ПРЕДМЕТНА МОДЕЛЬ СТУДЕНТА ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ З ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ

Н. А. Прокопенко

Донецький національний технічний університет,

м. Донецьк, Україна

Входження України в європейську освітню систему вимагає модернізації освіти, її орієнтації на ринок праці. Фактично це означає, що в процесі навчання студенти повинні набувати вміння, притаманні їх майбутній професійній діяльності. Особливої актуальності це завдання набуває у вищій технічній школі. Задовольнити вказаній вище вимозі може діяльнісне навчання. Деякі положення діяльнісного навчання розроблені в роботах Б. Ц. Бадмаєва, П. Я. Гальпєріна, Ю. І. Машбиця, З. О. Рєшетової, Н. Ф.Тализіної та ін. В завершеному вигляді теорія діяльнісного навчання була сформульована Г.О. Атановим [2].

Проектування цілей і змісту діяльнісного навчання як всього курсу вищої математики, так і окремих його розділів відбувається через моделювання студента. І таке моделювання має передувати усім технологіям навчання. В роботі [6] описано технологію проектування цілей і змісту навчання розділу векторна алгебра в системі інженерної освіти на основі предметної моделі студента. В роботі [3] описано принципи побудови п’ятикомпонентної предметної моделі студента з вищої математики, що складається з семантичної, процедурної, операційної, тематичної і функціональної частин. Ця модель є інформаційною основою для розробки технології діяльнісного навчання математики.

Метою статті є побудова п’ятикомпонентної предметної моделі студента з розділу «Векторна алгебра» курсу «Вища математика», що викладається студентам технічних спеціальностей.

Розділ «Векторна алгебра» має важливе значення в системі інженерної освіти. Без нього неможливе засвоєння таких розділів вищої математики як «Аналітична геометрія», «Теорія поля», «Теорія функції декількох змінних» та ін. Крім того він є підґрунтям для багатьох спеціальних дисциплін, таких як «Теоретичні основи електротехніки», «Фізика», «Теоретична механіка», «Опір матеріалів» та інших.

Технологія розробки предметної моделі полягає у такому. На першому кроці, виділяється тематичний компонент предметних знань, тобто перелік тем і розділів, що підлягають вивченню. Цей компонент було розглянуто докладніше у роботі [6], де обґрунтовано які теми мають включатися до змісту розділу «Векторна алгебра». З точки зору інженерії знань, його складають метазнання, які фактично є переліком тем, що підлягають вивченню:

ТК.1. Види векторів.

ТК.1.1. Вектор і його позначення.

ТК.1.2. Модуль вектора.

ТК.1.3. Колінеарні вектора.

ТК.1.4. Радіус вектор точки.

ТК.1.5. Рівні вектори.

ТК.1.6. Протилежні вектори.

ТК.1.7. Перпендикулярні вектори.

ТК.1.8. Одиничний вектор.

ТК.1.9. Нульовий вектор.

ТК.1.10. Компланарні вектори.

ТК.2. Лінійні операції з векторами, заданими геометрично.

ТК.2.1. Сума двох векторів.

ТК.2.2. Різниця двох векторів.

ТК.2.3. Добуток вектора на число.

ТК.2.4. Лінійна комбінація векторів.

ТК.3. Кут між векторами. Проекція вектора на вектор.

ТК.3.1. Кут між ненульовим вектором та віссю.

ТК.3.2. Напрямні косинуси вектора.

ТК.3.3. Кут між двома ненульовими векторами.

ТК.3.4. Величина вектора.

ТК.3.5. Проекція ненульового вектора на вісь.

ТК.3.6. Проекція ненульового вектора на вектор.

ТК.4. Координати вектора у прямокутній системі координат.

ТК.4.1. Координати вектора за координатними осями прямокутної системи координат на площині.

ТК.4.2. Координати вектора за координатними осями прямокутної системи координат у просторі.

