

УДК 519.876.5

**С.С. Лапта**, канд. техн. наук,  
Українська інженерно-педагогічна академія,  
**Н.В. Масолова**, канд. физ.-мат. наук,  
Харківський національний університет радіоелектроніки,  
**С.Н. Зінов'єв**, канд. техн. наук, доц., КІІ ДонНТУ  
(Донецький національний технічний університет)

## **ФУНКЦІОНАЛЬНО-СТРУКТУРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ**

*Запропоновано новий компартментний, функціонально-структурний підхід до імітаційного моделювання гомеостатичних систем, поширених у різних областях природи, техніки та суспільних відносин. Отримано новий клас математичних моделей систем із саморегуляцією одновимірної змінної виходу у разі її виведення з рівноважного стану під дією зовнішнього збурюючого фактору, що узагальнює функціональну модель Н. Вінера "чорного ящика". Ефективність нового підходу продемонстровано на прикладі найбільш експериментально дослідженої фізіологічної системи регуляції вуглеводного обміну.*

**Ключові слова:** імітаційне моделювання, параметрична ідентифікація, післядія в саморегулюванні, гомеостатична система, компартмент.

### ***Проблема і її зв'язок з науковими і практичними задачами.***

Широка поширеність у різних областях природи, техніки й суспільних відносин складних динамічних систем, що мають властивість гомеостатичного самозбереження рівноважних станів, обумовила актуальність їх ефективного математичного опису, що з необхідністю має характер імітаційного. Однак обоє запропонованих до останнього часу підходу до їхнього імітаційного моделювання виявилися незадовільними: функціональний підхід [1] є недостатнім для рішення багатьох теоретичних і практичних завдань, структурно функціональний [2] - неефективний внаслідок гіпотетичності й громіздкості.

### ***Аналіз досліджень і публікацій.***

У цей час серед різноманітних гомеостатичних систем найбільш вивченою на концептуальному рівні, найбільш зручною для перевірки теоретичних виводів, є фізіологічна система регуляції вуглеводного обміну [2, 3]. Більшість із дотепер запропонованих імітаційних моделей гомеостатичних систем були розроблені саме в цій області. При цьому всі вони виявилися обмежено адекватними.

**Постановка задачі.**

У зв'язку з вище викладеним представляється доцільною наступна постановка завдання дослідження: розвиток теорії імітаційного моделювання гомеостатичних систем на прикладі найбільш вивченої на концептуальному рівні фізіологічної системи регуляції вуглеводного обміну.

**Викладення основного матеріалу та результати.**

З'ясовано, що осциляційне повернення систем із саморегуляцією до рівноважного стану обумовлено наявністю в них інерційності або післядії, що може мати як інтегральний характер, що при математичному моделюванні приводить до традиційних звичайних диференціальних рівнянь порядку не нижче другого, так і локальний характер, що природно описується диференціальним рівнянням 1-го порядку із запізненим аргументом. Хоча існує великий клас гомеостатичних систем з локальною післядією, довго цього не зауважували й намагалися неефективно описувати такі системи не властивими їм звичайними диференціальними рівняннями.

Незадовільний характер існуючих функціональних і гіпотетичних структурно-функціональних імітаційних моделей гомеостатичних систем обумовив доцільність розробки нового компартментного, функціонально-структурного підходу до їхньої побудови. Він базується на наступних принципах, обумовлених істотним недоліком змістовних даних, необхідних для вичерпного математичного опису морфології цих систем:

- компартментне моделювання динаміки процесів, які визначають тимчасову залежність вихідних змінних системи без обліку її морфології й просторових координат;
- опис динаміки тільки тих змістовних змінних системи, які можна практично виміряти, з опосередованим функціональним обліком через їхні значення всіх інших істотних факторів;
- проведення змістовної структурної ідентифікації моделі системи;
- збереження цілісного опису складних систем при поетапній деконпозиції їхніх моделей і при підвищенні їхньої структурованості у функціональному аспекті.

