

Итерационный алгоритм распределения конструктивных элементов при задании электрической схемы в виде гиперграфа

Саломатин В.А., Струнилин В.Н.
Донецкий национальный технический университет
vstrun@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Salomatina V., Strunilin V. Iteration algorithm of distributing of structural elements at the task of electrical circuit as hypergraph. A heuristic iteration layout algorithm at the task of electrical circuit as hypergraph is offered. In a difference from the known methods procedure allowing it is considerably to simplify finding of a next pair of elements for an exchange in different units is developed. The offered algorithm abbreviates time of decision of task of arrangement.

Введение

Известно [1,2], что при разработке конструкции радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) проектировщик решает важную задачу распределения (компоновки) элементов низшего конструктивного уровня в высший (например БИС, ИС на печатной плате, плат в блоке и т.д.) в соответствии с выбранными критериями и ограничениями.

При решении этой задачи основным критерием является минимизация межмодульных связей, что необходимо для повышения надежности схем за счет уменьшения числа разъемных соединений, уменьшения влияния электрических наводок, времени задержки сигнала в электрических цепях и т.д.

Постановка задачи

Электрическая схема задается в виде гиперграфа $G = (E, V, U)$, где E – множество элементов схемы, V – множество электрических цепей, U – множество дуг, соединяющих элементы схемы и электрические цепи, причем $\forall u_{ij} \in U [U = (e_i, v_j)$.

Задача компоновки интерпретируется как задача «разрезания» гиперграфа G на куски $G_1 = (E_1, V_1, U_1), \dots, G_k = (E_k, V_k, U_k)$ таким образом, чтобы число ребер (цепей), соединяющих узлы (куски) было минимальным, т.е. необходимо найти

$$\min \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{k-1} |V_{ij}|, \quad i \neq j$$

Конструктивные ограничения в задачах компоновки следующие: кусков разрезания k ; число вершин в каждом куске n_i (определяется числом конструктивных элементов, которые

необходимо разместить на коммутационной плате, подложке БИС и т.д.); число внешних связей (цепей) каждого куска G_i определяется как $|\tilde{A}E_i \cap \tilde{A}E \setminus E_i| \leq m_i$, где E_i – число вершин (элементов узла) каждого куска, ΓE_i – число инцидентных цепей.

Итерационный алгоритм компоновки

Сущность итерационных алгоритмов заключается в выборе некоторого начального «разрезания» исходного гиперграфа схемы на куски с последующей минимизацией числа цепей между кусками с помощью парного обмена вершин различных кусков. При этом для каждой итерации осуществляется перестановка тех вершин, которые обеспечивают максимальное уменьшение числа связей (цепей) между парой кусков.

В работах [3, 4] сформулированы условия нахождения приращения числа внешних связей (цепей) ΔS_{ij} при перестановке вершин $e_i \in G_n$ и $e_j \in G_m$.

Для цепи v_k инцидентной вершине e_i возможны следующие случаи:

1. Цепь v_k будет удалена из разреза при перестановке пары элементов e_i, e_j , если $E_k (E_k = \Gamma v_k)$ не содержит e_j и ни одной из вершин из множества $E_n \setminus e_i$, т.е.

$$(E_k \setminus e_i) \cap (E_n \cup e_j) = \emptyset \quad (1).$$

Очевидность случая 1 показана на рис.1.

2. Цепь v_k появится в разрезе при перестановке пары элементов e_i, e_j , если E_k не содержит ни одной из вершин множества E_m , т.е.

$$E_k \cap E_m = \emptyset \quad (2).$$

Очевидность случая 2 показана на рис.2.

Если одновременно не выполняются

условия (1) и (2), то ребро v_k останется в разрезе после перестановки e_i, e_j .