ТК.5. Лінійні операції з векторами, що задані своїми координатами.

ТК.5.1. Сума векторів, що задані своїми координатами.

ТК.5.2. Різниця векторів, що задані своїми координатами.

ТК.5.3. Добуток вектора, векторів, що задано своїми координатами, на число.

ТК.5.4. Властивості лінійних операцій з векторами, що задані своїми координатами.

ТК.5.5. Модуль вектора, що задано своїми координатами.

ТК.6. Скалярний добуток векторів.

ТК.6.1. Скалярний добуток двох векторів, що задані своїми модулями та кутом між ними.

ТК.6.2. Скалярний добуток двох векторів, що задані своїми координатами.

ТК.6.3. Скалярний квадрат.

ТК.6.4. Властивості скалярного добутку векторів.

ТК.7. Векторний добуток векторів.

ТК.7.1. Векторний добуток двох векторів, що задані своїми модулями та кутом між ними.

ТК.7.2. Векторний добуток двох векторів, що задані своїми координатами.

ТК.7.3. Властивості векторного добутку векторів.

ТК.8. Мішаний добуток векторів.

ТК.8.1. Мішаний добуток векторів та його властивості.

ТК.9. Умови колінеарності, перпендикулярності та компланарності векторів.

ТК.9.1. Умови колінеарності векторів.

ТК.9.2. Умови перпендикулярності векторів.

ТК.9.3. Умови компланарності векторів.

ТК.10. Геометричні та механічні застосування векторів.

ТК.10.1. Геометричні застосування векторів.

ТК.10.2. Механічні застосування векторів.

Всі пункти тематичної компоненти пронумеровані, причому кожний має в номері позначення компоненти (ТК) і його номер в тематичному компоненті. Перелік тем є багаторівневим, що передається нумерацією.

Другий крок складання предметної моделі студента полягає в виділенні семантичного компонента, який є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремих висловлювань, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення [7]. Як правило, семантична модель подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної області. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається.

Наведемо фрагмент семантичного конспекту, який відповідає першій темі тематичного компоненту.

<u>СК.1. Види векторів (ТК.1.)</u>

СК.1.1. Спрямованим відрізком називається відрізок, один кінець якого - початкова точка, а інший кінець – кінцева точка.

СК.1.2. Вектором називається спрямований відрізок.(СК.1.1)

СК.1.3. Початком вектора називається початкова точка відрізка, який задає вектор.(СК.1.1)

СК.1.4. Точкою прикладання вектора називається початок вектора.(СК.1.3)

СК.1.5. Кінцем вектора називається кінцева точка відрізка, який задає вектор.(СК.1.1)

СК.1.6. На кресленні напрям вектора вказується стрілкою в кінці вектора.(СК.1.5)

СК.1.7. Вектор з початком в точці А и кінцем в точці В позначається $\overline{AB}$. (СК.1.2, СК.1.3, СК.1.5)

СК.1.8. Вектори можна позначати малими латинськими буквами.(СК.1.2)

СК.1.9. Модулем вектора називається довжина відрізка, що задає вектор.(СК.1.2)

СК.1.10. Модуль вектора $\overline{AB}$ позначається $\left|\overline{AB}\right|$.(СК.1.9)

СК.1.11. Модуль вектора $\overline{a}$ позначається $|\overline{a}|$. (СК.1.9)

СК.1.12. Колінеарними векторами називаються вектори, що лежать на одній прямій або на паралельних прямих.(СК.1.2)

СК.1.13. Колінеарність векторів $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначається: $\overline{a} \| \overline{b}$. (СК.1.12)

СК.1.14. Однаково спрямованими векторами називаються колінеарні вектори, які мають однаковий напрям. (СК.1.12)

СК.1.15. Однаково спрямовані вектори $\overline{a}$ і $\overline{b}$ позначаються $\overline{a} \uparrow\uparrow \overline{b}$. (СК.1.14)

