ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

О.В. МІЗІНА, ***доцент***
Донецький національний технічний університет

ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НА ОСНОВІ ЗАСТОСУВАННЯ БЕТА-РОЗПОДІЛУ

Одним з актуальних напрямків економічної науки, особливо в області проведення прикладних досліджень, є обґрунтування можливості застосування відповідного математичного апарату для вирішення ряду економічних задач з метою підвищення об'єктивності результатів. Особливого значення набуває застосування адекватного математичного апарату при розробці стратегічних програм підприємства, оскільки висока інформаційна невизначеність у період їх формування припускає оцінку імовірності прогнозованих рівнів різних техніко-економічних показників, про що свідчить ряд публікацій [1, 2].

Найчастіше при вивченні розподілу техніко-економічних параметрів використовується нормальний закон. Проте, даний підхід не завжди є досить обґрунтованим і, як наслідок, може дати лише приблизні оцінки. Крім того, такі дослідження припускають наявність великого масиву вихідних даних, що не завжди можливо, особливо при обмеженому колі досліджуваних об'єктів У ряді робіт зазначено, що як типовий розподіл економічних параметрів у часі може бути прийнятий бета-розподіл [2,3,4,5]. Разом з тим поза увагою авторів залишилося визначення кількісних значень статистичних характеристик даного розподілу при рішенні конкретних економічних задач.

Метою даної роботи з'явилося дослідження можливості застосування бета-розподілу при прогнозуванні конкретних техніко-економічних параметрів з обґрунтуванням алгоритму визначення кількісних значень його статистичних характеристик.

Як відомо, випадкова величина ξ має бета-розподіл з параметрами (α, β) (α >0, β >0), якщо

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} t^{a-1}(1-t)^{b-1}, & t \in [0,1]; \\ 0, & t \notin [0,1] \end{cases}$$

При використовуванні нормованої величини досліджуваного параметра *t* (розгляді його в інтервалі зміни [0;1]) щільність імовірності прогнозованого параметра має вигляд

$$f(t) = ct^{a-1}(1-t)^{b-1} \qquad (1)$$

де *α, β* – статистичні параметри розподілу,

c – константа.

Величина константи визначається за формулою

$$C = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \qquad (2)$$

де

$$\Gamma(n) = (n-1)\ ! \qquad (3)$$

Позначимо

$$\frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} = B(a,b) \qquad (4)$$

Тоді

$$f(t) = \frac{1}{B(a,b)} t^{a-1}(1-t)^{b-1} \qquad (5)$$

та

$$\int_0^1 f(t)dt = 1$$

Математичне очікування і дисперсія випадкової величини в цьому випадку дорівнюють:

© О.В. Мізіна, 2004

$$M(t) = \frac{a}{a+b} \quad (6)$$

$$D(t) = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} \quad (7)$$

На рис. 1 представлені криві функції щільності бета-розподілу при різних значеннях її статистичних параметрів

