ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛЯ ПОТОКА ГРАДИЕНТОВ В МЕТОДЕ АКТИВНЫХ КОНТУРОВ

Трибрат А.А., КСД-00а

Руководитель доц. Адамов В.Г.

Активный контур (снейк) – это параметрическая кривая, определенная в пределах области изображения. Все свойства этой кривой и ее поведение определяются функцией энергии, названной по аналогии с физическими системами. Дифференциальное уравнение, которое определяет поведение снейка, уменьшает его энергию. Физически движение снейка может рассматриваться как модель действующих на него сил.

Первая модель снейка была предложена 1987 г. В ней функция минимизации энергии была определена следующим образом:

$$E_{snake} = \int_0^1 \{E_{\text{int}}(v(s)) + E_{image}(v(s))\} ds \qquad (1)$$

где позиция снейка на изображении представлена параметрической плоской кривой $v(s) = (x(s), y(s))$, E_{int} – внутренняя энергия кривой из-за изгиба, E_{image} – силы, подталкивающие кривую к желательному объекту. Предложенная модель внутренней энергии определялась как:

$$E_{\text{int}} = (\alpha(s)\,|\,v_s(s))\,|^2 + \beta(s)\,|\,v_{ss}(s)\,|^2)/2 \qquad s \in [0,1] \qquad (2)$$

где $v_s(s)$ – первая производная $v_{ss}(s)$ – вторая производная функции $v(s)$ относительно s.

Объект должен распознаваться снейком как множество низких значений на отрицательной карте границ. Модель энергии изображения для гомогенного объекта может быть описана как

$$E_{image} = -|\nabla I(x, y)|^2 \qquad (3)$$

где $I(x, y)$ – значения яркостей пикселей изображения.

Первая производная $v(s)$ относительно s представляет собой скорость изменения длины кривой, что означает продольное сокращение кривой.

Коэффициент $\alpha(s)$ описывает угол сокращения и поэтому снейк действует подобно упругой ленте. Большие значения $\alpha(s)$ подразумевают большое сокращение снейка в направлении действия силы. Поэтому $\alpha(s)$ обозначается как коэффициент адаптационной способности.

Вторая производная описывает кривизну снейка. Коэффициент $\beta(s)$ регулирует скорость изменения кривой в направлении, перпендикулярном ее границе. Он позволяет снейку действовать подобно жесткой ленте. Это означает, что кривая сохраняет гладкость. Если $\beta(s)$ имеет высокое значение, кривая интенсивно сопротивляется изгибу, в то время как низкие значения $\beta(s)$ позволяют кривой изгибаться. Регулируя эти два коэффициента, можно получить соответствующую адаптационную способность кривой и ее способность охватить интересующий объект.

Вторая часть функции энергии интерпретируется следующим образом. Можно рассматривать изображение как ландшафт, по которому снейк скатывается к точке минимума под действием силы тяжести. Если считать, что низкие значения отрицательной карты границ представляют собой точки минимума, то снейк его достигнет, двигаясь в направлении минимума карты границ изображения.

Предложенная модель энергии изображения имеет некоторые недостатки. Несмотря на то, что силы изображения правильно указывают точку границы объекта, область действия силового поля невелика. Поэтому, если искомый объект имеет вогнутость, кривая не направлена к продвижению в нее.

Было разработано новое поле сил, которое имело большой диапазон действия и наличие сил, направленных в неровности границы. В уравнении развития

$$v_t(s,t) = \alpha v_{ss}(s,t) - \beta v_{ssss}(s,t) - \nabla E_{image} \tag{5}$$

силовое поле изображения ∇E_{image} заменено новым полем, которое называется полем потока градиентов $G(x,y)$, то есть

$$v_t(s,t) = \alpha v_{ss}(s) - \beta v_{ssss}(s) - G(x,y) \tag{6}$$

где $G(x, y) = (c(x, y), d(x, y))$ – векторное поле, которое минимизирует энергетический функционал

$$\varepsilon = \iint \mu\{(c_x^2 + c_y^2 + d_x^2 + d_y^2) + |\nabla f|^2 |G - \nabla f|^2\} dxdy \tag{7}$$

где $f(x, y)$ – карта границ, определяемая как $f(x, y) = |\nabla I(x, y)|$.

