

Николайчук Т. И., Улицкая Н.Ю.

Донецкий национальный технический университет

Пропонується методика викладання теми «Невизначений інтеграл» за допомогою зведення матеріалу до таблиць і схем в умовах зростаючої ролі самостійної роботи студентів.

Одним из приоритетов Болонского процесса является увеличение внимания к самостоятельной работе студентов. На эту форму работы отводится все больше часов обучения. Кроме этого, рынок труда выдвигает требования не только к уровню фундаментальных знаний будущего инженера, но к уровню его профессиональной компетентности. Наличие «чистых» математических знаний не является конечной целью при подготовке специалистов. Ценность математических знаний в том, что они являются базой для других, прежде всего, специальных дисциплин. В то же время, уменьшение количества часов на изучение высшей математики требует оптимизации процесса обучения. Также повышение эффективности обучения может быть достигнуто за счет внедрения новых методик. Поэтому особо тщательно нужно относиться к отбору объема и содержания материала, увеличения наглядности его подачи. Нельзя игнорировать и пробуждение творческой самостоятельности студентов. Целесообразно наглядно показывать им применение математического аппарата к задачам, связанным с будущей профессией.

На данный момент существуют проблемы изучения темы «Неопределенный интеграл». К сожалению, некоторая часть этих проблем тянется из школьных лет обучения студентов, сказывается слабая подготовка школьников по математике. А компенсировать пробелы в школьных знаниях приходится в ВУЗе, причем практически одновременно с подачей нового материала. Раздел математического анализа «Неопределенный интеграл» преподается в ДонНТУ в обязательном порядке студентам всех специальностей. На знаниях этого раздела базируются многие другие изучаемые разделы математики. Студентам, которые не достаточно хорошо усвоили материал этой темы, бывает сложно, а иногда и невозможно освоить следующие темы. Поэтому авторы этой работы решили подойти к решению проблемы с позиций современных методов подачи информации.

В последние 10-15 лет компьютеры и средства мобильной связи стали настолько доступными, что среднестатистический человек не может представить своего существования без этой техники. Компьютеры и мобильные телефоны являются как мощными источниками связи, так и средствами обработки различных данных. Передача данных осуществляется в компактном систематизированном виде, часто в виде таблиц и схем. Данные на компьютере обрабатываются посредством программного обеспечения, которое нередко создается самим пользователем. Поэтому мозг современного пользователя легче воспринимает подачу информации в виде матриц, таблиц, схем, а обработку ее посредством действий, описанных подобно алгоритму, блок-схеме и т. д.

Изложение нового материала студентам, а тем более молодым людям, нужно приблизить к способам обмена информацией в современном обществе. Во-первых, подача информации должна измениться. Во-вторых, в условиях присоединения Украины к Болонскому процессу, нужно все большее внимание уделять обеспечению самостоятельной работы студентов. В-третьих, желательно с изучением нового материала, повторять уже пройденный материал, напоминать основные формулы, определения, решение ключевых задач прошлых тем. Поэтому в данной статье предпринята попытка описать изложение материала по теме «Неопределенный интеграл» с учетом всех этих факторов.

Изучение материала по теме «Неопределенный интеграл» можно начать с повторения некоторых разделов элементарной математики, если они не были прочитаны в начале семестра. Необходимо напомнить студентам свойства степеней, свойства рациональных дробей, нахождение производной и т. д. Некоторые формулы, изучаемые в школе, можно собрать вместе и выдавать студентам в качестве справочного материала, в который также необходимо включить таблицу производных и интегралов.

