Азарова А.Э.,
АР-32 г, архитектурный факультет, ДонНАСА;
руководитель: Азарова Н.В.,
ассистент кафедры
«Высшая математика», ДонНТУ

О ЗОЛОТОМ СЕЧЕНИИ

I. Вступление. Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе.

II. Постановка задачи. В работе рассматриваются золотая пропорция, второе золотое сечение, обобщенное золотое сечение, история вопроса.

III. Результаты. В математике пропорцией (лат. *proportio*) называют равенство двух отношений: $a:b=c:d$. Отрезок прямой AB можно разделить на две части следующими способами: на две равные части – $AB:AC=AB:BC$; на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют); таким образом, когда $AB:AC=AC:BC$. Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей, или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему: $c:b=b:a$ или $a:b=b:c$ (рис. 1). Практическое знакомство с золотым сечением начинают с деления отрезка прямой в золотой пропорции с помощью циркуля и линейки (рис. 2).

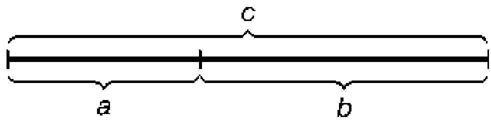

Рис. 1. Геометрическое изображение золотой пропорции

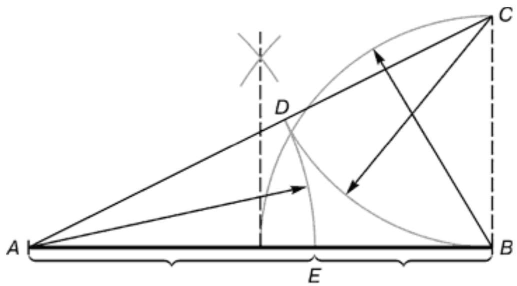

Рис. 2. Деление отрезка по золотому сечению: *BC*=1/2·*AB*; *CD*=*BC*; точка *E* делит отрезок *AB* в соотношении золотой пропорции

Отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью *AE*=0,618..., если *AB* принять за единицу, *BE*=0,382... Для практических целей часто используют приближенные значения 0,62 и 0,38. Если отрезок *AB* принять за 100 частей, то большая часть отрезка равна 62, а меньшая – 38 частям.

Свойства золотого сечения описываются уравнением:

$$x^2 - x - 1 = 0\,.$$

Решение этого уравнения:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\,.$$

Второе золотое сечение, которое вытекает из основного сечения, дает другое отношение 56:44 (рис. 3). Такая пропорция обнаружена в архитектуре, а также имеет место при построении композиций изображений удлиненного горизонтального формата.

Для нахождения отрезков золотой пропорции можно пользоваться пентаграммой, для построения которой необходимо построить правильный пятиугольник (рис. 4). Способ его построения разработал немецкий живописец и график Альбрехт Дюрер (1471−1528). Соединяя углы пятиугольника через один диагоналями, получаем пентаграмму.

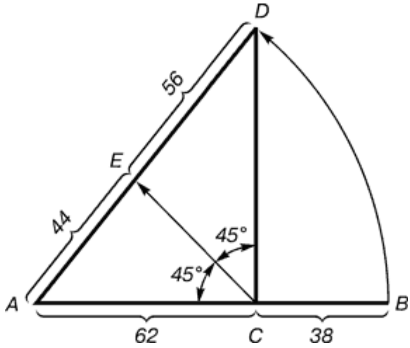

Рис. 3. Построение второго золотого сечения

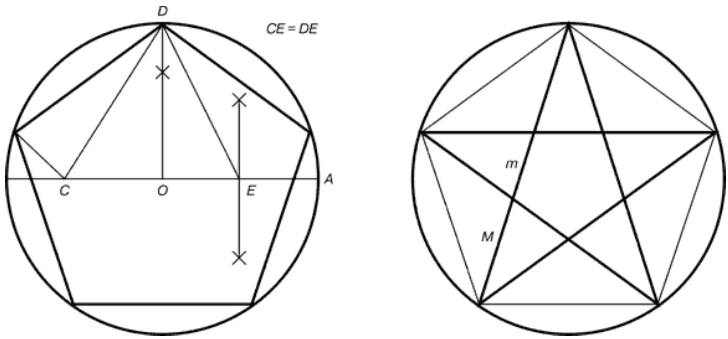

Рис. 4. Построение правильного пятиугольника и пентаграммы

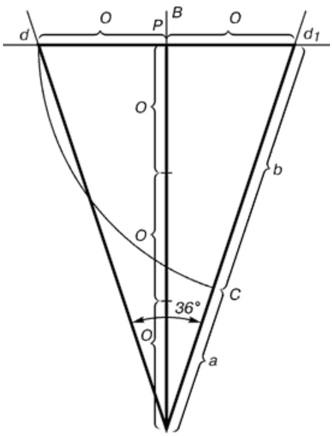

Рис. 5. Построение золотого треугольника

Все диагонали пятиугольника (см. рис. 4) делят друг друга на отрезки, связанные между собой золотой пропорцией.

Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник (рис. 5). Стороны золотого треугольника образуют угол 36° при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамид, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробниц свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании. В фасаде древнегреческого храма Парфенона присутствуют золотые пропорции. При его раскопках обнаружены циркули, которыми пользовались архитекторы и скульпторы античного мира (рис.6).