Новизна цього підходу складається, насамперед, у трьох останніх принципах, а також у їхньому сполученні з першим. Цей підхід до моделювання передбачає спочатку максимальне спрощення концептуальної змістовної моделі гомеостатичної системи, залишаючи на

подальше її поетапну декомпозицію, узагальнення й розвиток. При цьому параметрична ідентифікація моделі (вектора її параметрів  $Z=(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_B)$ ) проводиться традиційним формальним образом з досягненням мінімуму функціонала нормованого нев'язання виходів системи  $x^O(t)$  й моделі  $x_M(t, Z)$  (у випадку одновимірної змінної виходу), узятих у моменти часу  $t_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), у вигляді:

$$\Psi(Z) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^N \left( \frac{x^M(t_n, Z) - x^O(t_n)}{x^M(t_n, Z)} \right)^2}, \quad (1)$$

який відповідає методу найменших квадратів:

$$k = \min_{Z \in R_+^B} \Psi(Z) = \Psi(\bar{Z}). \quad (2)$$

Це вимагає виконання умов, які звичайно забезпечені: помилки вимірів центровані, незалежні й мають розподіл Гаусса. У загальному випадку багатомірного вектора змінної виходу підсумовування у функціоналі (1) узагальнюється на кожен з його координат, а при переході від дискретних моментів спостереження до інтервалу часу відповідна сума замінюється інтегралом.

Отримане при проведенні параметричної ідентифікації моделі значення функціонала (2) можна вважати кількісним показником її якості. Його досить мале значення в деякій мері свідчить також про адекватність моделі, хоча не гарантує її. Традиційно до цього додають ще три якісних змістовних критерії: гомоморфності моделі системі, тобто однозначного відтворення моделлю вихідної функції оригіналу, а також критеріїв форми й мінімальної математичної складності.

Досвід проведення ідентифікації математичних моделей гомеостатичних систем обумовив доцільність їхнього доповнення наступними новими критеріями. Це:

- критерій змістовності моделі, її відповідності змістовним даним і поданням;
- критерій глобальності форми, що складається у виконанні традиційного критерію форми у всіх можливих станах системи;
- критерій інваріантності структурної й параметричної ідентифікації моделі щодо характеру зовнішніх впливів, що виводять систему з рівноважного стану;

- факторний критерій, відповідно до якого для адекватної моделі значення параметра  $k$  (2) не повинне зростати з підвищенням рівня обліку факторів дослідження.

В відповідності із запропонованим підходом був отриманий новий клас математичних моделей систем із саморегуляцією одновимірної змінної виходу  $u(t)$  при виведенні її з рівноважного стану під дією зовнішнього фактора, що збуджує, з  $f(t)$  інтенсивністю у вигляді інтегродиференційного рівняння:

$$y'(t) = (1 - \alpha)f(t) - \Phi(y'(t)) - \sum_{i=1}^n F_i(y(t - \tau_i)) - F_0\left(\int_{t_0}^t b(s)y(s)ds\right) - k Es(u(t - \delta) - u_{nop}) \quad (3)$$

яке узагальнює функціональну модель Н. Вінера негативного зворотного зв'язку ("чорного ящика").

На відміну від її попередніх удосконалень у рамках структурно-функціонального підходу з морфологічним розчленовуванням досліджуваної системи й застосуванням до моделювання її частин того ж функціонального підходу з їхньою наступною композицією в умовах недостатньої інформації про їхні взаємозв'язки, що приводить до гіпотетичності й надмірної чисельності змінних опису, неадекватним можливостям експериментальної перевірки, тепер декомпозиція проводиться не в морфологічному, а у функціональному аспекті. При цьому в рівнянні (3) динаміки саморегульованої змінної, рівень якої встановлюється на рівноважному значенні, вплив всіх проміжних факторів її регуляції враховано побічно через значення її самої.

Цей клас моделей узагальнює відомі рівняння перехідних процесів у механічних системах, в електричних ланцюгах й у технічних системах автоматичного регулювання. У ньому враховуються всі можливі типи саморегуляції по параметрі  $y(t) = u(t) - u_p$  (відхиленню змінної  $u(t)$  від її рівноважного значення  $u_p$ ): по його поточному значенню, зокрема з післядією, по його похідній  $y'(t)$ , а також по факторі, що збуджує  $f(t)$ .

