

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ КЕРАМИЧЕСКИМ ПРОИЗВОДСТВОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Сагайда П.И.

Донбасская государственная машиностроительная академия,  
кафедра компьютерных информационных технологий,

E-mail: [kit@dgma.donetsk.ua](mailto:kit@dgma.donetsk.ua)

*Abstract. Sagajda P. Problem solving of optimization of technological processes at a control automation by ceramic production in conditions of uncertainty. For the solution of optimization's problems in ceramic production with allowance for of uncertainty the task of achievement of the definite purpose on fuzzy set of limitations, and also linear programming with fuzzy described parameters used.*

**Анализ состояния вопроса.** Для керамического производства его эффективность определяется полной загрузкой оборудования и транспортных систем, высокой производительностью отдельных технологических процессов и производства в целом, снижением потерь материалов и энергоносителей, обеспечением требуемого качества изготавливаемых керамических изделий. Требуемая производительность и снижение энерго- и материалоемкости технологических процессов обеспечивается путем эффективного автоматизированного управления основным технологическим оборудованием. Автоматизация технологических процессов обеспечивает логическую последовательность выполнения операций, диагностику аварийных и предаварийных состояний оборудования, обеспечение критериев оптимальности функционирования.

С точки зрения организации и технической подготовки производства, в качестве факторов, определяющих качество технологических процессов, должны быть рассмотрены задачи минимизации числа переналадок оборудования, расчета потребностей в материальных ресурсах исходя из заданной производственной программы и хода ее выполнения, состояния оборудования, текущей структуры техпроцессов и производства в целом, трудовых нормативов, обеспеченности сырьем, производственных ограничений и т.д.. При этом многими

авторами [1-3] управление производством рассматривается как совокупность трех задач: перспективного (стратегического) планирования, текущего планирования (диспетчеризации технологических процессов) и ситуационного управления, включающего в себя подачу управляющих сигналов на вход локальных САУ (ЛСАУ) и обеспечение работы самих ЛСАУ. Соответственно автоматизированное управление рассматривается как трехуровневый иерархический процесс, высший уровень которого решает в основном задачи планово-экономического характера: взаимодействие с внешней средой и маркетинговые исследования, формирование производственных заданий и их материально-техническое обеспечение (формирование заявок на материалы, оборудование, комплектующие, энергоносители и т.д.), составление долгосрочного перспективного плана производства и его развития. Моделирование и исследование закономерностей функционирования верхнего иерархического уровня управления керамическим производством с точки зрения его планово-экономической специфики проведено в ряде работ [4,5]. Задачи оптимизации технологических процессов и методы их решения рассмотрены в [6,7]. Однако, независимо от способа получения моделей физических процессов и оптимизационных моделей на их основе, эти модели являются лишь приближенными, упрощенными моделями исследуемой производственной системы, так как на практике их приходится строить в условиях неопределенности и неполноты информации. Это обусловлено следующим: присутствием неизвестных разработчику факторов, влияющих на показатели системы; приближенностью аппроксимации влияния известных факторов; грубостью моделей, в том числе вследствие их линеаризации; наличие погрешностей измерений, искажающих результаты наблюдений, и т.д.

**Обоснование выбора вида моделей.** Для описания факторов неопределенности могут быть использованы различные модели [3,8], которые на рисунке 1 классифицированы по степени детерминированности и по свойству вносить дополнительную неопределенность при их применении.

Стохастические модели используются в тех случаях, когда факторам неопределенности  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots)^T$  можно приписать случайный характер с заданной плотностью вероятности  $p(\xi)$ . Так как эта характеристика является исчерпывающей характеристикой случайных величин, такую ситуацию можно рассматривать как детерминированную. Статистические модели тесно связаны со

стохастическими, но отличаются тем, что в условиях ограниченного эксперимента удастся получить и использовать лишь выборочные оценки параметров плотности распределения или ее моментов, например, вектора математического ожидания  $\hat{M}(\xi)$  и ковариационной матрицы  $\hat{D}(\xi)$ , точность которых определяется планом эксперимента, числом опытов, методом оценивания, дисперсией помехи т.д.