СК.1.16. Протилежно спрямованими векторами називаються колінеарні вектора, які мають протилежний напрям. (СК.1.12)

СК.1.17. Протилежно спрямовані вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$ позначаються $\bar{a} \uparrow\downarrow \bar{b}$. (СК.1.16)

СК.1.18. Радіус-вектором точки *M* називається вектор, точка прикладання якого – початок координат, а кінець – точка *M*. (СК.1.2, СК.1.4, СК.1.5)

СК.1.19. Радіус-вектор точки М позначається $\bar{r}_M$. (СК.1.18)

СК.1.20. Рівним вектором до вектора $\bar{a}$, називається вектор однаково спрямований з вектором $\bar{a}$, модуль якого дорівнює модулю вектора $\bar{a}$. (СК.1.9, СК.1.14)

СК.1.21. Рівні вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$ позначаються $\bar{a}=\bar{b}$. (СК.1.20)

СК.1.22. Якщо вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$ є рівними, то вектор $\bar{b}$ може бути одержаний паралельним переносом вектора $\bar{a}$.(СК.1.20)

СК.1.23. Вектором, протилежним до вектора $\bar{a}$, називається вектор, протилежно спрямований з вектором $\bar{a}$, модуль якого дорівнює модулю вектора $\bar{a}$.(СК.1.9, СК.1.16)

СК.1.24. Вектор, протилежний до вектора $\bar{a}$, позначається $-\bar{a}$.(СК.1.23)

СК.1.25. Перпендикулярними векторами називаються два вектора, які лежать на перпендикулярних прямих. (СК.1.2)

СК.1.26. Перпендикулярні вектори $\bar{a}$ та $\bar{b}$ є позначаються $\bar{a} \perp \bar{b}$.

СК.1.27. Одиничним вектором називається вектор, модуль якого дорівнює одиниці. (СК.1.2, СК.1.9)

СК.1.28. Ортом вектора $\bar{a}$ називається одиничний вектор, однаково спрямований з вектором $\bar{a}$. (СК.1.14, СК.1.27)

СК.1.29. Орт вектора $\bar{a}$ позначається $\bar{e}_{\bar{a}}$. (СК.1.28)

СК.1.30. Ортом осі називається одиничний вектор, однаково спрямований з додатним напрямом вісі. (СК.1.14, СК.1.27)

СК.1.31. Орт осі OX позначається $\bar{i}$. (СК.1.30)

СК.1.32. Орт осі OY позначається $\bar{j}$. (СК.1.30)

СК.1.33. Орт осі OZ позначається $\bar{k}$. (СК.1.30)

СК.1.34. Точкою прикладання ортів координатних осей є початок координат. (СК.1.4, СК.1.31, СК.1.32, СК.1.33)

СК.1.35. Нульовим вектором називається вектор, модуль якого дорівнює нулю. (СК.1.2, СК.1.9)

СК.1.36. Нульовий вектор позначають $\bar{0}$. (СК.1.35)

СК.1.37. Початок та кінець нульового вектору співпадають. (СК.1.3, СК.1.5)

СК.1.38. Напрям нульового вектору вважається довільним. (СК.1.2, СК.1.35)

СК.1.39. Компланарними векторами називаються вектори, які належать одній площині або паралельним площинам. (СК.1.2)

Структура семантичного конспекту відповідає тематичному компоненту. При складанні конспекту ми дотримувалися принципів, які сформульовані Г. О. Атановим [1]: дискретності, завершеності, лаконічності, первинності визначень, єдиності, однозначності, послідовності, самодостатності та граматичного принципу. Всі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має позначення компонента (СК) і його номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить даний висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Семантичний конспект з векторної алгебри описаний у роботі [7]. Також наприкінці кожного висловлювання є посилання на ті висловлювання, на яких базуються.