Ця післядія взагалі може мати як локальний характер у вигляді запізнілих аргументів на час  $\tau_i$ :  $F_i(y(t - \tau_i))$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , так й інтегральний – з нагромадженням післядії:  $F_0\left(\int_{t_0}^t b(s)y(s)ds\right)$ . Врахована також можливість граничних регуляцій щодо граничних значень змін-

ної  $u_{\text{пор}}$  із запізнюванням на час  $\delta$  (у рівнянні (3) для спрощення показана тільки одна з них):  $kEs(u(t - \delta) - u_{\text{пор}})$ , де  $Es(z) = ze(z)$ , причому  $e(z)$  – одинична функція Хевісайда. Всі використані в моделі функції  $\Phi(z)$ ,  $F_i(z)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) мають такі властивості: вони непарні, звертаються в нуль у нулі, при позитивних значеннях аргументу приймають позитивні значення й зростають по модулі разом з модулем аргументу.

Раніше до чисельного аналізу таких рівнянь із запізнюванням застосовували ті ж методи, що й для звичайних диференціальних рівнянь. При цьому лише глибоко відомі проблеми збіжності й стійкості їхніх рішень. Замість зусиль по їхньому подоланню ці проблеми були усунуті за рахунок використання наявного запізнювання й застосування числового аналога на сітці методу кроків, відомого раніше для одержання аналітичного рішення цих рівнянь.

Проведено змістовну конкретизацію математичної моделі гомеостатичної саморегуляції для фізіологічної системи регуляції вуглеводного обміну. У функціонуванні цієї регуляційної системи, що гомеостатично підтримує рівень глюкози в крові на рівноважному рівні, беруть участь безліч фізіологічних факторів, детально описати які не представляється можливим. Тому для її опису природним є рівень загальної математичної моделі саморегуляції змінної виходу, що гомеостатично зберігається, всім елементам і структурі якої був наданий змістовний зміст. Для цього був застосований компартментно-функціональний підхід, відповідно до якого замість безперспективних спроб опису багатofункціональних органів організму з урахуванням їх морфології й тонкої структури моделюються тільки процеси, що забезпечують гомеостатичні властивості, з виділенням серед них головних, визначальних факторів і фізіологічних змінних, доступних для виміру.

### ***Висновки і напрямки подальших досліджень.***

У класі математичних моделей із саморегуляцією по параметру з післядією локального типу розроблена змістовна модель фізіологічної системи регуляції вуглеводного обміну. На її основі побудовані алгоритми, реалізовані у вигляді програмних модулів, які розв'язують актуальні питання клінічної медицини по діагностиці й терапії цукрового діабету.

#### Список літератури

1. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине / Винер Н. ; пер. с англ. – М. : Сов. радио, 1968. – 328 с.

2. Гомеостатика живого, технических, социальных и экологических систем / под ред. В.И. Новосельцева. – Новосибирск: Наука, 1990. – 350 с.
3. Гомеостаз на различных уровнях организации биосистем / В.И. Нефедов, А.А. Ясайтис, В.И. Новосельцев и др.; под ред. В. И. Новосельцева. – Новосибирск : Наука, 1991. – 232 с.

Стаття надійшла до редколегії 3.11.2011.

Рецензент: канд. техн. наук, проф. Л.М. Козиряцький

**С.С. Лапта, Н.В. Масолова, С.Н. Зиновьев.** **Функционально-структурное моделирование сложных систем.** Предложен новый компартиментный, функционально-структурный подход к имитационному моделированию гомеостатических систем, широко распространенных в различных областях природы, техники и общественных отношений. Получен новый класс математических моделей систем с саморегуляцией одномерной переменной выхода при выведении ее из равновесного состояния под действием внешнего возмущающего фактора, обобщающий функциональную модель Н. Винера “черного ящика”. Эффективность нового подхода продемонстрирована на примере наиболее экспериментально исследованной физиологической системы регуляции углеводного обмена.

**Ключевые слова:** имитационное моделирование, параметрическая идентификация, последствие в саморегуляции, гомеостатическая система, компартимент.

**S. Lapta, N. Masolova, S. Zinovyev.** **The Imitative Modeling of the Homeostatic Systems.** A new compartment functionally-structural method of approach to the imitative modeling of the homeostatic systems, widespread in the different areas of nature, technique and public relations, was offered. A new class of mathematical models of the systems with self-regulation of one-dimensional variable of exit at the leading out of it from the equilibrium state under the action of external disturbing factor, summarizing the functional model of N. Wiener's “black box”, was obtained. The efficiency of the new approach is shown on the example of the most experimentally investigated physiological system of carbohydrate exchange regulation.

**Keywords:** imitative model, parametric identification, after-action in self-regulation, homeostatic system, compartment.

© Лапта С.С., Масолова Н.В., Зиновьев С.Н., 2011.