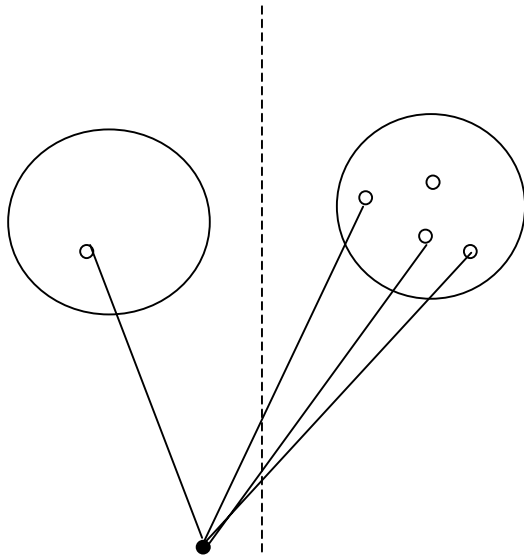


Рисунок 1 – Цепь v_k удаляется из разреза

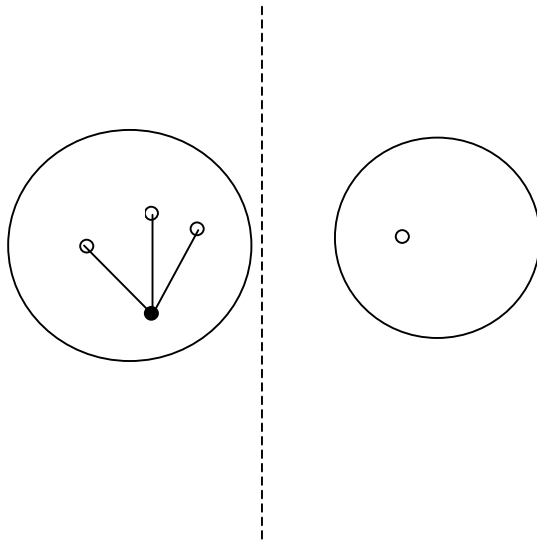


Рисунок 2 – Цепь v_k появится в разрезе

Аналогично для цепи v_l , инцидентной вершине $e_j \in E_k$:

1. Цепь v_l уйдет из разреза при перестановке e_i, e_j , если E_l ($E_l = \Gamma v_l$) не содержит вершины e_i и ни одной из вершин $E_m \setminus e_j$, т.е.

$$(E_l \setminus e_j) \cap (E_m \cup e_i) = \emptyset \quad (3).$$

2. Цепь v_l появится в разрезе при перестановке вершин e_i, e_j , если E_l не содержит ни одной из вершин множества E_l , т.е.

$$E_l \cap E_n = \emptyset \quad (4).$$

Если одновременно не выполняются условия (3) и (4), то ребро v_l останется в разрезе после перестановки e_i, e_j .

Очевидно, что если ребро останется в разрезе, то оно не влияет на приращение ΔS_{ij} , и его можно не учитывать

$$\Delta S_{ij} = (\bar{S}_I + \bar{S}_J) - (\bar{S}_I^+ + \bar{S}_J^+), \quad (5)$$

где \bar{S}_I, \bar{S}_J - количество ребер, которые будут удалены из разреза при перестановке вершин e_i, e_j ;

\bar{S}_I^+, \bar{S}_J^+ - количество ребер, которые появятся в разрезе при перестановке вершин e_i, e_j .

На каждой итерации находим такую пару вершин e_i, e_j ($e_i \in E_n$ & $e_j \in E_m$) для которой

$$\Delta S_{ij} = \max (\Delta S'_{pq}) > 0,$$

где $e_p \in E_n$ & $e_q \in E_m$

После обмена пары e_i, e_j значение $\Delta S'$ необходимо пересчитать для пар вершин, смежных с элементами $e_i \cup e_j$. Алгоритм заканчивается, когда $\forall \Delta S_{ij} \leq 0$.

Алгоритм компоновки

1⁰. $\forall e_i, e_j \in E$ [$e_i \in E_n$ & $e_j \in E_m$] определяем инцидентные им цепи $\Gamma e_i = V_i$ & $\Gamma e_j = V_j \rightarrow 2^0$.

2⁰. Определяем множество вершин, инцидентных ребру v_k и v_l соответственно, т.е. $\Gamma v_k = X_k$ & $\Gamma v_l = X_l \rightarrow 3^0$.