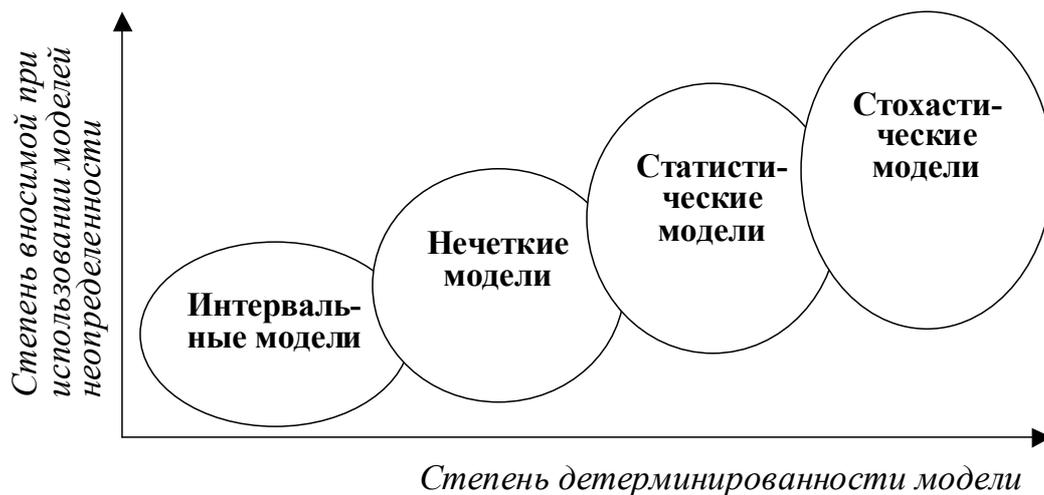


Рисунок 1 — Качественная классификация моделей представления неопределенности в задачах моделирования и оптимизации технологических процессов

Таким образом, использование этих двух типов моделей приводит к ситуации дополнительной статистической неопределенности, в том числе при решении задач оптимизации, так как достоверность и адекватность используемых статистических характеристик зависит от множества слабо учитываемых, зачастую субъективных, факторов.

Нечеткие модели используются в случае, когда информация о параметрах модели и требованиях к ним задаются экспертом на естественном языке. При этом задается множество  $A$  возможных значений параметров  $\xi$ , характеризующихся "степенью уверенности" эксперта. Для описания параметров в такой ситуации используется теория нечетких множеств, основной характеристикой которых является функция принадлежности  $\mu_A(\xi)$  параметра  $\xi$  множеству  $A$ , удовлетворяющая условию:

$$0 \leq \mu_A(\xi) \leq 1. \quad (1)$$

Интервальные модели используются при необходимости учета неопределенности нестатистической (или в общем случае неизвестной) природы, когда относительно факторов неопределенности  $\xi$  ничего не известно, кроме их свойства быть ограниченными. При этом задают только диапазон возможных значений, например, в виде:

$$\xi_j^- \leq \xi_j \leq \xi_j^+. \quad (2)$$

В ходе выбора типа модели для описания неопределенности в рассматриваемых оптимизационных задачах применим следующие соображения: модель не должна требовать проведения большого объема экспериментов, не вносить большую дополнительную неопределенность при своем использовании, и вместе с тем обладать достаточным формализмом и возможностями при вычислениях.

Этим требованиям оптимально, с точки зрения автора, соответствуют нечеткие модели, которые могут быстро и эффективно задействовать знания, уже накопленные экспертами.

**Разработка математических моделей и алгоритма решения.** Оптимизационную задачу в векторной форме можно представить следующим образом:

$$\max(\min) c^T x, \quad Ax \leq b, \quad x \geq 0. \quad (3)$$

С учетом неопределенности задача может быть рассмотрена как условно-экстремальная в виде:

$$\begin{aligned} & \max(\min) L(x, \xi) \quad \text{при условиях:} \\ & v_j^- \leq v_j(x, \xi) \leq v_j^+ \quad (j = 1, \dots, r, \text{ где } r \leq m); \\ & v_j(x, \xi) \leq b_j \quad (j = 1, \dots, q, \text{ где } q \leq m); \\ & v_k(x, \xi) = b_k \quad (k = 1, \dots, l, \text{ где } l \leq m); \\ & x_j^- \leq x_j \leq x_j^+, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $r + q + l = m$ , а критерий  $L(x)$  и ограничения  $v_j$  — известные функции.

