побудову предметної моделі студента з розділу «Векторна алгебра». Цей розділ має важливе значення в системі інженерної освіти курсу вищої математики, так як без нього немож-

ливе засвоєння таких розділів курсу як «Аналітична геометрія», «Теорія функції декількох змінних», «Теорія поля». Крім того він є підґрунтям до таких дисциплін як «Теоретична механіка», «Фізика», «Теорія механізмів і машин» та інших.

Розглянемо використання предметної моделі студента, що побудована, для розробки навчального посібника за діяльнісною технологією.

Посібник складається з чотирьох частин. Перша частина містить операційний компонент предметної моделі студента, тобто перелік вмінь, формування яких є цілями навчання певного розділу дисципліни. З векторної алгебри були виділені такі вміння:

- за наданими координатами вектора:
  - визначати модуль вектора;
  - визначати напрямні косинуси вектора ;
  - записувати розвинення вектора за декартовим базисом;
  - знаходити добуток вектора на число;
  - знаходити орт вектора;
  - визначати, чи є вектор одиничним;
- визначати координати вектора:
  - за наданими координатами начала і кінця вектора;
  - за наданими напрямними косинусами та модулем;
  - за наданим розвиненням вектора за декартовим базисом;
  - за наданими координатами орта вектора та модулем;
- за наданими координатами двох векторів:
  - визначати, чи є вектори рівними;
  - знаходити суму та різницю векторів;
  - визначати, чи є вектори колінеарними;
  - знаходити скалярний добуток векторів;
  - визначати, чи є вектори перпендикулярними;
  - знаходити проекцію одного вектора на інший;

- визначати косинус кута між векторами;
- знаходити векторний добуток векторів;
- знаходити площу паралелограма, що побудовано на цих векторах;
- за наданими координатами трьох векторів у просторі:
  - знаходити мішаний добуток векторів;
  - знаходити об'єм піраміди і паралелепіпеду, що побудовані на цих векторах;
  - визначати, чи є вектори компланарними;
  - визначати, чи можуть три вектори утворювати базис;
  - переходити до нового базису;
- за наданими модулями двох векторів і куту між ними знаходити:
  - скалярний добуток векторів;
  - проєкцію одного вектора на інший;
  - векторний добуток векторів;
  - площу паралелограма, що побудовано на цих векторах;

Друга частина посібника містить процедурний компонент предметної моделі студента, тобто ті алгоритми, які має опанувати студент. З векторної алгебри виділені такі алгоритми:

- знаходження:
  - координат вектора;
  - модуля вектора;
  - напрямних косинусів вектора,
  - координат орта вектора;
  - косинуса кута між векторами;
  - проєкції одного вектора на інший;
  - лінійної комбінації декількох векторів;
  - скалярного добутку двох векторів;
  - векторного добутку двох векторів;

- мішаного добутку трьох векторів;
- площі трикутника, що побудовано на двох векторах;
- площі паралелограма, що побудовано на двох векторах;
- об'єму паралелепіпеда, що побудовано на трьох векторах;
- об'єму піраміди, що побудовано на трьох векторах;
- визначення:
  - чи є три вектори компланарними;
  - чи є два вектори колінеарними;
  - чи є два вектори перпендикулярними;
  - чи можуть три вектори утворювати базис у просторі;
- переходу:
  - від одного способу завдання вектора до іншого;
  - до нового базису у просторі.

У третій частині посібника наведено семантичний компонент предметної моделі студента, який є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремими висловлюваннями, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення. Як правило, семантичний компонент предметної моделі подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної області. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається. Дидактичну сутність семантичного конспекту передає його інша назва – опорний конспект, оскільки він містить думки, на які необхідно спиратися при вивченні предмету [1 с. 1-114].

Всі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить даний висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Крім того, деякі

номери стоять також після висловлювань. Це номери інших висловлювань, від яких надане залежить, якими воно визначається, з яких виходить. Зв'язки між висловлюваннями можуть бути дуже простими, наприклад, посилення на терміни, які вживаються в даному вислові, і складнішими, більш глибокими, наприклад, зв'язок причини і наслідків. Ці зв'язки, по суті справи, задають структуру предметних знань, визначають розвиток навчального предмету, формальну логічну схему міркувань, і студенти повинні самостійно наповнити її конкретним змістом.

