

УДК 621.928.

В.А. Батлук, д-р техн. наук, проф.,
Національний університет «Львівська політехніка»,
М.В. Басов, співшукач, **Л.М. Доруняк**, співшукач,
Державний університет безпеки життєдіяльності

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ЗВАЖЕНИХ ЧАСТИНОК У ЗАКРУЧЕНИХ ПОТОКАХ

Стаття присвячена проблемі створення високоефективного пиловловлюючого устаткування для різних галузей промисловості, де виділяються дрібнодисперсні фракції пилу, з метою доведення їх викидів до санітарних норм. У статті висвітлені нові тенденції в області створення апаратури для очищення повітря від пилу, які засновані на використанні відцентрово-інерційних сил.

Ключові слова: пил, пиловловлювач, очищення повітря, забруднення, відцентрова сила, циклон.

Постановка проблеми. Екологічні аспекти добре знайомі тим, хто має уявлення про стан повітряного середовища в приміщеннях, де виділяються, наприклад, зварювальні дими. Шкідливі речовини, які виділяються при цьому складаються з газів і аерозолів, деякі частинки яких настільки малі, що проникаючи через легеневу тканину, потрапляють у кров. У випадках, що найчастіше зустрічаються, зварювальний дим містить частинки оксидів заліза, цинку, кадмію, марганцю, а також частинки фтору, азбесту, нікелю, хрому, міді і ін. В результаті дії таких частинок травмуються слизисті оболонки ока, виникають алергічні захворювання, силікоз, набряк легенів, головні болі і болі в грудях, руйнуються нирки і з'являються ракові захворювання.

Застосування системи місцевої витяжної вентиляції забезпечує необхідний рівень ГДК в зоні дихання робочого при найрізноманітніших виробничих процесах, що нормується законодавством всіх країн світу у сфері охорони праці і екології.

Аналіз останніх досліджень. Електростатичні фільтри набули найширшого поширення і застосовуються в різних галузях, завдяки високому ступеню вловлення найбільш небезпечних частинок розміром від 1 до 0.01 мікрона і менше. При цьому такі збудники важких хвороб, як мікроби, віруси, бактерії, хвороботворні грибки і шкідники просто гинуть в електростатичному полі фільтру. Тому електростатичні фільтри вигідно відрізняються від механічних фільтрів,

елементи яких накопичують в собі шкідливі частинки і при поганому догляді за фільтром можуть самі стати джерелом забруднення.

Електростатичні фільтри ефективно застосовуються для очищення повітря від частинок різних видів диму, масляного туману і дрібнодисперсного пилю, розміром від 200 до 0.01 мікрона. При цьому ефективність очищення пилю досягає 94%.

Повітряні фільтри з механічним способом фільтрації повітря застосовуються для очищення забрудненого повітря від великих частинок різних видів пилю, масляного туману, зварювального диму що виділяється при зварці оцинкованої сталі, алюмінію, неіржавіючої сталі, гальваніці, диму що виділяється при паянні і точковій зварці. Механічні фільтри мають високу ступінь очищення повітря від частинок розміром від 200 до 0.1 мікрона.

Пиловловлюючі агрегати (сухі циклони) з механічним способом фільтрації повітря застосовуються для очищення забрудненого повітря від середньо - великоодисперсних частинок різних видів сухого пилю. По ефективності дії пропоновані агрегати відносяться до повітряних фільтрів 3-го класу, які вловлюють частинки пилю розміром більшим за 10 мікрон.

Інструментальні й лабораторні вимірювання встановили що при початковій запиленості повітря $5,3 \text{ г/м}^3$ ефективність очищення циклонів першого ступеня – 81-85% рукавних фільтрів – 99% а загальний КПД установки – 99,8%. Застосування сухого очищення запиленого повітря у високоефективних апаратах сучасної конструкції дозволяє гарантовано забезпечити зниження викидів в атмосферу до 20-40 мг/м^3 .