Для корректного с математической точки зрения решения данной задачи с учетом неопределенности используют два пути:

1) модель критерия задается не функцией вида  $f(x_1, \dots, x_n)$ , а бинарными отношениями предпочтения ( $\succ$ ) и неразличимости ( $\approx$ ) допустимых решений  $x_j$ ; при этом решение задачи представляется множеством  $X_0$  эквивалентных (неразличимых с точки зрения модели) решений, выбор из которого единственного решения  $x^*$  возлагается на эксперта; эксперт при этом действует с учетом дополнительных требований и условий;

2) строят эквивалентные (в некотором смысле) модель критерия задачи и модель ограничений в виде функций  $f(x_1, \dots, x_n)$  и  $g_i(x_1, \dots, x_n)$ , уже не зависящих от неопределенных факторов. В итоге приходят к детерминированному эквиваленту исходной задачи в условиях неопределенности:

$$\begin{aligned} & \max(\min) f(x) \quad \text{при условиях:} \\ & g_j^- \leq g_j(x) \leq g_j^+ \quad (j = 1, \dots, p, \text{ где } p \leq m); \\ & g_j(x) \leq g_j \quad (j = 1, \dots, q, \text{ где } q \leq m); \\ & g_k(x) = g_k \quad (k = 1, \dots, l, \text{ где } l \leq m); \\ & x_j^- \leq x_j \leq x_j^+, \end{aligned} \tag{5}$$

где  $r + q + l = m$ .

Поскольку для эффективной автоматизации управления участками керамического производства участие операторов или лиц, принимающих решения, должно использоваться в минимальном объеме и в режиме реального времени, был выбран второй путь учета неопределенности. Для его реализации предлагается использовать нечеткое программирование.

Задача достижения нечетко определенной цели на нечетком множестве ограничений в керамическом производстве возникает в связи с тем, что: требуемое количество и качество исходных компонентов керамики зависит от степени проработанности той или иной технологии производства; количество и качество керамических изделий зависит, в общем случае, от прогнозов отдела маркетинга и не имеет директивного характера (возможны отклонения от требуемого количества или качества с той или иной степенью допустимости); время выполнения заказов в общем случае не является жестко заданной величиной, а имеет определенную степень свободы, и т.д. Таким образом, цели нечетко определены. С другой стороны, возможны нарушения ограничений (нару-

шения могут быть «смягчены»), в связи с тем, что: требуемые физико-химические характеристики исходных компонентов и готовых изделий находятся в некотором диапазоне; реальная производительность оборудования зависит от ряда неучтенных факторов; вместимость накопителей и складов задается в определенном диапазоне и т.д.

Вместо минимизации целевой функции ставится задача достижения некоторого заданного ее значения, причем различным отклонениям функции  $f(x)$  от этого значения приписываются различные степени допустимости. Тогда задача (4) формулируется так:

$$f(x) \gtrsim z_0, g(x) \lesssim 0, x \in X, \quad (6)$$

где  $\sim$  в неравенствах свидетельствует о их нечеткости, а  $z_0$  — заданное значение функции цели, достижение которого считается достаточным для выполнения цели.

Пусть определены два пороговых уровня  $a$  и  $b$ , такие, что неравенства  $f(x) < z_0 - a$  и  $g(x) > b$  означают сильное нарушение соответствующих неравенств  $f(x) \leq z_0$  и  $g(x) \leq 0$ .

Функции принадлежности нечетких целей  $G$  и ограничений  $C$  определяются в виде:

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } f(x) \leq z_0 - a, \\ \mu_1(x, a), & \text{если } z - a < f(x) < z_0, \\ 1, & \text{если } f(x) \geq z_0, \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } g(x) \geq b, \\ \mu_2(x, a), & \text{если } 0 < g(x) < b, \\ 1, & \text{если } g(x) \leq 0, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\mu_1, \mu_2 : X \rightarrow [0;1]$  — функции, характеризующие степень выполнения соответствующих неравенств.

К сформулированной задаче применим подход Беллмана-Заде [9], когда задачу линейного программирования (5) можно представить в виде

$$c^T x \gtrsim z_0, Ax \lesssim b, x \geq 0, \quad (9)$$

или в компактной форме —  $\beta x \lesssim d$ , где

$$\beta \equiv \begin{bmatrix} c^T \\ \dots \\ A \end{bmatrix}; \quad d \equiv \begin{bmatrix} z_0 \\ \dots \\ b \end{bmatrix} \quad (10)$$

В результате получена задача нечеткого линейного программирования, когда необходимо определить  $x$ , чтобы выполнялись условия (6) и  $x \geq 0$ . Максимизирующее решение в этом случае определится из выражения:

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \max_{x \geq 0} \min_{j=1}^{m+1} \mu_j(x), \quad (11)$$

