

# ОПЕРАЦІЙНА КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЇ МОДЕЛІ СТУДЕНТА ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ З ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ

*О. Г. Євсєєва,*

*канд., фіз.-мат. наук, доцент,*

*Н. А. Прокопенко,*

*асистент,*

*Донецький національний технічний університет,*

*м. Донецьк, УКРАЇНА*

*Розглянута побудова операційної предметної моделі студента технічного університету з векторної алгебри, яка фактично є системою вмінь, які мають бути сформовані при вивченні цього розділу курсу вищої математики. Виділені дві групи предметних вмінь – прості вміння і складені вміння. Операційна компонента предметної моделі, що побудована, дозволяє визначити характер задач, які мають бути розв'язані студентом для засвоєння векторної алгебри.*

**Ключові слова:** діяльнісний підхід до навчання, предметна модель студента, система вмінь з векторної алгебри/

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі розвитку суспільства все більше відчутною стає нестача у кваліфікованих інженерних кадрах. Тому підготовці спеціалістів технічного профілю зараз приділяється значна увага з боку уряду, діячів освіти і науки. Однією з вагомих складових загальної професійної підготовки інженерів є їх математична підготовка. Ураховуючи вимоги сьогодення і перспективи розвитку вищої освіти, навчання вищої математики студентів технічних спеціальностей має вийти на новий якісний рівень і вирішення цієї проблеми є нагальним.

Питанням математичної підготовки студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів (ВНЗ) присвячено чимало робіт провідних математиків-методистів (В. В. Гнеденка, В. І. Клочка, Т. В. Крилової, Л. Д. Кудрявцева, З. І. Слєпкань, В. А. Треногіна, Н. Г. Яруткіна та ін.). Вони одностайні в тому, що забезпечення професійної

спрямованості навчальної діяльності студентів виступає одним із факторів ефективного навчання вищої математики. Проте вирішення цієї проблеми на сучасному етапі розвитку суспільства можливе тільки на засадах діяльнісного підходу до навчання.

Проектування і організація навчання математики у вищих технічних навчальних закладах на засадах діяльнісного підходу вимагає розробки спеціальних технологій навчання, що дозволяють проектувати навчальну діяльність, метою якої є формування способів дій майбутньої професійної діяльності.

Методики навчання, що побудовані на засадах діяльнісної теорії навчання, спираються на теорію поетапного формування розумових дій, розроблену П.Я. Гальперінім [3, с. 57]. Існує багато прикладів того, що методики навчання, побудовані відповідно до цієї теорії, дозволяють досягнути результатів більш високої якості, в більш короткі терміни, з меншими витратами зусиль і матеріально-фінансових ресурсів. Основу цих методик навчання складають опора на психологічну закономірність засвоєння знань, згідно з якою знання формуються в людській голові не до, а в процесі їх практичного застосування. Для навчання математики такі методики раніше не використовувалися.

Спосіб дій реалізовується в практичній діяльності через уміння. Знання ж виступають як засоби, за допомогою яких формуються уміння. Перелік вмінь, які мають бути сформовані в процесі навчання, складає операційну предметну модель студента.

В роботі [4] детально описано побудову операційної предметної моделі студента з розділу лінійна алгебра дисципліни «Вища математика», що викладається студентам інженерно-економічних спеціальностей. Основою для побудови системи вмінь є послідовний характер формування вмінь і умова наявності раніше сформованих вмінь в структурі предметних вмінь.

Також показано, що операційна компонента предметної моделі студента уявляє собою ієрархічну багаторівневу систему вмінь, в якій для кожного вміння визначено спектр знань. Предметні уміння розподілені на дві групи – прості і складені; показано, що предметні вміння можна поставити у відповідність висловлюванням семантичного конспекту; визначено поняття спектр знань, спектр умінь і склад предметного вміння. Показано, що спектр знань простого уміння може складатися з різної кількості семантичних фактів, а спектр знань складеного вміння є сумою спектрів знань умінь, які складають це уміння.