Аналізуючи вищенаведене, ми чітко можемо визначити, що на сьогоднішній день для забезпечення санітарно гігієнічних вимог охорони довкілля не існує апаратурної підтримки для створення норм викидів шкідливих речовин. Найкращі з існуючих для цієї мети установок не в змозі справитися з цією задачею. Тому нами була поставлена мета створити установки здатні високоефективно вловлювати дрібнодисперсний пил.

Виклад основного матеріалу. Рух повітряних потоків у циклоні будемо розглядати на основі системи рівнянь в'язкої рідини, яка має вигляд:

$$\operatorname{div} v = 0$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \Delta$$

Будемо вважати течію одномірною, якщо швидкості паралельні деякому напрямку в просторі; при цьому в точках площини, перпендикулярної цьому напрямку, гідродинамічні величини можуть приймати різні значення. Виберемо напрям руху за напрямом осі x . Тоді

$$v_y = v_z = 0. \quad (1.1)$$

Випишемо систему рівнянь в'язкої рідини, враховуючи (1.1):

$$\frac{dv_x}{dx} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{dv_x}{dt} + v_x \frac{dv_x}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left(\frac{d^2 v_x}{dx^2} + \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{dp}{dy} = 0, \quad \frac{dp}{dz} = 0 \quad (1.4)$$

Із (1.2) слідує, що v_x не залежить від x , із (1.4) – що p не залежить від y і z , тобто

$$v_x = v_x(y, z, t) \quad (1.5)$$

$$p = p(x, t) \quad (1.6)$$

Враховуючи (1.5), перепишемо рівняння (1.3) наступним чином:

$$\frac{dv_x}{dt} - \nu \left(\frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (1.7)$$

Ліва частина (1.7) не залежить від x , отже, $\frac{dp}{dx}$ може залежати тільки від часу:

$$\frac{dp}{dx} = f(t), \quad p = f(t)x + f_1(t). \quad (1.8)$$

Таким чином, в одномірному русі тиск являється лінійною функцією x . Функції $f(t)$ і $f_1(t)$ можуть бути знайдені, якщо в двох сеченнях x_1 і x_2 задано тиск p , а точніше

$$p(x_1, t) = f_1(t), \quad p(x_2, t) = f_2(t)$$

Тоді

$$\frac{dp}{dx} = \frac{f_2(t) - f_1(t)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (1.9)$$

При заданому перепаді тисків швидкість знаходимо із рівняння (1.7):

$$p \frac{dv_x}{dt} = \mu \left(\frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) - \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (1.10)$$

Рівняння (1.10) по виду співпадає з рівнянням теплопровідності. Нееднорідне рівняння (1.10) може бути зведене до однорідного заміною

$$v_x = v_x - \frac{1}{p_0} \int_0^t f(t) dt.$$

Для пошуку розв'язків рівняння (1.10) повинні бути задані початкові і граничні умови. Одномірні рухи можуть виконуватись при течії рідини в циліндричних трубах (або поза ними). Тому граничні умови записуються на контурах l_k , які отримуємо січенням циліндра площиною $x = \text{const}$:

$$v_x = v_x - \frac{1}{p_0} \int_0^t f(t) dt \quad (1.11)$$

Тут $u_k(t)$ – швидкість точок контуру. Початкові умови мають вигляд

$$v_x \Big|_{t=t_0} = F(y, z) \quad (1.12)$$

Задача спрощується, якщо течія усталена. В цьому випадку перепад тисків постійний, і рівняння (1.10) зводиться до рівняння Пуассона

$$\mu \left(\frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) = \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (1.13)$$

Початкові умови відпадають, а граничні умови не залежать від часу:

$$v_x \Big|_{l_k} = u_k \quad (1.14)$$

В найбільш загальному випадку швидкість $v_x \Big|_{l_k}$ може залежати від точок контура $v_x \Big|_{l_k} = v_x(t, M)$

Особливий випадок течії представляє безнапірний рух рідини, коли $\frac{dp}{dx} = 0$, $p = \text{const}$. При цьому замість (1.10) маємо рівняння

$$\frac{dv_x}{dt} - \nu \left(\frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right)$$

Якщо рух встановлений, швидкість знаходиться як вирішення рівняння Лапласа

$$\frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} = 0 \quad (1.15)$$

задовольняючи граничним умовам (1.14).

