УДК 517.21(075.8)

О применении рядов в теории вероятностей

Гончаров А.Н.

Донецкий национальный технический университет

Пропонується відмінний від звичайних підхід до застосування елементів теорії рядів при викладанні розділу „Теорія ймовірностей" у курсі вищої математики.

Нынешняя потребность Украины в высококвалифицированных специалистах для практической деятельности выдвигает перед высшей школой соответствующие требования. Поэтому становится достаточно актуальной проблема как внедрения новых технологий, так и трансформация и усовершенствование традиционных форм и методов обучения.

Курс высшей математики относится к фундаментальной системе знаний, на основе которой базируется обучение студентов. В связи с этим изложение курса высшей математики в вузе должно быть направлено на то, чтобы большинство студентов осознало, что без этих знаний из них не получится нормальный и востребованный специалист.

Студент на лекции должен не просто усваивать определенные стандарты, но и осознавать, каким образом они получены и какой смысл лежит в их основе. Поэтому процесс обучения должен включать соответствующие методы и приемы активизации познавательной деятельности студентов. Основой активизации обучения студентов является усовершенствование полученных знаний, навыков и умений. Другими словами: „повторение - мать учения".

Для решения данной задачи, лектор постоянно должен показывать, что все рассматриваемые на лекциях методы могут быть определенным образом связаны как с уже рассмотренными, так и с последующими темами или самого курса высшей математики или будущими специальными курсами. Широкое применение сравнительных процедур в процессе обучения является одним из путей создания необходимых предпосылок для успешного овладения материалом.

Так, например, излагая раздел курса высшей математики „Теория вероятностей", мы широко используем рассмотренные ранее методы вычисления производных и интегралов при изучении тем „Функции распределения и плотности случайных величин" и „Числовые характеристики случайных величин" [1-4].

Но вот элементы теории рядов практически остаются без повторения. Автором сделана попытка восполнить этот пробел при рассмотрении темы „Основные распределения дискретных величин". Стандартное изложение этой темы подразумевает рассмотрение биномиального и пуассоновского распределения и использование разложения в ряд функции e^x при изучении распределения Пуассона. Автор предлагает рассмотреть еще одно, третье, часто встречающееся дискретное распределение – геометрическое или, как его иногда называют, „до первого успеха".

Случайная величина X распределена по геометрическому закону, если вероятность того, что она примет определённое значение k, выражается формулой $P(X=k)=pq^{k-1}$, т.е. закон геометрического распределения имеет вид

X	1	2	3	…	k	…
P	p	pq	pq^2	…	pq^{k-1}	…

Нетрудно убедиться, что сумма всех вероятностей, как сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, равна

$$\sum_{k=1}^{n} P(k)=\sum_{k=1}^{\infty} pq^{k-1}=\frac{p}{1-q}=\frac{p}{p}=1.$$

Обычно на этом применение теории рядов и ограничивается [3-4]. Но уже при вычислении числовых характеристик геометрического распределения мы вынуждены использовать свойства равномерно сходящихся рядов – почленное дифференцирование и интегрирование [5-6]. Вычислим математическое ожидание геометрического распределения

$$M(X)=\sum_{k=1}^{n} kP(k)=\sum_{k=1}^{\infty} kpq^{k-1}=p\sum_{k=1}^{\infty}(q^k)'_q=$$

$$=p\left(\sum_{k=1}^{\infty} q^k\right)'=p\left(\frac{q}{1-q}\right)'=p\frac{1}{(1-q)^2}=\frac{p}{p^2}=\frac{1}{p}.$$

Аналогичным образом, дважды применяя почленное интегрирование и дифференцирование суммы степенного ряда, вычисляем дисперсию

$$M(X^2)=\sum_{k=1}^{n}k^2P(k)=\sum_{k=1}^{\infty}k^2pq^{k-1}=p\sum_{k=1}^{\infty}k(q^k)'_q=$$

$$=p\sum_{k=1}^{\infty}(kq^k)'_q=p(q(\sum_{k=1}^{\infty}q^{k-1})'_q)'_q=p\left(q\left(\frac{1}{1-q}\right)'\right)'=$$

$$=p\left(\frac{q}{(1-q)^2}\right)'=p\frac{1-q^2}{(1-q)^4}=p\frac{1+q}{(1-q)^3}=\frac{1+q}{p^2};$$

$$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=\frac{1+q}{p^2}-\frac{1}{p^2}=\frac{q}{p^2}.$$

Таким образом, данный подход, с одной стороны, обеспечивает реализацию межпредметных связей в процессе обучения высшей математике. С другой стороны, он позволяет:

– закрепить знания и навыки, полученные ранее;

– достигнуть более высокого качественного уровня подготовки студентов;

– не только повторить существующие и уже рассмотренные методы, но и предусмотреть их развитие и обогащение.

Литература

1. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика. – К. : Либідь. – 1996. – 440с.
2. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Высшая математика. – Донецк : Сталкер. – 1997. – 560 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа – 2000. – 479 с.
4. Шехтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К. : Вища школа – 1994. – 192с.
5. Улитин Г.М., Гончаров А.Н. Курс лекций по высшей математике (Учебное пособие). – ч. III. – Донецк : ДонНТУ. – 2010. – 121 с.
6. Улитин Г.М., Гончаров А.Н. Курс лекций по теории вероятностей и математической статистике (Учебное пособие). – Донецк : ДонНТУ. – 2010. – 61 с.