*Метою статті є побудова операційної компоненти предметної моделі студента технічного університету з розділу «Векторна алгебра» дисципліни вища математика, що викладається студентам інженерно-економічних спеціальностей.*

Засвоєння якого-небудь навчального предмету означає послідовне засвоєння вмінь з декількох блоків, що складають систему вмінь. Ці вміння можуть бути розподілені за рубриками: базові, методологічні, загальні, предметні. Базові вміння мають самий загальний сенс і визначаються людською природою студента. У свою чергу, вони визначають його когнітивні (пізнавальні) здібності. Методологічні вміння визначають підхід до пізнання. Загальні вміння виконують організаційні, забезпечуючи і виконавчі функції. Предметні вміння також відносяться до одного певного навчального предмета. Предметні вміння визначаються, насамперед, характером предмета, що вивчається, хоча існують предметні вміння, загальні для різних предметів.

На основі базових, методологічних і загальних вмінь будується система предметних вмінь, яка і являє собою операційну предметну модель. З векторної алгебри були виділені такі вміння:

1. Для наданих геометричних векторів визначати:

– чи є об'єкт вектором;

- чи є вектори колінеарними;
- чи є вектори однаково спрямованими;
- чи є вектори протилежно спрямованими;
- чи є вектори перпендикулярними;
- чи є вектори рівними;
- чи є вектор протилежним наданому;
- чи є вектор радіус-вектором точки;
- чи є вектор сумою двох векторів;
- вектора чи є вектор різницею векторів;
- проекцію на вісь, або інший вектор.

2. За наданими координатами вектора на площині, чи у просторі:

- визначати модуль вектора;
- визначати напрямні косинуси вектора ;
- записувати розв'язання вектора за декартовим базисом;
- знаходити добуток вектора на число;
- знаходити орт вектора;
- визначати, чи є вектор одиничним;
- визначати, чи є вектор нульовим.

3. Визначати координати вектора на площині, чи у просторі:

- за наданими координатами начала і кінця вектора;
- за наданими напрямними косинусами та модулем;
- за наданим розв'язанням вектора за декартовим базисом;
- за наданими координатами орта вектора та модулем.

4. За наданими координатами двох векторів на площині, чи у просторі:

- визначати, чи є вектори рівними;
- знаходити суму та різницю векторів;
- визначати, чи є вектори колінеарними;
- знаходити скалярний добуток векторів;

- визначати, чи є вектори перпендикулярними;
- знаходити проекцію одного вектора на інший;
- визначати косинус кута між векторами;
- знаходити векторний добуток векторів;
- знаходити площу паралелограма, що побудовано на цих векторах;
- роботу сили з переміщення матеріальної точки вздовж вектора;
- момент сили, що прикладена до тіла, відносно деякої точки.

5. За наданими координатами трьох векторів у просторі:

- знаходити мішаний добуток векторів;
- знаходити об'єм піраміди і паралелепіпеду, що побудовані на цих векторах;
- визначати, чи є вектори компланарними;
- визначати, чи можуть три вектори утворювати базис у просторі;
- переходити до нового базису у просторі.

Серед наведених вмінь є прості і складені вміння [3]. Розглянемо, наприклад, предметне вміння з векторної алгебри «*визначати векторний добуток векторів*». Сформувати це вміння фактично означає сформувати цілу низку вмінь:

- *визначати, кут між векторами;*
- *визначати, модуль вектора, який є векторним добутком векторів;*
- *визначати напрям вектора, який є векторним добутком векторів;*
- *визначати визначник третього порядку;*

Таким чином, вміння «*визначати векторний добуток векторів*» є складеним, і всі перераховані вище вміння складають його спектр вмінь.

Вміння же *«визначати координати вектора»* теж є складеним вмінням, тому що його виконання хоч і передбачає виконання однієї предметної дії, але це дія з певного переліку вмінь. Щоб вміти визначати координати вектора на площині, чи у просторі, фактично необхідно вміти виконувати цю дію за різними даними:

- наданими координатами начала і кінця вектора;
- наданими напрямними косинусами та модулем;
- наданим розвиненням вектора за декартовим базисом;
- наданими координатами орта вектора та модулем.

