

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В
ДЕФОРМИРУЕМОЙ ГАЗОНАСЫЩЕННОЙ
ТРЕЩИНОВАТО – ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

Побудований аналітичний розв'язок задачі про несталу фільтрацію газу в процесі відробки вугільного пласта дозволяє в залежності від особливостей масиву, оцінити кількість газу, що виділився у виробки та розробити рекомендації оптимального навантаження на лаву по газовому фактору

Введение комплексной компоненты напряжения Q_{ij} и параллельно к этому введение естественной компоненты деформаций.

1. Обоснование модели.
2. Вывод уравнения равновесия (закон сохранения сил).
3. Уравнение состояния.
4. Уравнения закона сохранения энергии.

$$Q_{ij} = (1 - m) \sigma_{ij} - mp,$$

где Q_{ij} – комплексное напряжение твердой фазы, МПа;
 p – давление свободного газа, МПа.

$$\frac{\partial Q_{11}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{12}}{\partial y} + \frac{\partial Q_{13}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial Q_{12}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{22}}{\partial y} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial Q_{13}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{23}}{\partial y} + \frac{\partial Q_{33}}{\partial z} = 0$$

Уравнение состояния, связывающее плотность ρ и давление p запишем в виде:

$$p = R_1 T \rho,$$

где R_1 – газовая постоянная;

T – температура пласта;

Закон Дарси:

$$\vec{u} = - \frac{k}{\mu} \text{grad } p,$$

k – проницаемость;

μ – вязкость газа.

Закон Дарси – следствие, безинерционности движения газа в пористой среде. Следует отметить, что большое количество разнообразных опытов, связанных с определением проницаемости угля, как на образцах, отторгнутых от массива, так и в условиях естественного залегания угольных пластов доказывает справедливость для них закона Дарси независимо от сорбционных свойств угля.

После некоторых преобразований полученная система уравнений приводится к основному уравнению фильтрации газа, имеющему вид:

$$\text{div} \left[\frac{k}{\mu} \rho(p) \text{grad } p \right] = \frac{\partial Q}{\partial t},$$

Для трещиновато – пористых сред, у которых поровое пространство заполнено в основном свободным газом и достаточно большое количество газа находится в сорбированном состоянии, выражение для массы газа может быть записано в виде:

$$Q = m\rho + \frac{a_*b_*p}{1 + a_*p},$$

где $m\rho$ – масса свободного газа в единице объема пористой среды;

a_*b_* – сорбционные постоянные, определяемые по изотермам сорбции метана, полученным экспериментально либо приближенными расчетными методами по данным технического анализа проб угля.

Учитывая уравнение фильтрации газа в среде для случая, когда μ , m и k – постоянны, может быть записано в виде:

$$\Delta p^2 = \frac{\mu}{k} \left[m + \frac{a_*b_*R_1T}{(1 + a_*p)^2} \right] \frac{1}{p} \frac{\partial p^2}{\partial t}, \quad (*)$$

где Δ – оператор Лапласа, который имеет вид:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

Уравнение (*) является нелинейным уравнением в частных производных. Для решения конкретной задачи необходимо сформулировать краевые и начальные условия.

Для определения области фильтрации в краевой части угольного пласта можно воспользоваться результатами, полученными при решении смешанной упругопластической краевой задачи теории упругости.

Считаем, что процесс фильтрации газа в сторону выработанного пространства одномерным, тогда уравнение (*) примет вид:

$$\frac{\partial p^2}{\partial x^2} = \frac{\mu}{k} \left[m + \frac{a_*b_*R_1T}{(1 + a_*p)^2} \right] \frac{1}{p} \frac{\partial p^2}{\partial t}.$$

Учитывая закон сохранения изменения энергии упругих деформаций анизотропной среды, имеем:

$$Q_{11} = A_{11}\varepsilon_{11} + A_{12}\varepsilon_{12} + A_{13}\varepsilon_{13} - m\rho,$$

$$Q_{22} = A_{21}\varepsilon_{12} + A_{22}\varepsilon_{22} + A_{23}\varepsilon_{23} - m\rho,$$

$$Q_{33} = A_{31}\varepsilon_{13} + A_{32}\varepsilon_{23} + A_{33}\varepsilon_{33} - m\rho,$$

$$Q_{12} = A_{12}\varepsilon_{12} - m\rho,$$

$$Q_{13} = A_{13}\varepsilon_{13} - m\rho,$$

$$Q_{23} = A_{23}\varepsilon_{23} - m\rho,$$

Таким образом, при изложенных выше гипотезах, в рамках теории сплошных сред, построена математическая модель, описывающая процесс фильтрации газа в деформируемой газонасыщенной трещиновато – пористой среде с учетом процесса десорбции газа.