

**ДЛИНА ДУГИ КОНТАКТА ЕДИНИЧНОГО ЗЕРНА С ЗАГОТОВКОЙ
ПРИ ПЛОСКОМ ШЛИФОВАНИИ С ОСЕВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ КРУГА****Матюха П.Г., Габитов В.В., Полтавец В.В.***(ДонНТУ, г. Донецк, Украина)***Введение**

При шлифовании производительность и качество обработки зависят от условий контактирования зерна с обрабатываемой поверхностью, определяемых формой единичных срезов и их параметрами – толщиной среза, длиной дуги контакта с заготовкой, а также количеством зерен, участвующих в процессе шлифования.

Изменить форму единичных срезов можно при помощи сообщения шлифовальному кругу колебательного движения в направлении, перпендикулярном или параллельном оси круга. В первом случае контактирование алмазных зерен осуществляется в условиях переменной глубины резания. В итоге, при перемещении рабочей поверхности круга (РПК) к обрабатываемой поверхности увеличиваются значения параметров единичных срезов и их количество. При перемещении РПК от обрабатываемой поверхности, наоборот, уменьшаются как значения параметров среза, так и количество одновременно работающих зерен. В результате радиальные колебания являются вредными и их необходимо устранять, снижая до минимума влияние на параметры шероховатости [1].

Процесс шлифования с колебаниями исследован, в основном, экспериментально [2, 3]. При наложении осевых колебаний на круг повышается производительность и улучшается качество обработки. Осевые колебания можно получить как за счет колебаний круга [2], так и создания эксцентрично расположенного относительно оси круга алмазносного слоя. В последнем случае при обработке возникает осциллирующее движение РПК [3].

Имеющиеся в технической литературе данные о положительном эффекте колебаний применимы только к тем диапазонам частот, в которых проводились экспериментальные исследования, и не вскрывают механизма появления такого эффекта.

Целью данной работы является исследование влияния низкочастотных осевых колебаний круга на один из параметров единичного среза – номинальную длину дуги контакта.

Основная часть

При выводе уравнения траектории движения абразивного зерна шлифовального круга относительно детали при плоском шлифовании с осевыми колебаниями круга воспользуемся общим матричным уравнением (1), описывающим движение детали и шлифовального круга [4].

Пусть репер 1 (система координат $X_1Y_1Z_1$) связан со шлифовальным кругом, вращается вокруг оси Z_1 с угловой скоростью ω_k и поступательно перемещается в плоскости $X_2O_2Y_2$ относительно репера 2 (система координат $X_2Y_2Z_2$), связанного с обрабатываемой поверхностью (рис. 1).

Уравнение движения единичного зерна шлифовального круга при плоском шлифовании в общем виде опишется равенством:

$$m_2 = m_{v1} \cdot m_{\psi1} \cdot m_1 + m_{l1} + m_{c1}, \quad (1)$$

где $m_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -R_K \\ 0 \end{pmatrix}$, $m_2 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – столбцовые матрицы реперов;

$m_{\psi 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_K & \sin \varphi_K \\ 0 & -\sin \varphi_K & \cos \varphi_K \end{pmatrix}$ – матрица вращения;

$m_{\nu 1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица углового положения репера 1;

$m_{c1} = \begin{pmatrix} 0 \\ R_K \\ 0 \end{pmatrix}$ – матрица положения центра репера 1 относительно репера 2;

$m_{l1} = \begin{pmatrix} S_x \\ 0 \\ S_z \end{pmatrix}$ – матрица поступательных перемещений;

R_K – радиус шлифовального круга.

а

б

Рис. 1. Положение репера 1 относительно репера 2 при плоском встречном шлифовании:

а – в начальный момент времени;

б – после поворота на угол φ_K и поступательного перемещения вдоль оси O_2Z_2 на величину S_z и на величину S_x за счет колебательного движения вдоль оси O_1X_1 с частотой f

Перемещение круга S_x за время поворота круга на величину φ_k

$$S_x = A_k \sin \frac{2\pi f R_k \varphi_k}{1000 V_k},$$

а перемещение детали S_z за время поворота круга на величину φ_k :
– для встречного шлифования:

$$S_z = \frac{V_{\partial} R_k \varphi_k}{60 V_k};$$

– для попутного шлифования:

$$S_z = -\frac{V_{\partial} R_k \varphi_k}{60 V_k},$$

где V_{∂} – скорость детали, м/мин;

V_k – скорость шлифовального круга, м/с;

f и A_k – частота, Гц, и амплитуда, мм, колебаний круга вдоль его оси соответственно.