Яке саме вміння з цього переліку буде реалізоване при знаходженні координат вектора, залежить від умов задачі, але студент повинен володіти всіма ними для виконання предметної дії *«визначати координати вектора»*.

Для того, щоб скласти спектр знань предметного вміння, необхідно виділити семантичну компоненту предметної моделі студента. Вона є безпосередньо предметними знаннями, структурованими у вигляді окремих висловлювань, що виражають одну закінчену думку, і які розташовані в послідовності їх вивчення. Ці висловлювання носять назву семантичних фактів. Зазвичай семантична модель подається у вигляді так званого семантичного конспекту. Семантичний конспект – це повний набір лаконічно поданих думок предметної області. Виданий окремо, він є дуже тонкою брошурою, тому що в ній немає викладень, доведень і пояснень. Проте, вона містить усі положення курсу, що вивчається. Дидактичну сутність семантичного конспекту передає його інша назва – опорний конспект, оскільки він містить думки, на які необхідно спиратися при вивченні предмету [1,2].

Всі висловлювання семантичного конспекту пронумеровані. Кожне висловлювання має номер, що складається з двох частин, розділених крапкою. Перша частина – це номер розділу, до якого належить даний

висловлювання, друга частина – його номер в даному розділі. Семантичний конспект з векторної алгебри описаний у роботі [5].

Для виділення спектру знань предметного вміння необхідно поставити йому у відповідність певні висловлювання семантичного конспекту. Причому кожному вмінню може відповідати різна кількість семантичних фактів.

Так, наприклад, просте вміння «визначати, чи є об'єкт вектором» відповідає двом семантичним фактам:

1.1. *Спрямованим відрізком називається відрізок, один кінець якого - початкова, а інший кінець - кінцева точка.*

1.2. *Вектором називається спрямований відрізок.*

А для вміння «визначати суму векторів за правилом трикутника» спектр знань складається з п'яти семантичних фактів:

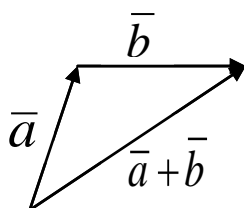
2.1. *Сума двох векторів – це вектор, який можна одержати за правилом трикутника або за правилом паралелограма.(1.2)*

2.2. *Сума векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$  у символічній формі має вигляд  $\bar{a} + \bar{b}$  (2.1)*

2.3. *Вектор, що є сумою векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ , знаходять за правилом трикутника, якщо вектор  $\bar{b}$  своїм початком співпадає з кінцем вектора  $\bar{a}$ .*

2.4. *Сумою двох векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ , що знаходиться за правилом трикутника, називається такий третій вектор, початок якого співпадає з початком вектора  $\bar{a}$ , а кінець - з кінцем вектора  $\bar{b}$ .(2.1),(2.3),(1.4),(1.6).*

2.5. *Знаходження суми векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$  за правилом трикутника у геометричному вигляді:*



Вміння «визначати проекцію одного вектора на вісь іншого вектора» є складеним вмінням, спектр вмінь якого складається з двох простих вмінь:

- 1) визначати скалярний добуток векторів, які задані координатами;
- 2) визначати модуль вектора, який заданий координатами;

Кожне з цих вмінь має свій спектр знань.

Так вміння 1) має такий спектр знань :

6.3 Скалярним добутком двох векторів, які задані координатами, зветься число, яке дорівнює сумі попарних добутків відповідних координат.

6.4 Скалярним добутком у тривимірному просторі двох векторів  $\bar{a} = (x_{\bar{a}}, y_{\bar{a}}, z_{\bar{a}})$  и  $\bar{b} = (x_{\bar{b}}, y_{\bar{b}}, z_{\bar{b}})$  зветься число

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = x_{\bar{a}} x_{\bar{b}} + y_{\bar{a}} y_{\bar{b}} + z_{\bar{a}} z_{\bar{b}}.$$

6.5 Скалярним добутком на площині двох векторів  $\bar{a} = (x_{\bar{a}}, y_{\bar{a}})$  и  $\bar{b} = (x_{\bar{b}}, y_{\bar{b}})$  зветься число  $\bar{a} \cdot \bar{b} = x_{\bar{a}} x_{\bar{b}} + y_{\bar{a}} y_{\bar{b}}$ .