Видно, что при малых значениях $|\nabla f|$ энергия преимущественно зависит от суммы квадратов частных производных векторной области, приводя к медленно изменяющемуся полю. При больших значениях $|\nabla f|$ в подынтегральном выражении доминирует второй член суммы, который минимизируется значением $G = |\nabla f|$. Это производит эффект сдерживания G при больших значениях карты границ, но принуждает поле медленно изменяться в гомогенных областях. Параметр μ – это параметр регуляризации, влияющий на соотношение между первым и вторым слагаемыми в подынтегральном выражении. Этот параметр устанавливается согласно количеству шума на изображении (чем больше шума, тем выше значение μ).

Поле потока градиентов может быть определено решением следующих уравнений Эйлера:

$$\begin{aligned} &\mu\nabla^2 u - (u - f_x)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \\ &\mu\nabla^2 v - (v - f_x)(f_x^2 + f_y^2) = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

где ∇^2 - оператор Лапласа.

Приведенные уравнения могут быть решены, если рассматривать функции u и v как функции времени:

$$\begin{aligned} &u_t(x, y, t) = \mu\nabla^2 u(x, y, t) - (u(x, y, t) - f_x(x, y))(f_x(x, y)^2 + f_y(x, y)^2) \\ &v_t(x, y, t) = \mu\nabla^2 v(x, y, t) - (v(x, y, t) - f_y(x, y))(f_x(x, y)^2 + f_y(x, y)^2) \end{aligned} \tag{9}$$

Стабильное решение (при $t \to \infty$) этих параболических уравнений первой степени является искомым решением уравнений Эйлера.

Перепишем уравнения следующим образом:

$$\begin{aligned} &u_t(x, y, t) = \mu\nabla^2 u(x, y, t) - b(x, y)u(x, y, t) + c_1(x, y) \\ &v_t(x, y, t) = \mu\nabla^2 v(x, y, t) - b(x, y)v(x, y, t) + c_2(x, y) \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$
\begin{aligned}
b(x,y) &= f_x(x,y)^2 + f_y(x,y)^2 \\
c_1(x,y) &= b(x,y)\, f_x(x,y) \\
c_2(x,y) &= b(x,y)\, f_y(x,y)
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Функции f_x и f_y рассчитываются с помощью любого оператора градиента. Коэффициенты $b(x,y)$, $c_1(x,y)$ и $c_2(x,y)$ могут быть предварительно рассчитаны для итеративного процесса.

Окончательные итерационные формулы для расчета поля потока градиентов имеют вид:

$$
\begin{aligned}
u_{i,j}^{n+1} &= (1 - b_{i,j}\Delta t)u_{i,j}^{n} + r(u_{i+1,j}^{n} + u_{i,j+1}^{n} + u_{i-1,j}^{n} + u_{i,j-1}^{n} - 4u_{i,j}^{n}) + c_{1i,j} \\
v_{i,j}^{n+1} &= (1 - b_{i,j}\Delta t)v_{i,j}^{n} + r(v_{i+1,j}^{n} + v_{i,j+1}^{n} + v_{i-1,j}^{n} + v_{i,j-1}^{n} - 4v_{i,j}^{n}) + c_{2i,j}
\end{aligned}
\tag{12}
$$

где

$$
r = \frac{\mu \Delta t}{\Delta x \Delta y} \tag{13}
$$

Итеративный процесс сходится при условии $r \le 1/4$.

Рассмотренный метод имеет более высокую эффективность работы в сравнении с методами оконтуривания Susan, Собеля, Робертса и других стандартных, несмотря на необходимость задания начального приближения. Метод активных контуров может быть использован для уточнения контура объекта после его получения стандартными методами. Данный метод был апробирован для нахождения контура клеток кожи – фибробластов.

Перечень ссылок

1. Active contour model / Электронный ресурс. Способ доступа: http://hms.upenn.edu/pelachaud/workshop_face/subsubsection3_7_2_12.html

2. Gradient vector flow field / Электронный ресурс. Способ доступа: http://iacl.ece.jhu.edu/%7Echenyang/research/pubs/p084t/node5.html