На третьому кроці виділяється операційний компонент предметної моделі студента, тобто вміння, формування яких є цілями навчання певного розділу дисципліни [5]. Знання необхідні для формування кожного предметного вміння вказується в дужках наприкінці вміння у вигляді номерів висловлювань семантичного конспекту. Наведемо фрагмент операційного компонента предметної моделі студента з векторної алгебри:

ОК. 1. Визначати:

ОК.1. 1. Визначати кінець вектору. (СК.1.5)

ОК.1. 2. Визначати напрям на кресленні. (СК.1.6)

ОК.1. 3. Визначати напрям нульового вектору. (СК.1.38)

ОК.1. 4. Визначати початок вектору. (СК.1.3)

ОК.1. 5. Визначати початок та кінець нульового вектору. (СК.1.37)

ОК.1. 6. Визначати точку прикладання. (СК.1.4)

ОК.1. 7. Визначати, чи є вектор нульовим. (СК.1.35)

ОК.1. 8. Визначати, чи є вектор одиничним. (СК.1.27)

ОК.1. 9. Визначати, чи є вектор ортом даного вектора. (СК.1.28)

ОК.1. 10. Визначати, чи є вектор ортом даної осі. (СК.1.30)

ОК.1. 11. Визначати, чи є вектор протилежним до даного вектору. (СК.1.23)

ОК.1. 12. Визначати, чи є вектор радіус-вектором точки. (СК.1.18)

ОК.1. 13. Визначати, чи є вектори колінеарними. (СК.1.12)

ОК.1. 14. Визначати, чи є вектори компланарними. (СК.1.39)

ОК.1. 15. Визначати, чи є вектори однаково спрямованими. (СК.1.14)

ОК.1. 16. Визначати, чи є вектори перпендикулярними. (СК.1.25)

ОК.1. 17. Визначати, чи є вектори протилежно спрямованими. (СК.1.16)

ОК.1. 18. Визначати, чи є вектори рівними. (СК.1.20)

ОК.1. 19. Визначати, чи є відрізок вектором. (СК.1.2)

ОК.1. 20. Визначати, чи є відрізок направленим. (СК.1.1)

ОК.1. 21. Визначати, за яким правилом віднімати вектора.

ОК.1. 22. Визначати, за яким правилом додавати вектора.

ОК. 2. Позначати:

ОК.2. 1. Позначати вектор. (СК.1.7, СК.1.8)

ОК.2. 2. Позначати модуль вектору. (СК.1.10, СК.1.11)

ОК.2. 3. Позначати нульовий вектор. (СК.1.36)

ОК.2. 4. Позначати орт даного вектора. (СК.1.29)

ОК.2. 5. Позначати орти координатних осей. (СК.1.31, СК.1.32, СК.1.33)

ОК.2. 6. Позначати перпендикулярні вектори. (СК.1.26)

ОК.2. 7. Позначати протилежний вектор. (СК.1.24)

ОК.2. 8. Позначати радіус-вектор точки. (СК.1.19)

ОК.2. 9. Позначати добуток вектора на число.

ОК.2. 10. Позначати різницю векторів.

ОК.2. 11. Позначати суму векторів.

ОК.3. Знаходити:

О.К.3.1. Знаходити добуток вектора на 0.

О.К.3.2. Знаходити добуток вектора на число відмінне від нуля.

О.К.3.3. Знаходити лінійну комбінацію даних векторів.

О.К.3.4. Знаходити різницю векторів за правилом паралелограма.

О.К.3.5. Знаходити різницю векторів за правилом трикутника.

О.К.3.6. Знаходити суму векторів за правилом паралелограма.

О.К.3.7. Знаходити суму векторів за правилом трикутника.

Ця система предметних вмінь будується на основі базових, методологічних і загальних вмінь. Серед наведених вмінь є прості і складені вміння. Операційна компонента предметної моделі студента уявляє собою ієрархічну багаторівневу систему вмінь, в якій для кожного вміння визначено склад і спектр знань вміння.