А вміння 2) має такий спектр знань :

5.17 Модулем вектора, який задається координатами, називається число рівне корінню квадратному з суми квадратів його координат..

5.18 Модуль вектора  $\bar{a} = (x_{\bar{a}}, y_{\bar{a}}, z_{\bar{a}})$  у символічному вигляді записується  $|\bar{a}| = \sqrt{x_{\bar{a}}^2 + y_{\bar{a}}^2 + z_{\bar{a}}^2}$ .

Спектр знань складеного вміння є сумою спектрів знань вмінь, які складають це вміння. Таким чином, спектр знань предметного вміння «визначати проекцію одного вектора на вісь іншого вектора» має спектр знань, що складається з семантичних фактів 6.3; 6.4; 6.5; 1.6; 5.17; 5. 18.



Операційна компонента предметної моделі студента уявляє собою ієрархічну багаторівневу систему вмінь, в якій для кожного вміння визначено склад і спектр знань вміння. Спектр вмінь складеного предметного вміння вказується у вигляді підпунктів того пункту операційної компоненти предметної моделі, що описує певне вміння. Прості предметні вміння спектру вмінь не мають.

Спектр знань кожного предметного вміння вказується в дужках наприкінці кожного вміння у вигляді номерів висловлювань семантичного конспекту, які складають спектр.

Наведемо фрагмент операційної компоненти предметної моделі студента з векторної алгебри:

*5.1. Виконувати лінійні операції з геометричними векторами.*

*5.1.1. Визначати суму векторів за правилом трикутника.  
(2.1;2.2;2.3; 2.4;2.5)*

*5.1.2. Визначати суму векторів за правилом паралелограма.  
(2.1;2.2;2.6; 2.7;2.8)*

*5.1.3. Визначати різницю векторів за правилом трикутника.  
(2.9;2.10;2.11; 2.12;2.13)*

*5.1.4. Визначати різницю векторів за правилом паралелограма.  
(2.9;2.10;2.14; 2.15;2.16)*

*5.1.5. Визначати добуток вектора на число. (2.17;2.18)*

*5.1.6. Визначати лінійну комбінацію векторів. (2.19;2.20)*

*5.2. Виконувати лінійні операції з векторами, які задані координатами.*

*5.2.1. Визначати суму векторів. (5.1;5.2)*

*5.2.2. Визначати різницю векторів. (5.3;5.4)*

*5.2.3. Визначати добуток вектора на число. (5.5;5.6)*

Операційна модель дає змогу побудувати систему задач, або тестових завдань, спрямованих на послідовне формування предметних

вмінь. Наведемо приклад тестових завдань закритого типу, спрямованих на формування простих вмінь «для наданих геометричних векторів визначати: чи є об'єкт вектором; чи є вектори колінеарними; чи є вектори однаково спрямованими; чи є вектори протилежно спрямованими»:

1. Який об'єктів, наведених на рис. 1, є вектором?

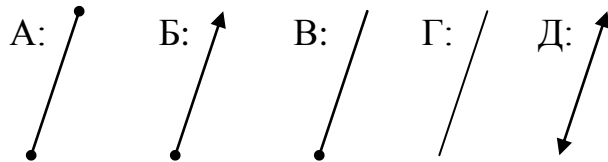


Рис. 1

2. Як позначається вектор, зображений на рис.2



Рис.2

А:  $AB$ ; Б:  $(AB)$ ; В:  $\overline{AB}$ ; Г:  $|\overline{AB}|$ ; Д:  $\overline{BA}$

3. Як позначається модуль вектора, зображеного на рис. 2?

А:  $|\overline{AB}|$ ; Б:  $(AB)$ ; В:  $\overline{AB}$ ; Г:  $|\overline{AB}|$ ; Д:  $\overline{BA}$

4. Які з векторів, наведених на рис. 3, є колінеарними?