Задача (1.15), (1.14) (u_k постійні на контурах l_k) еквівалентна задачі про знаходження функції течії φ в плоских течіях ідеальної нестисливої рідини

$$\frac{d^2 \varphi}{dy^2} + \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0, \quad \varphi|_{l_k} = u_k.$$

Звідси випливає, зокрема, що для вирішення задачі (1.15), (1.14) можна використовувати метод конформних відображень. Нескладно показати, що сила f_k , яка діє на контур l_k у в'язкій рідині, виражається через циркуляцію Γ відповідної течії ідеальної рідини.

$$f_k = \oint_{l_k} \tau_{nx} dS = \mu \oint_{l_r} \frac{dv_x}{dn} ds = \mu \oint \frac{d\varphi}{dn} dS = \mu \Gamma$$

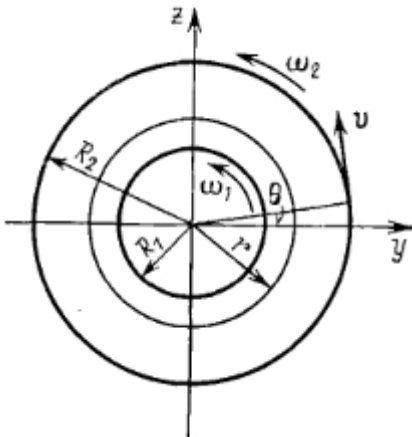


Рис.1. Схема руху

Рух повітряного потоку у циклоні можна представити, як рух потоку між двома нескінченно довгими круговими циліндрами із спільною віссю з радіусами R_1 та R_2 при відсутності масових сил (рис.1.) Спрямуємо вісь x вздовж осі циліндрів. Припустимо, що внутрішній циліндр обертається з кутовою швидкістю ω_1 , а зовнішній – зі швидкістю ω_2 . Для розв'язання задачі зручно

ввести циліндричні координати r, θ, x і записати в цих координатах систему рівнянь в'язкої рідини. Для цього потрібно знайти вирази

$\text{div } v, \frac{dv}{dt}, \text{grad } p, \Delta v$ в цій системі координат. Природно припускати,

що швидкість спрямована по дотичній до кола $r = \text{const}$ і залежить, так як і тиск, тільки від r , тобто $v_x = v_r = 0, v_\theta = v(r), p = p(r)$.

Отримана система рівнянь може бути застосована до даної задачі, коли рух встановлений, приймає простий вигляд і дозволяє відразу отримати розв'язок задачі у вигляді

$$v_0 = C_1 r + \frac{C_2}{r}, \quad p = p_1 + \int_{R_1}^r \frac{v^2(r)}{r} dr.$$

Сталі C_1 і C_2 визначаються з граничних умов. Але для розв'язання даної задачі використаємо інший шлях.

Щоб знайти залежності $v = v(r)$, запишемо закон збереження моменту кількості руху в шарі $R_1^2 \leq y^2 + z^2 \leq r^2$, $r < R_2$. Нехай M – момент сил, які діють на цей шар. Оскільки потік плоский, вектор M спрямований по осі x . Оскільки рух стаціонарний, маємо рівність $M = 0$. Очевидно, що $M = M_1 + M_r$, де M_1 – момент сил, які діють на внутрішній циліндр, M_r – момент сил в'язкого тертя, які прикладені до циліндра радіуса r . Величина цього вектора

$$M_r = \int_0^{2\pi} r(\tau_{r\theta} r d\theta) = r^2 \int_0^{2\pi} \tau_{r\theta} d\theta.$$

Тут $\tau_{r\theta}$ – проекція на вісь θ (тобто на напрям v) напруги, що діє на частину з нормаллю r . При наших припущеннях воно залежить тільки від r , тому $M_r = \tau_{r\theta} 2\pi r^2$.