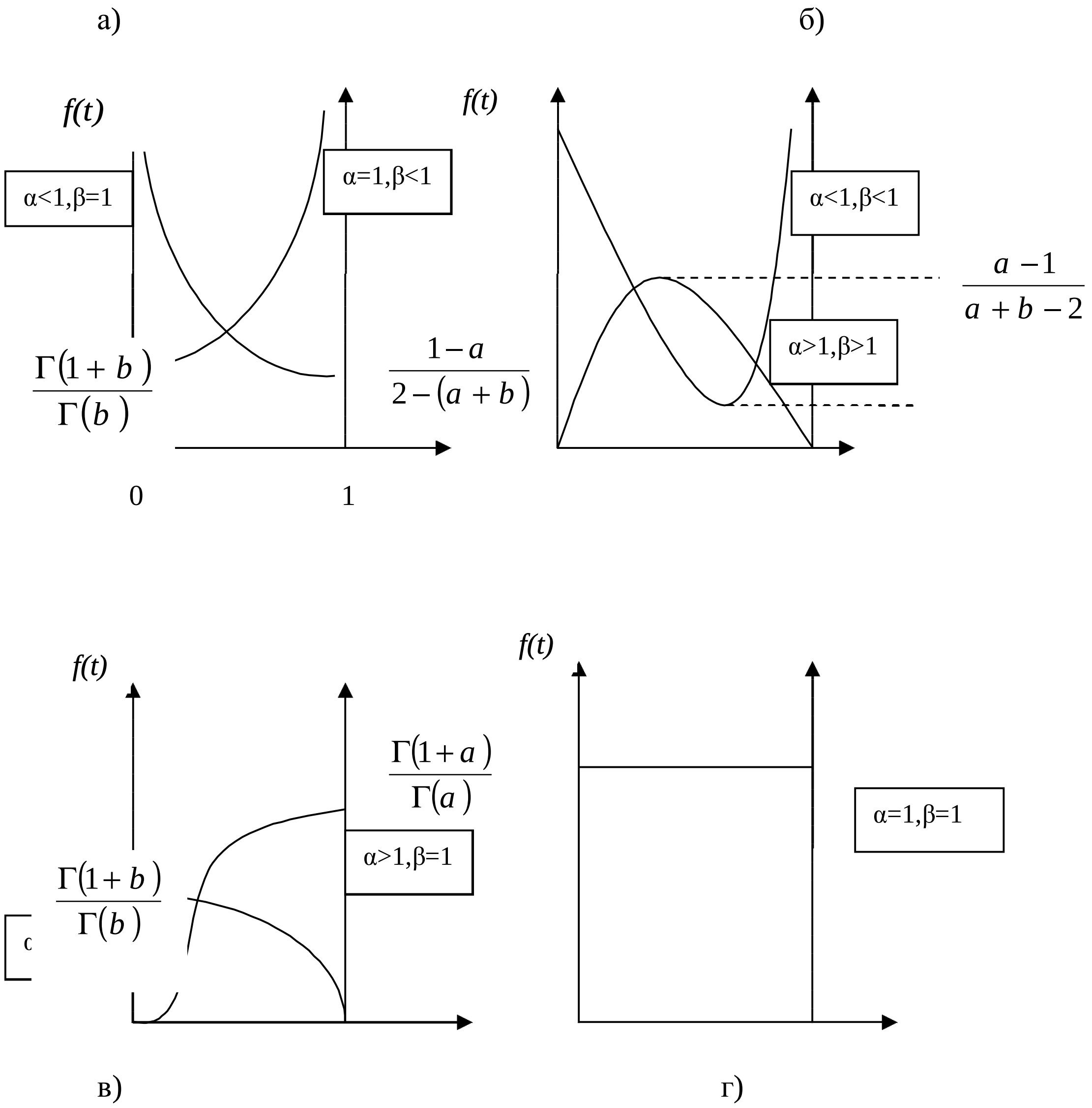

Рис. 1 – Щільності бета-розподілу

Далі розглянемо зміну досліджуваного параметра на інтервалі [*а*; *в*], тобто *а* $\le x \le в$. У цьому випадку

$$t = \frac{x-a}{в-a}$$

$$x = a + (в-a)*t$$

$$f(x) = \frac{1}{(в-a)^{a+b-1}B(a;b)}(x-a)^{a-1}(в-x)^{b-1} =$$

$$= c(x-a)^{a-1}(в-x)^{b-1} \quad (8)$$

Тобто величина константи бета-розподілу визначається як

$$c = \frac{1}{(в-a)^{a+b-1} B(a;b)} \tag{9}$$

Тому що, $x = a + (в-a) \times t$, то математичне очікування прогнозованого параметра дорівнює