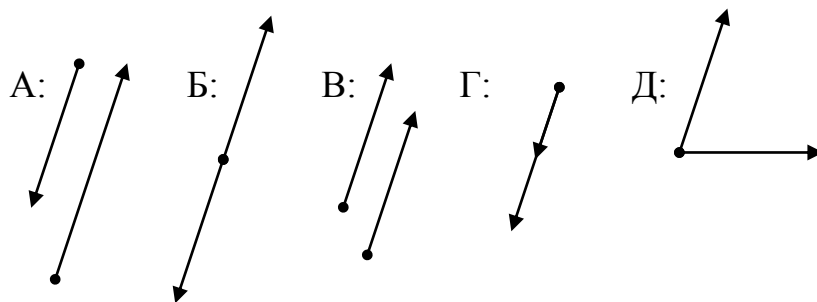


Рис. 3

5. Які з векторів, наведених на рис. 3, є однаково спрямованими?

6. Які з векторів, наведених на рис.3, є протилежно спрямованими?

7. Які з векторів, наведених на рис.3, є рівними?

Послідовний характер формування вмінь вимагає, щоб в системі завдань було наведене окреме завдання, яке спрямоване на формування кожного простого вміння.

**Висновки.** Таким чином, побудовано операційну компоненту предметної моделі студента з векторної алгебри. Вона уявляє собою ієрархічну багаторівневу систему вмінь, в якій для кожного вміння визначено спектр знань і спектр вмінь. Предметні вміння розподілені на дві групи – прості і складені. Показано, що предметні вміння можна поставити у відповідність висловлюванням семантичного конспекту, спектр знань простого вміння може складатися з різної кількості семантичних фактів, а спектр знань складеного вміння є сумою спектрів знань вмінь, які складають це вміння.

Оскільки вміння формуються шляхом розв'язання задач, то операційна предметна модель дає змогу визначити характер задач, які треба розв'язати студенту, щоб засвоїти певний розділ дисципліни.

1. Атанов Г. О. *Знання як засіб навчання*. – К., Кондор, 2008.
2. Атанов Г. О. *Теорія діяльнісного навчання*. – К., Кондор, 2007.
3. Гальперін П. Я. *Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий»*. – М.: Педагогика, 1965.
4. Євсєєва О. Г. *Операційна компонента предметної моделі студента технічного університету з лінійної алгебри / Дидактика математики: проблеми і дослідження // Міжнародний збірник наукових праць*. – Вип.31. – Донецьк: ТЕАН, 2009. – С. 28–34.
5. Прокопенко Н.А. *Семантична компонента предметної моделі студента з векторної алгебри./Збірник наукових праць*. – №1. – Бердянськ: БДПУ, 2010. – С.80–86.

**Резюме. Евсева Е.Г., Прокопенко Н.А. ОПЕРАЦИОННАЯ КОМПОНЕНТА ПРЕДМЕТНОЙ МОДЕЛИ СТУДЕНТА ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ПО ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ.**

*Рассмотрено построение операционной предметной модели студента технического университета по векторной алгебре. Она фактически является системой умений, которые должны быть сформированы при изучении этого раздела курса высшей математики. Выделены две группы предметных умений – простые умения и составные умения. Операционная компонента предметной модели, что построена, позволяет определить характер задач, которые должны быть решены студентом для усвоения векторной алгебры.*

**Ключевые слова:** деятельностный подход к обучению, предметная модель студента, система умений по векторной алгебре.

**Summary. Yevseyeva O., Procopenko N.**

**AN OPERATING COMPONENT OBJECT MODEL'S OF STUDENT OF THE TECHNICAL UNIVERSITY ON VECTOR ALGEBRA**

*In this article it is given the structure of an operating component of the student's object model. This model represents object skills that are to be formulated while studying the vector algebra. Two groups of object skills are singled out, they are common and compound skills. Common skills concern skills that require one object act while realizing them. Compound skills while being realized include several object acts. An operating object model gives us the opportunity to determine the character of tasks that are to be solved by a student while studying the vector algebra.*

**Key words:** activities approach to the studying, the student subject model, the system of skills on vector algebra.