Информация во всех сферах жизнедеятельности человека на данный момент подается систематизировано, в виде, удобном для восприятия человека, связанного с современными средствами коммуникации. Таким образом, целесообразно составление таблицы, содержащей информацию обо всех изучаемых видах интегралов. Изложение теоретического материала разбивается на части, которые соответствуют ячейкам таблицы. В ячейке «Вид» содержится интеграл в общем виде, в ячейке «Способ интегрирования» записано название метода интегрирования и формула, применяемая для данного типа

интеграла. В ячейках А, Б, В и Доп. находятся примеры для решения. Так как для разных специальностей предусмотрено разное количество часов практических занятий для изучения высшей математики, то примеры для решения распределяются следующим образом: для групп с учебной нагрузкой 2 часа в неделю предназначены примеры из ячейки А, для групп с 3-х часовой учебной нагрузкой в неделю к примерам из ячейки А добавляются примеры из ячейки Б. Для 4-х часовых групп суммируются примеры из ячеек А, Б и В. Ячейка Доп. содержит примеры повышенной сложности для студентов, успевающих лучше основной массы студентов.

Так как на данный момент в обучении студентов все больший упор делается на самостоятельную работу, то необходимо этот аспект отразить и в предлагаемом варианте подачи материала. Для этого ячейки таблицы А, Б, В и Доп. дублируются для каждой строки под тем же номером, но с буквой а. Они содержат примеры, аналогичные, решенным в аудитории. Все примеры приведены с ответами. Конечно же, только таблицы в качестве излагаемого материала не достаточно. Далее идет описание ячеек «Вид» и «Способ вычисления» каждой отдельно. Эти описания даются как можно более подробно и с некоторыми решенными примерами, так как данный материал может быть использован как преподавателями (в особенности начинающими), так и для самостоятельной работы студентов. А для самостоятельной работы студентов, учитывая недостаточную школьную подготовку, необходимо предоставить максимум информации по новой теме, напоминая, при этом, некоторые части школьного курса. Также указания для студентов обязательно должны содержать решенные примеры по всем темам.

Образец части таблицы способов интегрирования приводятся в таблице 1.

Таблица 1

	Вид 1	Способ интегрирования 2	А 3	Б 4	В 5	До п. 6
1	$\int f(x)dx$	Табличный интеграл	1,2 ,	3,4 ,	6,8	15, 16
1а.			5,7	9, 10	11, 12	...
2	$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx$	Замена переменной $t = \varphi(x)$
2а.		
3	$\int P_n(x) \cdot \begin{cases} e^{ax}, a^{bx} \\ \sin kx, \cos kx \end{cases} dx$	По частям n раз $\int u dv = uv - \int v du$ $u = P_n(x)$ $dv = \begin{cases} e^{ax}, a^{bx} \\ \sin kx, \cos kx \end{cases} dx$
3а.						
				

Данная таблица способствует большей наглядности преподавания материала по теме «Неопределенный интеграл». Ее колонка «Вид» содержит только формулы, соответствующие решаемым примерам. Описание этой колонки сводится только к описанию подынтегрального выражения. Колонка «Способ интегрирования» служит для краткого описания соответствующей формулы (подробное дается в описании таблицы) и может содержать некоторые признаки, которые служат для идентификации интегралов этого вида.

Каждая строка и столбец таблицы имеют свой номер. Для удобства описания таблицы ее ячейки нумеруются следующим образом: первым идет номер строки таблицы, вторым – номер столбца. Все ячейки «Вид» и «Способ интегрирования» описываются, ячейки А, Б, В и Доп. содержат номера примеров. Сами примеры с ответами приводятся после описания таблицы.

Приведем описание содержания ячеек части таблицы 1.

1.1. Подынтегральная функция в данном классе примеров представляет собой выражение, совпадающее (или приводящееся с помощью алгебраических формул) с подынтегральной функцией одного из интегралов, представленных в таблице.

Пример 1: $\int 3\cos x dx$.

Пример 2: $\int \left(2\sin x + \frac{5}{4+x^2} \right) dx$.

Пример 3: $\int \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}} dx$.