$$M(X) = a + (в-a)M(t) = a + (в-a)\frac{a}{a+b} = \frac{ab+вa}{a+b} \tag{10}$$

Дисперсія випадкової величини складе

$$D(X) = (в-a)^2 D(t) = \frac{ab(в-a)^2}{(a+b)^2(a+b+1)} \tag{11}$$

З огляду на те, що $M(X) \approx \overline{X_в}$ і $D(X) = s_в^2$ (де $\overline{X}_в$ і $s_в^2$ - відповідно середня оцінка параметра і його дисперсія, знайдені за даними вибіркової сукупності), то при досить великому обсязі вибірки (n >30), оцінки статистичних параметрів α і β можуть бути отримані при рішенні системи рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{ab+вa}{a+b} = \overline{X}_в \\ \dfrac{ab(в-a)^2}{(a+b)^2(a+b+1)} = s_в^2 \end{cases} \tag{12}$$

Крім того, припустивши за емпіричними даним вид кривої щільності бета-розподілу і задаючи відповідні значення параметрів α і β (див. рис. 1), можна визначити величину константи розподілу по формулі (9) і здійснити перевірку відповідності емпіричного розподілу теоретичному за допомогою відомих критеріїв математичної статистики.

Таким чином, при вивченні розподілу техніко-економічних параметрів промислових підприємств можна досліджувати бета-розподіл із щільністю імовірності, обумовленої з формули (8), де a - мінімальна оцінка параметра, $в$ - максимальна оцінка параметра.

Розглянемо декілька прикладів побудови конкретного рівняння функції бета-розподілу й обчислення ряду її характеристик. Привласнимо деякі значення її параметрам α і β.

Нехай $\alpha = 3$, $\beta = 2$. Тоді відповідно до формули (9) для визначення константи ***с*** необхідно знайти значення $B(\alpha; \beta)$, тобто В (3;2). Дане значення знайдемо, скориставшись формулами (3) і (4).

$$B(3;2) = \frac{\Gamma(3)\Gamma(2)}{\Gamma(5)} = \frac{2\times1\times1}{4\times3\times2\times1} = \frac{1}{12}$$

Відповідно до (8)

$$f(x) = \frac{1}{(в-a)^4 \times 1/12}(x-a)^2(в-x)^1 = \frac{12}{(в-a)^4}(x-a)^2(в-x)$$

Для розглянутого приклада визначимо математичне очікування і дисперсію величини Х (див. формули (10) і (11))

$$M(X) = \frac{ab+вa}{a+b} = \frac{2a+3в}{5}$$

$$D(X)=\frac{ab(в-a)^2}{(a+b)^2(a+b+1)}=\frac{3\times2\times(в-a)^2}{5^2\times6}=\frac{(в-a)^2}{25}$$

Нехай $\alpha = 4, \beta = 2$, тоді

$$B(4;2)=\frac{\Gamma(4)\Gamma(2)}{\Gamma(6)}=\frac{3\times2\times1\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{20}$$

$$f(x)=\frac{20}{(в-a)^5}(x-a)^3(в-x)$$

$$M(X)=\frac{2a+4в}{6} \quad \text{та} \quad D(X)=\frac{2(в-a)^2}{63}$$

На підставі запропонованих підходів розглянемо розподіл фактичних обсягів товарної продукції (тис. т/міс.) за даними шахти ім. Челюскінців ГП "Донуголь" за період спостережень, рівний 45 місяцям (див. табл. 1).