Подставив в уравнение (1) значения матриц $m_1, m_2, m_{v1}, m_{\psi1}, m_{c1}$, а также матрицу m_{l1} с учетом выражений для величин S_x, S_z , получим:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_k & \sin \varphi_k \\ 0 & -\sin \varphi_k & \cos \varphi_k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -R_k \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_k \sin \frac{2\pi f R_k \varphi_k}{1000 V_k} \\ 0 \\ \pm \frac{V_{\partial} R_k \varphi_k}{60 V_k} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ R_k \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} A_k \sin \frac{2\pi f R_k \varphi_k}{1000 V_k} \\ R_k (1 - \cos \varphi_k) \\ R_k \left(\sin \varphi_k \pm \frac{V_{\partial} \varphi_k}{60 V_k} \right) \end{pmatrix}.$$

Таким образом, траектория движения абразивного зерна шлифовального круга при плоском шлифовании представляет собой трохойду, у которой центр образующей окружности движется по синусоидальному гармоническому закону. Уравнение траектории движения зерна окончательно имеет вид:

$$\begin{cases} x = A_k \sin \frac{2\pi f R_k \varphi_k}{1000 V_k}; \\ y = R_k (1 - \cos \varphi_k); \\ z = R_k \left(\sin \varphi_k \pm \frac{V_{\partial} \varphi_k}{60 V_k} \right). \end{cases} \quad (2)$$

Верхние знаки относятся к случаю попутного шлифования, нижние – встречного.

С использованием уравнений (2) выведем формулу для определения длины дуги контакта единичного зерна шлифовального круга с обрабатываемой деталью.

Длина дуги контакта для запытообразного единичного среза представляет собой определенный интеграл вида:

$$L = \int_0^{\varphi_0} \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} d\varphi_K, \quad (3)$$

где 0, φ_0 – пределы интегрирования, соответствующие моменту входа зерна в деталь (точка А) и моменту выхода его из детали (точка В) (рис. 2).

Рис. 2. Схема для определения длины дуги контакта единичного зерна с деталью при запытообразном срезе

После подстановки соответствующих значений производных и необходимых преобразований выражение (3) примет вид:

$$L = R_K \int_0^{\varphi_0} \sqrt{\left(1 + \frac{V_{\partial}^2}{30V_K^2} \cos^2 \varphi_K + \frac{V_{\partial}^2}{3600V_K^2} + \frac{A_K^2 \pi^2 f^2}{25 \cdot 10^4 V_K^2} \cos^2 \frac{\pi f R_K}{500 V_K} \varphi_K \right)} d\varphi_K. \quad (4)$$

После преобразования интеграла (4) получим формулу для определения длины дуги контакта с использованием точной траектории движения зерна. Так как подынтегральное выражение содержит радикал, разложим его в биномиальный ряд. Использование первых трех членов ряда даст погрешность, не превышающую 0,5%. В этом случае длина дуги контакта определится выражением:

$$\begin{aligned}
L = R_K \sqrt{B} \cdot \left\{ \varphi_0 + \frac{1}{2B} \cdot \left[\frac{V_\partial}{30V_K} \sin \varphi_0 + \frac{A_K 2\pi^2 f^2}{25 \cdot 10^4 V_K^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \varphi_0 + \frac{125V_K}{\pi f R_K} \sin \frac{\pi f R_K}{250V_K} \varphi_0 \right) \right] - \right. \\
- \frac{1}{8B^2} \cdot \left[\frac{V_\partial^2}{900V_K^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \varphi_0 + \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0 \right) + \right. \\
+ \frac{V_\partial A_K 2\pi^2 f^2}{75 \cdot 10^5 V_K^3} \cdot \left(\sin \varphi_0 + \frac{\sin(1 - \frac{\pi f R_K}{250V_K}) \varphi_0}{2 - \frac{\pi f R_K}{125V_K}} + \frac{\sin(1 + \frac{\pi f R_K}{250V_K}) \varphi_0}{2 + \frac{\pi f R_K}{125V_K}} \right) + \\
\left. \left. + \frac{A_K 4\pi^4 f^4}{625 \cdot 10^8 V_K^4} \cdot \left(\frac{3}{8} \varphi_0 + \frac{125V_K}{\pi f R_K} \sin \frac{\pi f R_K}{250V_K} \varphi_0 + \frac{500V_K}{32\pi f R_K} \sin \frac{\pi f R_K}{125V_K} \varphi_0 \right) \right] \right\}, \quad (5)
\end{aligned}$$

где $B = 1 + \frac{V_\partial^2}{3600V_K^2}$.