Таким чином, закон збереження моменту дає рівність

$$\tau_{r\theta} 2\pi r^2 + M_1 = 0. \quad (1.16)$$

Нехай кут θ відкладений від осі y . Очевидно, що

$$\tau_{r\theta} \Big|_{\theta=0} = \tau_{yz} \Big|_{z=0}.$$

Оскільки $\tau_{r\theta}$ не залежить від θ , останнє співвідношення справедливе при всіх θ . Таким чином,

$$\tau_{r\theta} = \tau_{yz|z=0} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \Big|_{z=0}. \quad (1.17)$$

Звідси маємо $v_y = -v \sin \theta = -v \frac{z}{r}$, $v_z = v \cos \theta = v \frac{y}{r}$ і

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_y}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(-v \frac{z}{r} \right) \Big|_{z=0} = -\frac{v}{r}, \\ \frac{\partial v_z}{\partial y} \Big|_{z=0} &= \frac{v}{r} + \left(\frac{d v}{d r} \frac{y}{r} \right) \Big|_{z=0} = \frac{v}{r} + r \left(\frac{d v}{d r} \frac{1}{r} \right). \end{aligned} \quad (1.18)$$

Використовуючи ці рівності, на основі (1.18) отримаємо

$$\tau_{r\theta} = \mu r \frac{d}{dr} \left(\frac{v}{r} \right). \quad (1.19)$$

Підставляючи (1.19) в (1.16), отримаємо рівняння для відшукування v :

$$M_1 + 2\pi r^3 \mu \frac{d}{dr} \left(\frac{v}{r} \right) = 0. \quad (1.20)$$

Загальний розв'язок цього рівняння виражається формулою:

$$v = C_1 r + \frac{C_2}{r}, \quad (1.21)$$

де $C_2 = \frac{M_1}{4\pi\mu}$. Сталі C_1 та C_2 визначаються з граничних умов

$$v|_{r=R_1} = \omega_1 R_1, \quad v|_{r=R_2} = \omega_2 R_2, \quad (1.22)$$

або більш точноше ,

$$C_1 R_1 + \frac{C_2}{R_1} = \omega_1 R_1, \quad C_1 R_2 + \frac{C_2}{R_2} = \omega_2 R_2. \quad (1.23)$$

Розв'язуючи систему (8), отримаємо

$$C_1 = \frac{\omega_1 R_1^2 - \omega_2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}, \quad C_2 = \frac{R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_1^2 - R_2^2}. \quad (1.24)$$

Таким чином, розподіл швидкостей між циліндрами із спільною віссю задається формулою

$$v = \frac{\omega_1 R_1^2 - \omega_2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2} r + \frac{R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_1^2 - R_2^2} \frac{1}{r}. \quad (1.25)$$

Маючи формулу (1.25), легко обчислити $\tau_{r\theta}$ і M_r :

$$\tau_{r\theta} = \mu r \frac{d}{dr} \left(\frac{v}{r} \right) = -2\mu \frac{C_2}{r^2}, \quad M_r = \tau_{r\theta} 2\pi r^2 = -4\pi\mu C_2, \quad (1.26)$$

де C_2 має вигляд (1.24).

Зауважимо також, що, вимірюючи під час експерименту M_r , можна визначити в'язкість.

Часткові випадки потоку:

а) два циліндри обертаються з однаковою кутовою швидкістю:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

для цього випадку із (1.26) отримаємо: $v = \omega r$.

б) рідина заповнює безмежний простір поза циліндром

$$R_1 : R_2 = R, \omega_1 = \omega, R_2 = \infty, \omega_2 = 0.$$

В цьому випадку $v = R_1^2 \frac{\omega}{r}$.

в) один з циліндрів нерухмий, наприклад $\omega_1 = 0, \omega_2 = \omega$.