3⁰. Находим значения $\bar{S}_I, \bar{S}_J, \bar{S}_I^+, \bar{S}_J^+$, исходя из формул (1) – (4) $\rightarrow 4^0$.

4⁰. Определяем ΔS_{ij} по формуле (5) $\rightarrow 4^0$.

5⁰. Находим $\Delta S_{ij} = \max (\Delta S'_{pq})$. Если

$\Delta S_{ij} > 0$, то переходим $\rightarrow 6^0$, иначе $\rightarrow 8^0$.

6⁰. Меняем местами $e_i, e_j \rightarrow 7^0$.

7⁰. Пересчитываем ΔS_{ij} для пар вершин, смежных с $e_i \cup e_j \rightarrow 1^0$.

8⁰. Конец алгоритма.

Расчет по формулам (1) – (4) является громоздким и увеличивает время решения задачи для схем реальной сложности. Предлагается следующая процедура, позволяющая сократить время решения задачи.

Задаем матрицу Q гиперграфа

$$Q = \|q_{ij}\|_{E|V_j},$$

$$\text{где } q_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } e_i \in V_j \\ 0, & \text{если } e_i \notin V_j \end{cases}.$$

Тогда условия (1)–(4) можно сформулировать следующим образом.

Матрица Q первоначально разбивается на подматрицы Q_0, Q_1, \dots, Q_k , что соответствует разбиению гиперграфа на куски G_0, G_1, \dots, G_k . В подматрицу Q_0 включаем элемент e_0 , который соответствует разьему схемы. Рассмотрим две подматрицы Q_n и Q_m , которые соответствуют кускам G_n и G_m гиперграфа G . Исходя из (1)–(4) можно сформулировать следующие правила, применительно к матрице Q .

1. Цепь v_k остается в разрезе при перестановке вершин e_i, e_j ($e_i \in E_n$ & $e_j \in E_m$) если:

а) в столбце v_k матрицы Q имеется два единичных элемента в строках e_i, e_j . В столбце v_l матрицы Q имеется два единичных элемента в строках e_i, e_j .

б) в столбце v_k матрицы Q найдется два единичных элемента (за исключением строки e_i), один из которых принадлежит подматрице Q_n , а второй Q_m . В столбце v_l матрицы Q найдется два единичных элемента (за исключением строки e_j), один из которых принадлежит подматрице Q_m , а второй Q_n .

2. Цепь v_k уйдет из разреза при перестановке вершин e_i, e_j , если в столбце v_k матрицы Q один единичный элемент находится в строке e_i подматрицы Q_n , а остальные единичные элементы находятся в подматрице Q_m . Цепь v_l уйдет из разреза при перестановке вершин e_i, e_j , если в столбце v_l матрицы Q один единичный элемент находится в строке e_j подматрицы Q_m , а остальные единичные элементы находятся в подматрице Q_n .

3. Цепь v_k появится в разрезе при перестановке вершин $e_i \in E_n$ и $e_j \in E_m$, если все единичные элементы находятся в подматрице Q_n . Цепь v_l появится в разрезе при перестановке вершин $e_i \in E_n$ и $e_j \in E_m$, если все единичные элементы находятся в подматрице Q_m .

Следует отметить, что при выполнении правил 1(б), 2 и 3 в столбце v_k (v_l) имеется один единичный элемент в строке e_i (e_j).

Заметим, что при перестановке вершин e_i, e_j приращение ΔS_{ij} находится только для кусков G_n и G_m и, соответственно, для подматриц Q_n и Q_m .

Ясно, что проверка цепей по правилам 1-3 значительно проще, чем по формулам (1)–(4) и потребует меньше времени на реализацию значений ΔS_{ij} .

Пример работы алгоритма

Пусть задан некоторый фрагмент схемы в виде гиперграфа G (рис.3) и, соответственно, матрицы Q (табл.1).