Угол контакта зерна круга φ_0 определим, решив совместно уравнение траектории движения единичного зерна (2) и уравнение обработанной поверхности $y = t_\phi$. При образовании запятообразного среза

$$\begin{aligned}
t_\phi &= R_K (1 - \cos \varphi_0); \\
\cos \varphi_0 &= 1 - \frac{t_\phi}{R_K}. \quad (6)
\end{aligned}$$

где t_ϕ – фактическая глубина шлифования:

Влияние осевых колебаний на производительность шлифования может проявиться за счет увеличения объема единичных срезов, обусловленного увеличением длины траектории перемещения единичного зерна в обрабатываемом материале или сменой формы среза, которая определяет толщину единичного среза. Степень такого влияния зависит от соотношения времени контактирования единичного зерна с обрабатываемым материалом, т.е. времени рабочего цикла единичного зерна, с периодом колебаний.

Время рабочего цикла единичного зерна

$$\tau_{p.c} = \frac{L}{1000 \cdot V_K}. \quad (7)$$

Период колебаний вдоль оси круга

$$T = 1/f. \quad (8)$$

Чтобы проявилось влияние осевых колебаний на длину дуги контакта, необходимо, чтобы зерно осуществило минимум 1/4 периода в колебательном движении вдоль

оси круга. Тогда, с учетом формул (7) и (8) отношение времени контактирования к периоду колебаний примет вид

$$K_{\text{эф}} = \frac{L \cdot f}{1000 \cdot V_{\kappa}} > 0,25. \quad (9)$$

Рассмотрим эффективность влияния низкочастотных осевых колебаний на длину дуги контакта единичного зерна при шлифовании кругом радиусом $R_{\kappa} = 125$ мм на следующих режимах: $V_{\kappa} = 35$ м/с, $V_{\partial} = 6$ м/мин, $t_{\phi} = 0,01$ мм, и параметрах осевых колебаний $A_{\kappa} = 1$ мм, и $f = 25$ Гц, а также возможность дальнейшего упрощения формулы (5) с приемлемой точностью вычисления длины дуги контакта.

Длина дуги контакта при запятообразной форме среза с использованием формулы, выведенной на основе траектории зерна в виде окружности, равна

$$L = \sqrt{D_{\kappa} \cdot t_{\phi}}. \quad (10)$$

В этом случае значение коэффициента $K_{\text{эф}}$ из формулы (9) составит

$$K_{\text{эф}} = \frac{L \cdot f}{1000 \cdot V_{\kappa}} = 1,13 \cdot 10^{-3}. \quad (11)$$

Для дальнейшего упрощения формулы (5) рассчитаем длину дуги контакта с учетом значений коэффициентов, стоящих перед скобками, при шлифовании на указанных выше режимах обработки:

$$\frac{A_{\kappa}^2 \pi^2 f^2}{25 \cdot 10^4 V_{\kappa}^2} = 0,2 \cdot 10^{-4}; \quad (12)$$

$$\frac{V_{\partial}^2}{900 V_{\kappa}^2} = 0,33 \cdot 10^{-4}; \quad (13)$$

$$\frac{V_{\partial} A_{\kappa}^2 \pi^2 f^2}{75 \cdot 10^5 V_{\kappa}^3} = 0,1 \cdot 10^{-6}; \quad (14)$$

$$\frac{A_{\kappa}^4 \pi^4 f^4}{625 \cdot 10^8 V_{\kappa}^4} = 0,41 \cdot 10^{-9}. \quad (15)$$

Для вышеприведенных режимов обработки и $t_{\phi} = 0,01$ мм значение угла контакта $\varphi_0 = 0,012649$ рад.