Спектр вмінь складеного предметного вміння вказується у вигляді підпунктів того пункту операційної компоненти предметної моделі, що описує певне вміння. Прості предметні вміння спектру вмінь не мають. Спектр знань кожного предметного вміння вказується в дужках наприкінці кожного вміння у вигляді номерів висловлювань семантичного конспекту, які складають спектр. Кожне висловлювання має позначення компонента (ОК) і його номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі.

Четвертий крок складання предметної моделі полягає в виділенні на підставі операційного компоненту функціонального компоненту предметних знань. Знання, що складають функціональну модель, розподілено на рубрики. Ці знання студент повинен пам'ятати. Так, з векторної алгебри були виділені знання за такими рубриками:

ФК.1. Властивості:

ФК.1.1. Властивості нульового вектору.(СК.1.37, СК.1.38)

ФК.1.2. Властивість рівних векторів. (СК.1.22)

ФК.1.3. Властивість ортів координатних осей. (СК.1.34)

ФК.1.4. Властивість добутку вектора на число 0.

ФК.2. Означення:

ФК.2.1. Означення вектора. (СК.1.2)

ФК.2.2. Означення кінця вектора. (СК.1.5)

ФК.2.3. Означення колінеарних векторів. (СК.1.12)

ФК.2.4. Означення компланарних векторів. (СК.1.39)

ФК.2.5. Означення модуля вектора. (СК.1.9)

ФК.2.6. Означення нульового вектора. (СК.1.35)

ФК.2.7. Означення одиничного вектора. (СК.1.27)

ФК.2.8. Означення однаково спрямованих векторів. (СК.1.14)

ФК.2.9. Означення орта даного вектора. (СК.1.28)

ФК.2.10. Означення орта осі. (СК.1.30)

ФК.2.11. Означення перпендикулярних векторів. (СК.1.25)

ФК.2.12. Означення початку вектора. (СК.1.3)

ФК.2.13. Означення протилежно спрямованих векторів. (СК.1.16)

ФК.2.14. Означення вектора, протилежного даному вектору. (СК.1.23)

ФК.2.15. Означення радіус-вектора точки . (СК.1.18)

ФК.2.16. Означення вектора, рівного даному вектору. (СК.1.20)

ФК.2.17. Означення спрямованого відрізка. (СК.1.1)

ФК.2.18. Означення точки прикладання. (СК.1.4)

ФК.2.19. Означення лінійних операцій для векторів.

ФК.2.20. Означення суми двох векторів.

ФК.2.21. Означення різниці двох векторів.

ФК.2.22. Означення добутку вектора на число.

ФК.2.23. Означення лінійної комбінації векторів.

ФК.3. Позначення:

ФК. 3.1. Позначення векторів. (СК.1.8, СК.1.7)

ФК. 3.2. Позначення модуля вектора. (СК.1.10, СК.1.11)

ФК. 3.3. Позначення напряму вектора. (СК.1.6)

ФК. 3.4. Позначення нульового вектора. (СК.1.36)

ФК. 3.5. Позначення орта вектора. (СК.1.29)

ФК. 3.6. Позначення орта координатних осей . (СК.1.31, СК.1.32, СК.1.33)

ФК. 3.7. Позначення вектора, протилежного даному вектору. (СК.1.17)

ФК. 3.8. Позначення радіус-вектора точки. (СК.1.19)

ФК. 3.9. Позначення колінеарних векторів. (СК.1.13)

ФК. 3.10. Позначення перпендикулярних векторів. (СК.1.26)

ФК. 3.11. Позначення протилежно спрямованих векторів. (СК.1.17)

ФК. 3.12. Позначення рівних векторів. (СК.1.21)

ФК. 3.13. Позначення однаково спрямованих векторів. (СК.1.15)

ФК. 3.14. Позначення суми двох векторів.