Таблиця 1

Вихідні дані

Період	Товарна продукція, тис. т/міс.		Період	Товарна продукція, тис. т/міс.	
	план	факт		план	факт
Січень	35,7	28,7	Січень	31	28,9
Лютий	36	32,7	Лютий	30,2	29,8
Березень	37,5	34	Березень	32,7	38,2
Квітень	38,4	25,9	Квітень	35,2	27,1
Травень	37,8	22,8	Травень	35,1	25,1
Червень	25,5	23,1	Червень	35,1	20
Липень	41,5	24,7	Липень	38,2	15,9
Серпень	21,7	22,6	Серпень	36,3	14,3
Вересень	25,5	20	Вересень	35,9	11,3
Жовтень	32	23,2	Жовтень	31,4	15,5
Листопад	30,8	35,8	Грудень	21,4	9,3
Грудень	21,6	34,7	Січень	24,2	9
Січень	37,7	34,7	Лютий	23,5	17
Лютий	36,6	27,9	Березень	24,7	18,5
Березень	40,7	38,2	Квітень	26	24,1
Квітень	41,7	35	Травень	24	23,6
Травень	25,3	24,3	Червень	23,9	12
Червень	26,7	21,9	Липень	27	8,7
Липень	28,4	20,6	Серпень	29,1	5,5
Серпень	18,1	16,8	Вересень	28,8	7,5
Вересень	28,3	12,3	Жовтень	25,5	7,1
Жовтень	33,5	31,1			
Листопад	39,2	34,5			
Грудень	49,5	39,4			

Для вивчення форми розподілу вихідні дані представимо у вигляді інтервального ряду, мінімальне значення якого дорівнює 5 тис. т, а максимальне - 40 тис. т. Емпіричні частоти інтервального ряду розподілу представлені в табл. 2.

Таблиця 2

Емпіричний ряд розподілу фактичного обсягу товарної продукції

Фактичний обсяг товарної продукції, тис.т/міс.	Частота
(5;10)	6
(10;15)	4
(15;20)	7
(20;25)	10
(25;30)	7
(30;35)	7
(35;40)	4
Итого	45

Гістограма розподілу емпіричних частот і вид кривої, що описує передбачувану функцію щільності розподілу розглянутого параметра, представлена на рис.2.

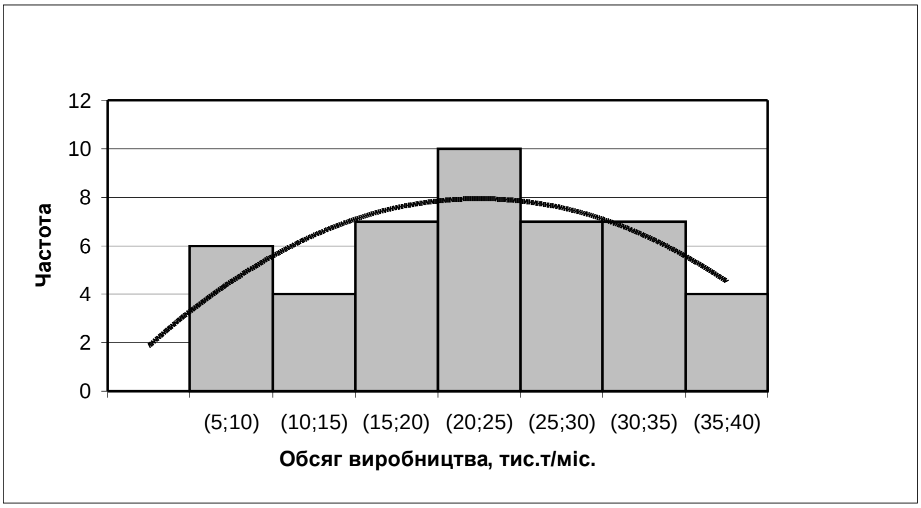

Рис. 2. Гістограма розподілу емпіричних частот фактичного обсягу товарної продукції

Припустимо, що розподіл частот підкоряється закону бета-розподілу. Тоді щільність імовірності прогнозованого параметра дорівнює

$$f(x) = c(x-a)^{a-1}(в-x)^{b-1}, \quad (13)$$

при цьому інтегральна функція щільності бета-імовірності складає

$$\int_a^в f(x)dx = 1. \quad (14)$$

Як відомо, теоретичні частоти розподілу можуть бути визначені по формулі

$$f' = np, \quad (15)$$

де n - обсяг вибірки,

p - оцінка імовірності влучення в заданий інтервал.