Результаты расчетов длины дуги контакта по формуле (5) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Длина дуги контакта единичного зерна шлифовального круга с обрабатываемой деталью, рассчитанная по уравнению (5)

Учитываемые коэффициенты уравнения (5)	Длина дуги контакта L , мм
(12), (13), (14), (15)	1,58568
(12), (13), (14)	1,58568
(12), (13)	1,58568
(12)	1,58568
без учета коэффициентов	1,58567

Для практических целей определять длину дуги контакта с точностью более 0,01 мм нет необходимости. В связи с этим, как следует из приведенной таблицы, формула (5) может быть упрощена до следующего вида

$$L = R_K \sqrt{B} \cdot \left\{ \varphi_0 + \frac{1}{2B} \cdot \left[\pm \frac{V_D}{30V_K} \sin \varphi_0 + \frac{A_K^2 \pi^2 f^2}{25 \cdot 10^4 V_K^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \varphi_0 + \frac{125V_K}{\pi f R_K} \sin \frac{\pi f R_K}{250V_K} \varphi_0 \right) \right] \right\}. \quad (16)$$

Выясним возможность определения длины дуги контакта единичного зерна шлифовального круга с деталью при шлифовании с осевыми колебаниями, используя для упрощения расчетов в качестве траектории движения зерна круга окружность.

Траектория движения зерна круга в пределах угла контакта с обрабатываемой деталью представляет собой результирующую двух движений: вращения и осевого перемещения круга за время поворота круга на угол контакта φ_0 (рис. 3). Найдем эти составляющие и определим их геометрическую сумму на примере запятообразной формы среза.

Рис. 3. Схема к определению длины дуги контакта единичного абразивного зерна с обрабатываемой деталью при $K_{\varphi} \leq 0,25$:

- 1 – дуга контакта единичного зерна с деталью без осевых колебаний круга;
- 2 – дуга контакта единичного зерна с деталью с учетом осевых колебаний круга

Длина дуги контакта зерна при шлифовании без осевых колебаний шлифовального круга при запятообразном срезе с учетом выражения (6) определится по формуле:

$$l_0 = \pi R_k \arccos \left(1 - \frac{t_\phi}{R_k} \right). \quad (17)$$

Величину осевого перемещения шлифовального круга l_x за время поворота на угол контакта ϕ_0 определим, исходя из уравнения траектории движения зерна (2) и ранее найденного значения угла контакта ϕ_0 .

$$l_x = A_k \sin \frac{2\pi f R_k \arccos \left(1 - \frac{t_\phi}{R_k} \right)}{1000 \cdot V_k}. \quad (18)$$

Рассмотрим криволинейный треугольник АВВ' (см. рис. 3). Развертка этого треугольника на плоскость будет представлять собой прямоугольный треугольник с известными катетами l_x и l_0 . Таким образом, длина дуги контакта единичного зерна круга с обрабатываемой деталью с учетом осевых колебаний круга будет иметь вид:

$$L = \sqrt{l_0^2 + l_x^2}, \quad (19)$$

где l_0 и l_x определяются по уравнениям (17) и (18).

В таблице 2 приведены результаты расчетов значений длин дуги контакта единичного зерна шлифовального круга для плоского шлифования с осевыми колебаниями круга и без них при шлифовании на режимах, приведенных выше, а также величина относительной погрешности расчета при определении длины дуги контакта по упрощенной траектории – окружности.

Таблица 2. Влияние осевых колебаний шлифовального круга и их частоты на величину длины дуги контакта единичного зерна с обрабатываемой деталью при плоском шлифовании ($K_{\phi} = 1,13 \cdot 10^{-3}$)

Характер обработки	Вид траектории	Длина дуги контакта, L, мм	Относительная погрешность, %
Без осевых колебаний	Окружность	1,58115	0,285
	Точная траектория	1,58567	
Осевые колебания с частотой 25 Гц	Окружность	1,58117	0,285
	Точная траектория	1,58569	
Осевые колебания с частотой 50 Гц	Окружность	1,58121	0,285
	Точная траектория	1,58574	
Осевые колебания с частотой 100 Гц	Окружность	1,58140	0,285
	Точная траектория	1,58593	
Осевые колебания с частотой 200 Гц	Окружность	1,58217	0,285
	Точная траектория	1,58669	
Осевые колебания с частотой 400 Гц	Окружность	1,58520	0,285
	Точная траектория	1,58973	
Осевые колебания с частотой 800 Гц	Окружность	1,6017	0,287
	Точная траектория	1,58125	
Осевые колебания с частотой 1600 Гц	Окружность	1,64088	0,347
	Точная траектория	1,64659	

Выводы

1. При определении длины дуги контакта при плоском шлифовании с низкочастотными осевыми колебаниями круга при $K_{эф} = 1,13 \cdot 10^{-3}$ можно использовать упрощенную траекторию движения зерна – окружность; при этом погрешность расчета не превысит 0,4 %.