1.2. Данные интегралы вычисляются непосредственным использованием таблицы интегралов, которую студенту желательно знать наизусть, или предварительно преобразовав подынтегральную функцию. И в том и в другом случае при необходимости используются свойства неопределенных интегралов:

$$\int c f(x) dx = c \int f(x) dx \text{ и } \int f(x) dx \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Пример 1:

$$\int 3 \cos x dx = 3 \int \cos x dx = 3 \sin x + c.$$

Пример 2:

$$\int \left(2 \sin x + \frac{5}{4+x^2} \right) dx = \int 2 \sin x dx + \int \frac{5}{4+x^2} dx = 2 \int \sin x dx +$$

$$+ 5 \int \frac{1}{4+x^2} dx = 2(-\cos x) + 5 \cdot \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c.$$

$$\text{Пример 3: } \int \frac{x^{\frac{3}{\sqrt{x}}}}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + c = \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} + c.$$

2.1. Интегралы, относящиеся к этому виду, содержат в своем подынтегральном выражении некоторую функцию, зависящую от переменной x , а также производную этой функции, т. е. $\int f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx$.

Пример 1: $\int 2x \sqrt{1-x^2} dx$.

Пример 2: $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$.

2.2. Интегралы этого вида вычисляются с помощью метода, называемого замена переменной. Если подынтегральное выражение написано в виде $f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx$, то вместо переменной x можно ввести новую вспомогательную переменную t , связанную с x зависимостью: $\varphi(x) = t$, тогда, продифференцировав обе части этого равенства, получим: $\varphi'(x) dx = dt$. Подставляя оба эти равенства в подынтегральное выражение, получим: $\int f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx = \int f(t) dt$. Целью такого метода является упрощение исходного интеграла, чаще всего сведение его к табличному. Вычислив полученный новый интеграл, результат получаем выраженный через переменную t . Обязательным следующим действием будет обратная замена переменной по той же формуле $\varphi(x) = t$.

Пример 1:

$$\int 2x \sqrt{1-x^2} dx = \left| \begin{array}{l} 1-x^2 = t \\ -2x dx = dt \end{array} \right| = - \int \sqrt{t} dt = - \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c =$$

$$= - \frac{2}{3} (1-x^2)^{\frac{3}{2}} + c.$$

Пример 2:

$$\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x dx = dt \end{array} \right| = \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \int t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c =$$

$$= \frac{2}{3} \sin^{\frac{3}{2}} x + c.$$

Подобно приведенным примерам описания таблицы, описываются все ячейки «Вид» и «Способы интегрирования».

Таким образом, получается подробное описание процесса интегрирования всех основных видов интегралов, изучаемых, в частности, в технических ВУЗах. Так как это описание снабжается подробно решенными примерами, оно может служить пособием для самостоятельной работы студентов.

Для преподавателей ВУЗов такое изложение может быть полезным следующим образом. На практических занятиях, решая группы примеров, относящихся к определенному виду интегралов, рекомендуется обращать внимание учащихся на соответствующие этим видам способы интегрирования в таблице. Можно перед решением примера на занятии, вслух обсудить к какому виду он относится, почему, т. е. выяснить главные признаки, по которым определяется этот вид. В дальнейшем, начиная решение примера, студент над знаком « \Leftarrow » после условия записывает номер вида интеграла, а, соответственно, и способа его решения. После некоторого количества тренировок это действие входит в привычку, и у студента не возникает затруднения с тем, как нужно действовать, решая любой пример. Это важно на обычных занятиях, а тем более, если учащийся находится в стрессовой ситуации (например, отвечая у доски, на контрольной работе, на экзамене).

Приведенная методика проведения практических занятий по высшей математике, а также использование «Таблицы способов интегрирования» при самостоятельной работе студентов апробирована в течение нескольких последних лет авторами статьи. Применение этой методики повысило эффективность обучения, прочность усвоения знаний студентами. Об этом свидетельствуют результаты разных типов контроля, проводимого в одинаковых потоках разных лет обучения, а также отзывы самих студентов. Описанный подход к преподаванию темы «Неопределенный интеграл» может быть использован при создании дистанционного курса по высшей математике.

Литература

1. Пак В. В., Носенко Ю. Л. Высшая математика. - Донецк: Сталкер. – 1997. – 558с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М: Наука.-1969.-440с.
3. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. – М: Государственное издательство технико-теоретической литературы. – 1956. – 672с.