Таблица 1. Матрица Q

		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
Q_0	e_0		1		1			1	
Q_1	e_1	1		1	1				
	e_2		1	1		1		1	
	e_3	1			1				
	e_4			1	1				1
Q_2	e_5		1			1	1		1
	e_6				1		1	1	1
	e_7					1		1	

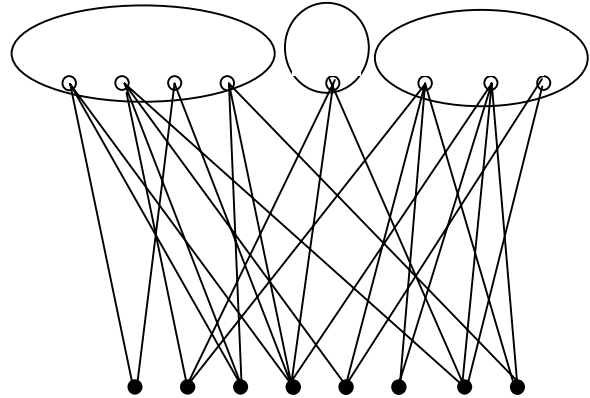


Рисунок 3 – Гиперграф G

На первой итерации необходимо найти

ΔS_{ij} для следующих пар:

$$\Delta S_{15}, \Delta S_{16}, \Delta S_{17},$$

$$\Delta S_{25}, \Delta S_{26}, \Delta S_{27},$$

...

$$\Delta S_{45}, \Delta S_{46}, \Delta S_{47}.$$

Необходимо выбрать пару $\max(\Delta S_{ij}) > 0$.

Для примера найдем ΔS_{26} .

$$\Gamma e_2 = v_2 v_3 v_5 v_7 = V_2;$$

$$\Gamma e_6 = v_4 v_6 v_7 v_8 = V_6.$$

По алгоритму, изложенному в [4], необходимо для каждого ребра (цепи) осуществить проверку по формулам (1)–(4).

$$V_2: \Gamma V_2 = \{e_2 e_3\} = X_2.$$

Проверяем условия (1) и (2):

$$1) \{X_2 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \emptyset.$$

$$\{e_3\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} = \emptyset \Rightarrow \bar{S}_2 = 1.$$

Так как $\bar{S}_2 = 1$, то проверять условие (2)

не нужно, т.е. $\bar{S}_2 = 0$. Итак, ребро v_2 уйдет из

разреза при перестановке вершин e_2, e_6 .

$$V_3: \Gamma V_3 = \{e_1 e_2 e_4\} = X_3.$$

$$1) \{X_3 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \emptyset.$$

$$\{e_1 e_4\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{S}_3 = 0.$$

Проверяем условие (2):

$$2) \{X_3\} \cap \{E_2\} = \emptyset.$$

$$\{e_1 e_2 e_4\} \cap \{e_5 e_6 e_7\} = \emptyset \Rightarrow \bar{S}_3 = 1.$$

Ребро v_3 появится в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6 .

$$V_5: \Gamma V_5 = \{e_2 e_5 e_7\} = X_5.$$

$$1) \{X_5 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \emptyset.$$

$$\{e_5 e_7\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} = \emptyset \Rightarrow \bar{S}_5 = 1,$$

$$+ \\ a \bar{S}_5 = 0.$$

Ребро v_5 уйдет из разреза при перестановке вершин e_2, e_6 .

$$V_7: \Gamma V_7 = \{e_2 e_6 e_7\} = X_7.$$

$$1) \{X_7 \setminus e_2\} \cap \{E_1 \cup e_6\} = \emptyset.$$

$$\{e_6 e_7\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_6\} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{S}_7 = 0.$$

Проверяем условие (2):

$$2) \{X_7\} \cap \{E_2\} = \emptyset.$$

$$\{e_2 e_6 e_7\} \cap \{e_5 e_6 e_7\} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{S}_7 = 0.$$

Следовательно, ребро v_7 останется в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6 .

$$V_4: \Gamma V_4 = \{e_1 e_3 e_4 e_6\} = X_4.$$

$$3) \{X_4 \setminus e_6\} \cap \{E_2 \cup e_2\} = \emptyset.$$

$$\{e_1 e_3 e_4\} \cap \{e_5 e_6 e_7 e_2\} = \emptyset \Rightarrow \bar{S}_4 = 1,$$

$$+ \\ a \bar{S}_4 = 0.$$

Ребро v_4 уйдет из разреза при перестановке вершин e_2, e_6 .