2. Повышение частоты осевых колебаний круга с 25 до 1600 Гц незначительно увеличивает длину дуги контакта, которая практически не отличается от длины дуги контакта при шлифовании без осевых колебаний. Поэтому, по нашему мнению, низкочастотные осевые колебания при обработке на рассмотренных режимах не могут способствовать увеличению производительности обработки за счет увеличения объема единичного среза, вызванного изменением длины дуги контакта.

Список литературы: 1. Матюха П.Г., Азарова Н.В. Влияние колебаний оси шлифовального круга на условия контактирования абразивного зерна с обрабатываемой поверхностью// Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Межд. сб. научных трудов. – Донецк: ДонНТУ. – 2004. – Вып. 25. – С. 105-110. 2. Шепелев А.О. Інтенсифікація процесів шліфування інструментальних матеріалів кругами із синтетичних алмазів і кубічного нітриду бору. Автореф. дис... докт. тех. наук: 05.03.01. – Харків, 2002. – 36 с. 3. Абразивная и алмазная обработка материалов. Справочник /Под. ред. А.Н.Резникова. – М.: Машиностроение, 1977. – 391 с. 4. Матюха П.Г. Теоретические и экспериментальные исследования кинематики процесса и рельефа круга при алмазно-искровом шлифовании: Дис... канд. тех. наук: 05.03.01. – Донецк, 1979. – 230 с.

ДОВЖИНА ДУГИ КОНТАКТУВАННЯ ОДИНИЧНОГО ЗЕРНА ІЗ ЗАГОТОВКОЮ ПРИ ПЛОСКОМУ ШЛІФУВАННІ З ОСЬОВИМИ КОЛИВАННЯМИ КРУГА

Матюха П.Г., Габітов В.В., Полтавець В.В.

Визначена довжина дуги контакту одиничного зерна шліфувального круга із заготовкою при шліфуванні з осьовими коливаннями круга. Встановлено, що визначенні довжини дуги контакту при плоскому шліфуванні з осьовими коливаннями круга можна використовувати спрощену траєкторію руху зерна – коло, а осьові коливання не можуть сприяти підвищенню продуктивності оброблення за рахунок збільшення об'єму одиничного зерна, що спричиняється зміною довжини дуги контакту.

ДЛИНА ДУГИ КОНТАКТА ЕДИНИЧНОГО ЗЕРНА С ЗАГОТОВКОЙ ПРИ ПЛОСКОМ ШЛИФОВАНИИ С ОСЕВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ КРУГА

Матюха П.Г., Габитов В.В., Полтавец В.В.

Определена длина дуги контакта единичного зерна шлифовального круга с деталью при шлифовании с осевыми колебаниями круга. Установлено, что при определении длины дуги контакта при плоском шлифовании с осевыми колебаниями круга можно использовать упрощенную траекторию движения зерна – окружность, а осевые ко-

лебания не могут способствовать увеличению производительности обработки за счет увеличения объема единичного среза, вызванного изменением длины дуги контакта.

LENGTH OF CONTACT ARC OF SINGLE GRAIN WITH WORKPIECE
AT FLAT GRINDING WITH AXIAL OSCILLATIONS OF WHEEL

Matjuha P.G., Gabitov V.V., Poltavets V.V.

Length of contact arc of single grain of the grinding wheel with a detail is determined at grinding with axial oscillations of wheel. It is established, that in determination of length of contact arc at flat grinding with axial oscillations of wheel it is possible to use the simplified trajectory of grain motion – a circle, and the axial oscillations can not promote increase of machining productivity at the expense of increase of cut volume, caused by change of length of contact arc.

Рецензент: д.т.н., доц. Гусев В.В.