Наведемо фрагмент семантичного конспекту:

#### **4. Скалярний добуток векторів**

4.1. Скалярний добуток двох векторів – це число, що дорівнює сумі добутків однойменних координат векторів. (1.8, 1.10)

4.2. Скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  позначається  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ . (4.1)

4.3. Скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , координати яких дорівнюють  $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$  і  $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$ , обчислюється за формулою:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z. \quad (4.1, 4.2, 1.8)$$

4.4. Геометрична властивість скалярного добутку двох векторів: скалярний добуток двох векторів дорівнює добутку модулів цих векторів на косинус кута між векторами. (1.6, 1.14, 4.1)

4.5. Геометрична властивість скалярного добутку векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , кут між якими дорівнює  $\varphi$ , у символічному вигляді:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi,$$

де  $|\vec{a}|$  і  $|\vec{b}|$  – модулі векторів. (1.15, 4.4)

4.6. Ознака перпендикулярності двох векторів: для того, щоб два вектора  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  були перпендикулярними, необхідно і достатньо, щоб скалярний добуток цих векторів дорівнював нулю. (1.7, 4.1)

4.7. Ознака перпендикулярності векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  у символічному вигляді:  
 $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0. \quad (4.6)$

4.8. Ознака перпендикулярності векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ , координати яких дорівнюють  $\bar{a} = (a_x; a_y; a_z)$  і  $\bar{b} = (b_x; b_y; b_z)$ , у символічному вигляді:

$$\bar{a} \perp \bar{b} \Leftrightarrow a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = 0. \quad (4.6, 1.8)$$

Четверта частина посібника містить задачі. Для кожної задачі вказано набір вмінь, за допомогою яких вона повинна бути розв'язана. Цей набір називається спектром вмінь задачі, а кількість вмінь в ньому – шириною спектра. Якщо ширина спектра однієї задачі недостатня, наприклад, для формування вмінь з теми, то необхідна система задач. В цьому випадку можливо говорити про спектр цієї системи, який складає сума спектрів задач, які входять в систему.

Для того, щоб сформувані вміння потрібні, певні знання. Саме знання показують, що потрібно робити (декларативні знання) і як потрібно робити (процедурні знання). Тому кожна задача також має спектр знань, тобто набір тих знань, які використовуються при розв'язанні задачі. Таким чином, кожна задача має спектр вмінь та спектр знань. Спектр знань складається з декларативних та процедурних знань, то він задається семантичною та процедурною компонентами предметної моделі студента. Семантичний компонент предметної моделі задає декларативні знання, процедурний компонент – процедурні знання [1, с. 192].

Спектр вмінь задачі задається операційним компонентом предметної моделі студента. В залежності від ширини спектра, задачі посібника розподілені за рівнем складності. Спочатку наведені базові задачі, тобто ті задачі, спектр вмінь яких складається з одного предметного вміння. Потім наведено задачі, при розв'язанні яких студенту необхідно володіти декількома предметними вміннями. Сукупний спектр вмінь задач посібника покриває спектр всіх вмінь теми.

Приклади подання у задачнику базових задач, спектр вмінь яких складається з одного предметного вміння, подано у таблиці 1.

Таблиця 1.



№	Умова задачі	Спектр вмінь	Спектр декларативних знань	Спектр процедурних знань
1.	Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a} = (3; 2; -1)$ і $\vec{b} = (2; 4; 1)$ .	1. Вміння знаходити скалярний добуток двох векторів за координатами векторів.	Висловлювання семантичного конспекту 4.1, 4.2, 4.3.	Алгоритм знаходження скалярного добутку за координатами двох векторів
2.	Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ , якщо відомо, що $ \vec{a}  = 3$ , $ \vec{b}  = 5$ , а косинус кута між векторами дорівнює $\frac{1}{6}$ .	1. Вміння знаходити скалярний добуток двох векторів за наданими модулями цих векторів і косинусу кута між ними.	Висловлювання семантичного конспекту 4.2, 4.4, 4.5.	Алгоритм знаходження скалярного добутку за наданими модулями цих векторів і косинусу кута між ними.
3.	Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ , якщо відомо, що $ \vec{a}  = 3$ , $ \vec{b}  = 5$ , а кут між векторами дорівнює $\frac{\pi}{6}$ .	1. Вміння знаходити скалярний добуток двох векторів за наданими модулями цих векторів і косинусу кута між ними. 2. Вміння визначити косинус даного кута.	Висловлювання семантичного конспекту 4.2, 4.4, 4.5.	Алгоритм знаходження скалярного добутку за наданими модулями цих векторів і куту між ними.
4.	Визначити, чи є перпендикулярними два вектори $\vec{a} = (3; 2; -1)$ і $\vec{b} = (2; 4; 1)$	Вміння визначити, чи є два вектори перпендикулярними за координатами наданих векторів.	Висловлювання семантичного конспекту 4.6, 4.7, 4.8.	Алгоритм визначення, чи є два вектори перпендикулярними

Для розв'язання третьої задачі крім вміння з векторної алгебри треба ще володіти вмінням з елементарної математики.