Імовірність влучення в інтервал [x_{i-1}, x_i] можна визначити з умови

$$p = P(x_i) - P(x_{i-1}),$$

де

$$P(x_i) = \int_a^в f(x_i)dx \qquad (16)$$

Вид кривої, що описує функцію щільності розподілу розглянутого показника, дозволяє припустити, що α>1,β>1 (див. рис.1б). Допустимо, що параметри бета-розподілу дорівнюють *α = 2, β = 2.* Для розглянутого випадку функція щільності має вигляд

$$f(x) = \frac{6}{(в-a)^3}(x-a)(в-x) = \frac{6}{(40-5)^3}(x-5)(40-x) = 0{,}0001399 * (x-5)(40-x) \qquad (17)$$

Графік даної функції на досліджуваному інтервалі [5;40] має вигляд (див. рис. 3), відповідний гістограмі розподілу емпіричних частот, представленій на рис.2

Скориставшись можливостями програми Microsoft Excel, можна визначити значення інтегральної функції щільності бета-імовірності *P(x)*. Для оцінки істотності відхилень емпіричних і теоретичних частот розраховується критерій згоди Пірсона і визначається його критичне значення для відповідної довірчої імовірності. Результати відповідних розрахунків представлені в табл. 3. Критичне значення критерію Пірсона для довірчої імовірності 0,99 виявилося значно вище розрахункового, що підтверджує можливість використання досліджуваного бета-розподілу для прогнозування зміни техніко-економічного показника.

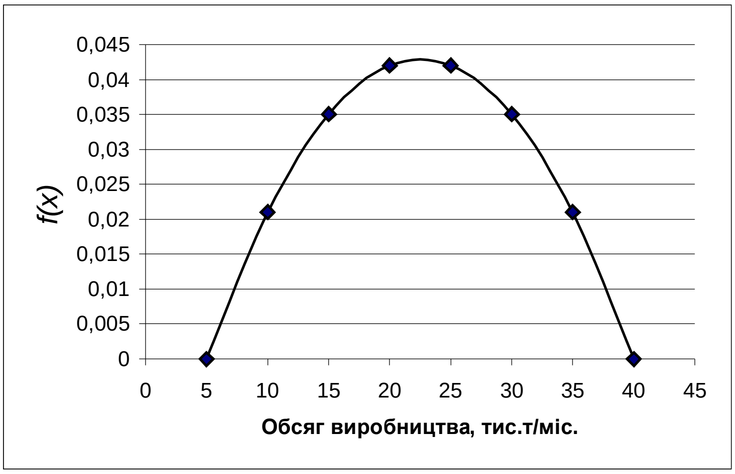

Рис. 3 – Щільність бета-розподілу на інтервалі [5;40] при α=2, β=2

Доцільно перевірити відповідність бета-розподілові за умови *α = 3, β =3.* У цьому випадку

$$f(x) = \frac{30}{(в-a)^5}(x-a)^2(в-x)^2 \qquad (18)$$

Графік даної функції на досліджуваному інтервалі [5;40] має вигляд, представлений на рис. 4 Результати відповідних розрахунків представлені в табл. 4.

Таблиця 3

Перевірка відповідності емпіричного розподілу бета-розподілові за умови *α = 2, β = 2.*

Фактичний обсяг товарн. продукції, тис. т/міс.		Товарна продукція		Імовір-ність	Теор. частота,f'	Эмпір. частота,f	Відхилення, f -f'	(f-f')^2	((f-f')^2)/f'
		F(x-1)	F(x)						
5	10	0	0,055394	0,055394	2,492711	6	3,507289	12,30107	4,934817
10	15	0,055394	0,198251	0,142857	6,428571	4	-2,42857	5,897959	0,91746
15	20	0,198251	0,393586	0,195335	8,790087	7	-1,79009	3,204413	0,364548
20	25	0,393586	0,606414	0,212828	9,577259	10	0,422741	0,17871	0,01866
25	30	0,606414	0,801749	0,195335	8,790087	7	-1,79009	3,204413	0,364548
30	35	0,801749	0,944606	0,142857	6,428571	7	0,571429	0,326531	0,050794
35	40	0,944606	1	0,055394	2,492711	4	1,507289	2,271919	0,911425
					45				
Обсяг вибірки	45						Розрах. критерій		7,562252
						Критич. знач. для імовірності 0,99			18,48