ФК. 3.15. Позначення різниці двох векторів.

ФК. 3.16. Позначення добутку вектора на число.

ФК. 3.17. Позначення лінійної комбінації векторів.

ФК.4. Символічний вигляд:

ФК.4.1. Символічний вигляд добутку вектора на число.

Останній п’ятий крок складання предметної моделі полягає в виділенні процедурного компонента предметних знань, яка описує принципи і порядок перетворення об’єктів предметної області. Це безпосередньо є опис тих алгоритмів, якими повинен оволодіти студент. До процедурного компонента предметної моделі студента з векторної алгебри входять, наприклад, такі алгоритми:

ПК.1. Алгоритми:

ПК.1.1. Алгоритм знаходження суми двох векторів за правилом трикутника.

ПК.1.2. Алгоритм знаходження суми двох векторів за правилом паралелограма.

ПК.1.3. Алгоритм знаходження різниці двох векторів за правилом трикутника.

ПК.1.4. Алгоритм знаходження різниці двох векторів за правилом паралелограма.

Висновки. Таким чином предметна модель студента, що побудована, може використовуватися у різноманітних формах роботи: на лекціях, практичних заняттях та для самостійної роботи студента, а також для організації контролю. Так на лекціях можливо використовувати семантичний компонент як опорний конспект, з яким студенти працюють напередодні, а на самій лекції викладач наповнює його доведеннями, прикладами, поясненнями і таким іншим. На практичних заняттях ми пропонуємо використовувати семантичний і процедурний компоненти, за допомогою яких студент має формувати орієнтувальну основу дії. Для організації самостійної роботи студентів доречно використання семантичного, процедурного і операційного компонентів. Організацію контролю ми пропонуємо здійснювати на основі тематичного, функціонального й операційного компонентів предметної моделі.

1. Атанов Г. О. Знання як засіб навчання. –К., Кондор, 2008.

2. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання. – К., Кондор, 2007.

3. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента як база проектування технологій навчання математики на засадах діяльнісного підходу// Дидактика математики. – Вип. 33.- Донецьк, 2010. С. 28-34.

4. Євсеєва О. Г., Прокопенко Н. А. Визначення цілей і змісту навчання векторної алгебри студентів технічного університету./ Матеріали міжнародної науково - методичної конференції «ПМО-2010». 24-26 листопада. М. Черкаси.202-204.

5. Євсеєва О. Г., Прокопенко Н. А. Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри // Дидактика математики. – Вип. 33.- Донецьк, 2010. С. 28-34.

6. Прокопенко Н. А. Цілі та зміст навчання векторної алгебри у системі інженерної освіти // Дидактика математики. – Вип. 32.- Донецьк, 2009. С. 95-101.

7. Прокопенко Н.А. Семантична компонента предметної моделі студента з векторної алгебри./Збірник наукових праць. – №1. – Бердянськ: БДПУ, 2010. – С.80–88.

Анотація. Розглянуто п’ятикомпонентну предметну модель студента технічного університету з вищої математики на прикладі розділу «Векторна алгебра». Модель складається з тематичного, операційного, процедурного, функціонального і семантичного компонентів. Предметна модель студента, що побудована, може бути використана для побудови діяльнісної технології навчання математики в технічному університеті.

Ключові слова: діяльнісне навчання, предметна модель студента, семантичний конспект, вища математика, векторна алгебра.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

1. Прізвище, ім'я, по батькові. **Прокопенко Наталя Анатоліївна**

2. Науковий ступінь.

3. Вчене звання.

4. Організація, посада. **Донецький національний технічний університет, асистент кафедри вищої математики**

5. Домашня адреса, індекс. **вул. Челюскінців, б.184а, к. 1213, м.Донецьк-15, 83015**

6. Телефони (домашній, мобільний). **моб. 8(050) 923 0865**

7. E-mail (обов'язково). **pronatan@rambler.ru**