Наведемо приклад задачі, спектр вмінь якої складається з декількох вмінь з векторної алгебри і декількох вмінь з елементарної математики.

Задача: «Знайти координати векторів, що є колінеарними вектору  $\vec{a} = (3; 2; -1)$ , модулі яких дорівнюють 3».

Спектр вмінь задачі складається з таких вмінь з векторної алгебри:

- за наданими координатами вектора знаходити модуль вектора;
- знаходити вектор, що є колінеарним наданому.

Але для розв'язання цієї задачі цих вмінь недостатньо. Необхідно також володіти вміннями з елементарної математики:

- вилучати квадратний корінь з числа;
- вилучати квадратний корінь з невідомої величини;
- знаходити невідому величину за її модулем.

Складання задачника у описаний спосіб забезпечує створення у студентів орієнтувальної частини діяльності при розв'язуванні задач. При цьому загальне орієнтування забезпечується семантичним компонентом предметної моделі студента. Орієнтування ж на виконавчу частину діяльності забезпечується процедурним компонентом.

Посібник, що розроблено, може бути використаний для організації навчальної діяльності як на аудиторних заняттях, так і для самостійної роботи студентів. При роботі з цим посібником не тільки вчать розв'язувати задачі з конкретної теми. Нехай навіть не віддаючи собі звіту в цьому, студенти усвідомлювали ведучу роль орієнтування, і у них формується раціональний спосіб дій, вони засвоювали науковий підхід до розв'язування задач, а значить, і до здійснення діяльності.

## **Література**

- 1. Атанов Г. О.** Знання як засіб навчання. – К., Кондор, 2008.
- 2. Атанов Г. О.** Теорія діяльнісного навчання. – К., Кондор, 2007.

- 3. Евсеева Е. Г.** Деятельностное обучение математике в высшей школе. // Дидактика математики: проблемы і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. – Вип. 25. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – сс. 197-205.
- 4. Євсєєва О. Г.** Розробка тестових завдань з вищої математики на основі діяльнісного підходу до навчання // Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». – Вип. 150. – Черкаси: 2009. – Сс. 62–72.
- 5. Евсеева Е. Г.** Семантический конспект по линейной алгебре // Дидактика математики: проблемы і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 24. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2005. – Сс. 103 - 111.

**Євсєєва О. Г. Діяльнісна технологія розробки методичного посібника з вищої математики.**

У статті розглянуто діяльнісну технологію розробки методичного посібника з вищої математики на основі п'ятикомпонентної предметної моделі студента технічного університету. Наведено структуру посібника, а також фрагменти операційного, процедурного і семантичного компонентів предметної моделі студента з розділу «Векторна алгебра». Наведено приклади задач.

*Ключові слова:* діяльнісне навчання математики, предметна модель студента векторна алгебра.

**Евсеева Е. Г. Деятельностная технология разработки методического пособия по высшей математике**

В статье рассмотрена деятельностная технология разработки методического пособия по высшей математике на основе пятикомпонентной предметной модели студента технического университета. Приведёна

структура пособия, а также фрагменты операционного, процедурного и семантического компонентов предметной модели студента по разделу «Векторная алгебра». Рассмотрены примеры задач разных уровней сложности.

*Ключевые слова:* деятельностное обучение математике, предметная модель студента, векторная алгебра.

**YEVSEYEVA E. The activities technology of projecting the methodical manual in high mathematics**

The activities technology of projecting the methodical manual in high mathematics on the base of the five component subject student model of technical university is described in the article. The structure of the manual is given. Fragments of the operational, procedural and semantic components of the subject student model on the example of the section «Vector algebra» are also given. The examples of the tasks with different difficulty level are considered.

*Keywords:* activities teaching mathematics, the subject model of student, vector algebra.