Таблиця 4

Перевірка відповідності емпіричного розподілу бета-розподілові за умови *α = 3, β =3*

Фактичний обсяг товарн. продукції, тис. т/міс.		Товарн. продукція		Імовір-ність	Теор. час-тота,f'	Эмпір. частота,f	Відхилення, f -f'	(f-f')^2	((f-f')^2)/f'
		P(x-1)	P(x)						
5	10	0	0,023264	0,023264	1,046885	6	4,953115	24,53335	23,43461
10	15	0,023264	0,144702	0,121437	5,464687	4	-1,46469	2,145309	0,392577
15	20	0,144702	0,367882	0,223181	10,04314	7	-3,04314	9,260682	0,922091
20	25	0,367882	0,632118	0,264235	11,89058	10	-1,89058	3,574298	0,300599
25	30	0,632118	0,855298	0,223181	10,04314	7	-3,04314	9,260682	0,922091
30	35	0,855298	0,976736	0,121437	5,464687	7	1,535313	2,357185	0,431349
35	40	0,976736	1	0,023264	1,046885	4	2,953115	8,720887	8,330318
					45				
Обсяг вибірки	45						Розрах. крите-рій		34,73363
						Критич. знач. для імовірності 0,99			18,48

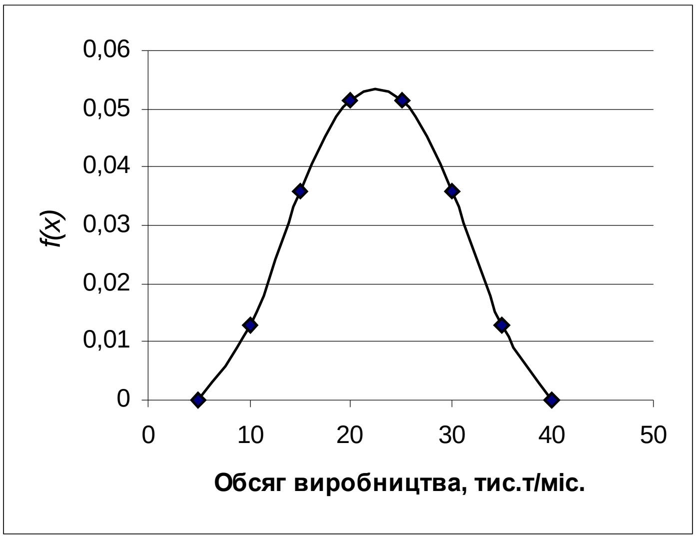

Рис. 4 – Щільність бета-розподілу на інтервалі [5;40] при α=3, β=3

Критичне значення критерію Пірсона для довірчої імовірності 0,99 у цьому випадку виявилося значно нижче розрахункового, що свідчить про неможливість використання розподілу при досліджуваних значеннях статистичних характеристик для прогнозування зміни названого техніко-економічного показника.

Таким чином, розподіл фактичних обсягів виробництва товарної продукції вуглевидобувного підприємства щонайкраще описується за допомогою функції (17). Розрахунок математичного очікування по формулі (10) показав, що його величина складає M(X) = 22,5 тис.т/міс., при цьому середнє значення фактичних обсягів виробництва товарної продукції за даними вибірки склало 22,962 тис.т/міс., що також підтверджує обґрунтованість застосування аналізованої функції.

Сформулюємо основні висновки:

1. Як типовий розподіл економічних параметрів у часі може бути прийнятий бета-розподіл, що дозволяє одержати функцію щільності імовірності досліджуваного параметра під час відсутності значного масиву вихідних даних і об'єктивно визначити його оцінки.