$$V_6: \Gamma V_6 = \{e_5 e_6\} = X_6.$$

$$3) \{X_6 \setminus e_6\} \cap \{E_2 \cup e_2\} = \emptyset.$$

$$\{e_5\} \cap \{e_5 e_6 e_7 e_2\} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{S}_6 = 0,$$

Проверяем условие (4):

$$4) \{X_6\} \cap \{E_1\} = \emptyset.$$

$$\{e_5 e_6\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4\} = \emptyset \Rightarrow \bar{S}_6 = 1.$$

Ребро v_6 появится в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6 .

$$V_8: \Gamma V_8 = \{e_4 e_5 e_6\} = X_8.$$

$$3) \{X_8 \setminus e_6\} \cap \{E_2 \cup e_2\} = \emptyset.$$

$$\{e_4 e_5\} \cap \{e_5 e_6 e_7 e_2\} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{S}_8 = 0,$$

Проверяем условие (4):

$$4) \{X_8\} \cap \{E_1\} = \emptyset.$$

$$\{e_4 e_5 e_6\} \cap \{e_1 e_2 e_3 e_4\} \neq \emptyset \Rightarrow \bar{S}_8 = 0.$$

Ребро v_8 останется в разрезе при перестановке вершин e_2, e_6 .

Цепи v_2, v_5, v_4 уйдут из разреза согласно правилу 2, т.к. один единичный элемент

находится в строках e_i (e_j) подматрицы Q_1 (Q_2), а все остальные единичные элементы находятся в подматрице Q_2 (Q_1). Цепи v_3 и v_6 появятся в разрезе согласно правилу 3, т.к. все единичные элементы находятся в подматрице Q_1 (Q_2).

Действительно, исходя из матрицы Q , проверим столбцы, которые соответствуют множествам $V_2 = v_2 v_3 v_5 v_7$ и $V_6 = v_4 v_6 v_7 v_8$. В столбце v_2 все единичные элементы (в данном случае один элемент) находятся в подматрице Q_2 и, согласно правилу 2, ребро v_2 уйдет из разреза. Аналогично уйдут из разреза ребра v_5 и v_4 .

Ребра v_7 и v_8 останутся в разрезе. Ребро v_7 останется в разрезе согласно правилу 1(а), т.к. в столбце v_7 имеется два единичных элемента в строках e_2, e_6 , а ребро v_8 – согласно правилу 1(б), т.к. в столбце v_8 имеется два единичных элемента (исключая строку e_6) в строках e_4 и e_5 , которые принадлежат подматрицам Q_1 и Q_2 соответственно.

Ребра v_3 и v_6 появятся в разрезе, т.к. все единичные элементы находятся соответственно в подматрицах Q_1 и Q_2 .

Находим ΔS_{26} по формуле (5):

$$\Delta S_{26} = (\bar{S}_2 + \bar{S}_5 + \bar{S}_4) - (\bar{S}_3 + \bar{S}_6) = 3 - 2 = 1.$$

Выводы по работе

В работе сформулирован алгоритм компоновки, основанный на парных перестановках элементов при задании электрической схемы в виде гиперграфа. Предложена процедура, которая значительно упрощает поиск пары элементов, подлежащих обмену, по сравнению с известным алгоритмом. В перспективе можно перейти к решению задачи компоновки с обменом не пар, а групп элементов, что позволит получать решение, близкое к оптимальному за приемлемое время.

Литература

1. Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств: Учеб. пособие для радиотехн. спец. вузов / Под ред. О.В. Алексеева. — М., 2000. — 479 с.
2. Автоматизированное проектирование узлов и блоков РЭС средствами современных САПР: Учеб. пособие вузов / Под ред. И.Г. Мироненко. — М., 2002. — 391 с.
3. Селютин В.А. Автоматизация проектирования топологии БИС. — М.: Радио и связь. — 112с.
4. Савельев А.Я., Овчинников В.В. Конструирование ЭВМ и систем. — М.: Высш. шк.. — 312с.