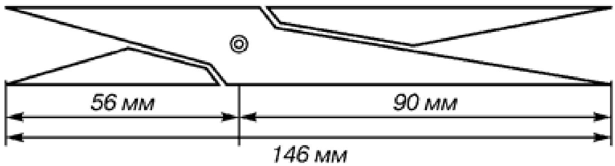

Рис. 6. Античный циркуль золотого сечения

В дошедшей до нас античной литературе золотое деление впервые упоминается в «Началах» Евклида. После Евклида исследованием золотого деления занимались Гипсикл (II в. до н.э.), Папп (III в. н.э.) и др. В средневековой Европе с золотым делением познакомились по переводу «Начал» Евклида Дж. Кампано из Наварры (III в.). Секреты золотого деления ревностно оберегались, хранились в строгой тайне. Они были известны только посвященным.

В эпоху Возрождения усиливается интерес к золотому делению среди ученых и художников в связи с его применением, как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. В 1509 г. в Венеции была издана книга Луки Пачоли «Божественная пропорция» с блестяще выполненными иллюстрациями, ввиду чего полагают, что их сделал Леонардо да Винчи. Книга была восторженным гимном золотой пропорции. Леонардо да Винчи много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название золотое сечение. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.

В то же время на севере Европы, в Германии, над теми же проблемами трудился Альбрехт Дюрер, подробно разрабатывая теорию пропорций человеческого тела. Важное место в своей системе соотношений Дюрер отводил золотому сечению. Рост человека делится в золотых пропорциях линией пояса, а также линией, проведенной через кончики средних пальцев опущенных рук, нижняя часть лица – ртом и т.д. Известен пропорциональный циркуль Дюрера.

Великий астроном XVI в. Иоганн Кеплер назвал золотое сечение одним из сокровищ геометрии. Он первый обращает внимание на значение золотой пропорции для ботаники (рост растений и их строение). Кеплер называл золотую пропорцию продолжающей саму себя. Построение ряда отрезков золотой пропорции (рис.7) можно производить как в сторону увеличения (возрастающий ряд), так и в сторону уменьшения (нисходящий ряд).

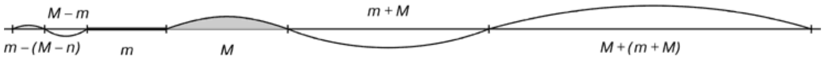

Рис. 7. Построение шкалы отрезков золотой пропорции

В последующие века правило золотой пропорции превратилось в академический канон и, когда со временем в искусстве началась борьба с академической рутиной, в пылу борьбы «вместе с водой выплеснули и ребенка». Вновь «открыто» золотое сечение было в середине XIX в. В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор Цейзинг опубликовал свой труд «Эстетические исследования». Он абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив ее универсальной для всех явлений природы и искусства.

С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика монаха Леонардо из Пизы, более известного под именем Фибоначчи (сын Боначчи). Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д. известен как ряд Фибоначчи. Особенность последовательности чисел состоит в том, что каждый ее член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих 2+3=5; 3+5=8; 5+8=13, 8+13=21; 13+21=34 и т.д., а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления.

Ряд Фибоначчи мог бы остаться только математическим казусом, если бы не то обстоятельство, что все исследователи золотого деления в растительном и в животном мире, не говоря уже об искусстве, неизменно приходили к этому ряду как арифметическому выражению закона золотого деления.

Ученые продолжали активно развивать теорию чисел Фибоначчи и золотого сечения. Одним из достижений в этой области является открытие обобщенных чисел Фибоначчи и обобщенных золотых сечений.

В общем виде золотая s-пропорция есть положительный корень уравнения золотого s-сечения

$$x^{s+1} - x^{s} - 1 = 0 .$$

Нетрудно показать, что при s=0 получается деление отрезка пополам, а при s =1 –знакомое классическое золотое сечение.

Закономерности «золотой» симметрии проявляются в энергетических переходах элементарных частиц, в строении некоторых химических соединений, в планетарных и космических системах, в генных структурах живых организмов.

IV. Выводы. «Золотая пропорция» − это понятие математическое, и ее изучение – это, прежде всего, задача науки. Но она в то же время является критерием гармонии и красоты, а это уже категория искусства и эстетики.

Ни у кого уже не возникает сомнений, что золотое сечение лежит в основе гармонии мироздания, а ряд Фибоначчи порождает эту замечательную пропорцию. Эта поистине золотая пропорция имеет такое множество замечательных свойств, что открытие новых уже ни у кого не вызывает удивления. Хочется надеяться, что осознание тривиального факта порождения золотого сечения природными операционными механизмами Единого закона эволюции двойственного отношения, наконец, повернет мышление людей от воспевания чудесных свойств золотой пропорции к ее практическому использованию во всех сферах жизнедеятельности современной цивилизации.

Надо использовать золотое сечение, ибо оно позволяет измерять и соизмерять все События и Перемены в их многомерности.

Литература. **1.** Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи. – К.: Вища школа, 1989. **2.** Кеплер И. О шестиугольных снежинках. – М., 1982. **3.** Дюрер А. Дневники, письма, трактаты – Л.- М., 1957. **4.** Цеков-Карандаш Ц. О втором сечении. – София, 1983. **5**. Сорока Э.М. Структурная гармония систем. – Минск: Наука и техника, 1984.