где  $\mu_j(x)$  — функция принадлежности  $j$ -го неравенства:

$$(Bx)_j \lesssim d_j \quad (j = 1, \dots, m + 1). \quad (12)$$

При ряде предположений [8,10] максимизирующее решение находим из условия:

$$\max_{x \geq 0} \min_{j=1}^{m+1} (1 - ((Bx)_j - d_j) / p_j). \quad (13)$$

Сформулированная таким образом задача сводится к обычной задаче линейного программирования следующим образом. Пусть  $\lambda(x)$  — минимальное значение  $\mu_j(x)$  на множестве неравенств. Тогда  $\lambda \leq \mu_j \quad (j = 1, \dots, m + 1)$ , а задача определения максимизирующего значения записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} & \max \lambda \quad \text{при условиях:} \\ & \lambda p_j + (Bx)_j \leq d_j + p_j \quad (j = 1, \dots, m + 1), \\ & 0 \leq \lambda \leq 1, \\ & x \geq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Если вектор  $(\lambda^0, x^0)$  — решение этой задачи, то  $x^0$  является максимизирующим решением исходной нечеткой задачи для принятой модели функции принадлежности.

В большинстве случаев, как показывают вычислительные эксперименты с использованием данных технологических регламентов керамических предприятий [11], такой подход позволяет получить более эффективное решение.

**Перспективы решения оптимизационных задач в условиях неопределенности.** Неопределенность не исчерпывается разработанной моделью, так как возникает также задача учета нечеткого описания параметров модели. При этом функции принадлежности параметров рассматриваются как способ приближенного отражения исследователем имеющейся у него качественной информации о характере неопределенности параметров. Использование нечетких переменных обосновано тем, что получение оценок многих параметров моделей технологического оборудования в керамическом производстве слабо поддается автоматизации и зависит от большого числа субъективных или неучитываемых факторов.

Линейное программирование с нечетко описанными параметрами подразумевает введение в модель задачи множеств значений параметров и функций принадлежности этих нечетких множеств. В наиболее упрощенном варианте допустима замена нечетких переменных (вида "приблизительно  $a$ " с центром  $\alpha$  и шириной  $w$ ), с помощью которых указываются параметры модели, их модальными значениями. Действительное число  $\alpha$  называется модальным значением нечеткой переменной  $A$ , если  $\mu_A(\alpha) = 1$ . При переходе к детерминированному эквиваленту нечеткая задача принимает вид

$$\hat{A}x \leq \hat{b}, x \geq 0, \max(\min) \hat{c}^T x, \quad (15)$$

где  $\hat{c}, \hat{A}, \hat{b}$  — модальные значения соответствующих нечетких переменных. Модальные значения зависят от вида функций принадлежности и в общем случае определяются экспертом.

#### **Выводы.**

Для описания факторов неопределенности используются различные модели, которые могут быть классифицированы по степени формализации и степени внесения дополнительной неопределенности. Показана целесообразность применения моделей, основывающихся на методах теории нечетких множеств.

Для корректного с математической точки зрения решения поставленных оптимизационных задач с учетом неопределенности предложено использовать задачу достижения определенной цели на нечетком множестве ограничений (ее симметричный вариант), а также линейное программирование с нечетко описанными параметрами.

Разработанные математические модели и алгоритмы решения оптимизационных задач в технологических процессах входят в общую модель технологического комплекса керамического производства и будут использованы при построении АСУ керамическим производством.

### *Литература*

1. Горбатов В.А., Смирнов М.И., Хлытчиев И.С. Логическое управление распределенными системами. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 288 с.
2. Згуровский М.З., Денисенко В.А. Дискретно-непрерывные системы с управляемой структурой (теория, моделирование, применение). — К.: Наукова думка, 1998. — 350 с.
3. Поспелов Д.А. Ситуационное управление. Теория и практика. — М.: Наука, 1986. — 346 с.
4. Модели и методы оптимизации экономических систем. Сборник научных статей. — Новосибирск: Наука, сибирское отделение, 1987. — 260 с.
5. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. — М.: Наука, 1979. — 304 с.
6. Козин В.З. Экспериментальное моделирование и оптимизация процессов обогащения полезных ископаемых. — М.: Недра, 1984. — 112 с.
7. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы оптимизации. — Мн.: Изд-во БГУ, 1981. — 536 с.
8. Вошинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. — М.: Изд-во МЭИ, 1989. — 224 с.
9. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision making in a fuzzy environment // Management Sci. 1970. Vol. 17, № 1.
10. Zimmerman H.-J. Description and optimization of fuzzy systems // Intern. J. Gen. Systems. 1976. Vol. 2, № 2.
11. Технологический регламент производства плиток керамических глазурованных. — Славянск: Славянский керамический комбинат, 1996. — 118 с.

Сдано в редакцию:

Рекомендовано к печати: д.т.н., проф. Зори А.А.