Тоді

$$v = \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega r - \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{\omega}{r}.$$

Далі будемо розглядати рух повітряного потоку у рухомій системі координат, яка обертається навколо осі циклона з кутовою швидкістю, яка дорівнює швидкості обертання потоку навколо вертикальної осі. Тоді ми будемо мати справу з випадком, коли швидкість обертання зовнішньої стінки буде дорівнювати ω_z , а внутрішня (інерційний сепаратор) - ω_s .

Висновки та перспективи подальших досліджень. На основі проведеного моделювання були створені конструкції апаратів, які були умовно розділені на 2 групи виробництв перспективного впровадження:

а) виробництва, з використанням відцентрово-інерційних пиловловлювачів;

б) виробництва, з підготовленою технічною документацією для впровадження.

На сьогоднішній день по розробленій і представленій в статті моделі вже розроблені креслення і проводиться виготовлення дослідно-промислової установки для очистки повітря від пилу при роботі пневматичних машин в гірській промисловості.

Список літератури

1. Кисіль Ю.Г. Математичне моделювання процесів пиловловлення в процесах виготовлення машин та обладнання / Ю.Г. Кисіль, Р.М. Василів / тези доповідей VIII Міжнародної конференції «Прогресивна техніка і технологія – 2007». – К.-Севастополь, 2007. – С. 8.
2. Ступницька Н.В. Принципово нові перспективні методи очистки повітря від дрібнодисперсного пилу / Н.В. Ступницька, І.В. Проскуріна, Ю.Г. Кисіль // Наукові вісті, спеціальний випуск матеріалів ІУ міжнародної науково-технічної конференції «еколого - економічні проблеми карпатського євро регіону» ЕЕП КС. – Івано-Франківськ, 2007. – С. 21-25.
3. Батлук В.А. Рівняння опору для випадку одномірного руху пилу у відцентрово-інерційних пиловловлювачах / В.А. Батлук, В.В. Батлук, Е.В. Романцов // Всеукраїнський науково-технічний журнал «Промислова гідраліка і пневматика». – 2010. – № (28). – С. 36-43...
4. Батлук В.А. A mathematical model of vacuum cleaners, taking into account the motion of particles near the wall part of the dust collector / В.А. Батлук, В.Г. Макачук // Motrol

motoryzacja i energetyka rolnictwa motorization and power industry in Agriculture. – Lublin, 2010. – 12. – P. 97 – 105.

5. Батлук В.А. Математична модель пилоочистки з врахуванням руху частинок у при стінковому шарі пиловловлювача / В.А. Батлук, Н.М. Параняк, В.Г. Макарьчук // Motrol motoryzacja i energetyka rolnictwa motorization and power industry in Agriculture. – Lublin, 2010. – 13 D. – P. 122 – 129.

Стаття надійшла до редколегії 17.10.2011.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Гогіташвілі Г.Г.

В.А. Батлук, М.В. Басов, Л.М. Доруняк. Математическая модель движений взвешенных частиц в закрученных потоках. *Статья посвящена проблеме создания высокоэффективного пылеулавливающего оборудования для различных отраслей промышленности, где выделяются мелкодисперсные фракции пыли, с целью доведения их выбросов до санитарных норм. В статье освещены новые тенденции в области создания аппаратуры для очистки воздуха от пыли, основанные на использовании центробежно-инерционных сил.*

Ключевые слова: пыль, улавливатель, очистка воздуха, загрязнение, центробежная сила, циклон.

V. Batluk, M. Basov, L. Dorundyak. Mathematic Model of the Process of Dust Catching in Apparatuses with Movable Separator. *The article deals with the problem of providing high performance apparatuses for cleaning air from dust in various branches of industry in order to reduce hazardous emissions to the level of sanitary-hygienic norms. The article describes new trends in the development of dust catching apparatuses based on the use of centrifugal-inertial forces, allowing improving significantly the effectiveness of dust catching.*

Keywords: dust, catching, air cleaning, pollution, centrifugal, cyclone.

© Батлук В.А., Басов М.В., Доруняк Л.М., 2012