2. Визначення конкретних статистичних характеристик розподілу, що вивчається, може бути проведене на основі викладеного в даній роботі алгоритму їх розрахунку, а також за допомогою аналізу форми розподілу емпіричних (фактичних) даних, зіставлення їх з відомими типовими формами бета-розподілу і подальшої перевірки за допомогою статистичних критеріїв відповідності емпіричного і теоретичного розподілів.

3. Розглянутий метод дослідження розширює можливості застосування імовірнісних методів оцінки економічних процесів і показників, що веде до підвищення об'єктивності й обґрунтованості отриманих результатів.

Подальші дослідження в даному напрямку дозволять удосконалювати методи кількісної оцінки ризику в різних областях: при розробці стратегічних програм підприємства, при керуванні витратами підприємства, визначенні рівня його економічної безпеки, при обґрунтуванні привабливості інвестиційних проектів і ряді інших задач.

Література

1. Ковалев Д., Плетникова И. Количественная оценка уровня экономической безопасности предприятия // Экономика Украины. – 2001. - №4. – С.35 – 40.

2. Голенко Д.И. Статистические методы в экономических системах. – М.: «Статистика», 1970. – 320 с.

3. Евдокимов Ф.И., Бородина О.А. Управление риском на основе синергетического подхода // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: економічна. Випуск 59. – Донецк, ДонНТУ, 2004. – С. 28 – 33.

4. Евдокимов Ф.И., Разумная Н.В. Итерактивное планирование как инструмент экономической безопасности предприятия.// Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: економічна. Випуск 46. – Донецк, ДонНТУ, 2002. – С. 26 – 31.

5. Евдокимов Ф.И, Кучер В.А. Механизм управления затратами на основе оптимизации параметров процессов угледобычи // Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія: економічна. Випуск 22. – Донецк, ДонДТУ, 2000. – С. 152 – 160.

Статья поступила в редакцию 22.11.2004

А.С. БИЛЯЗЕ, ***экономист,***
ЗАО Инвестиционная компания „Керамет Инвест”
Л.Д. СЛЕПНЕВА, ***к.э.н., доцент,***
Л.П. БИЛЯЗЕ, ***к.э.н., доцент,***
Донецкий национальный технический университет

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕНЕЖНО-КРЕДИТНОЙ ПОЛИТИКИ В УКРАИНЕ НА СОВРЕМЕННОМ ЭТАПЕ

С недавнего времени возникло и успело неоднократно подтвердиться утверждение, что «…рынком управляют не объективные экономические тенденции, а субъективное мнение его участников» [1]. Это утверждение как нельзя лучше подходит для характеристики сложившейся в последнее время ситуации с денежным обращением в Украине.

Многочисленные политические спекуляции октября – декабря 2004 г. существенно дестабилизировали экономическую ситуацию, вызвав потребительскую панику, результатом которой стал рост цен на продукты питания и снижение доверия к банковским учреждениям. Одной из вероятных причин подобного явления называлась социальная программа правительства, которая в определенных кругах получила название «популистская». Правомерность такой оценки можно установить только на основе изучения тенденций изменения основных макроэкономических показателей.

Изучению закономерностей изменения макроэкономических показателей в последнее время уделяется много внимания, в том числе и в Украине [3 – 6]. Так, в работе [3] предлагаются модели взаимодействия экономик Украины и других стран; модель банковской системы Украины как основного проводника монетарной политики. Работа [4] посвящена исследованию и прогнозированию ВВП на основе производственных функций, уровня инфляции. В основе всех построений лежат эконометрические модели, построенные на базе временных рядов соответствующих показателей.

Однако в этих работах практически не рассматриваются статистические характеристики и структура самих динамических рядов, представляющих исходные данные для построения моделей.

Одним из действенных инструментов изучения закономерностей экономических процессов является эконометрический анализ, который предполагает исследование структуры ряда данных, а также важнейших его статистических свойств

© А.С. Билязе, Л.Д. Слепнева, Л.П. Билязе, 2004