АВТОМАТИЗАЦИЯ СИНТЕЗА РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА

Рафиков Г.Ш., Чернышев Н.Н.
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра автоматики и телекоммуникаций
E-mail: Kolyachernishov@mail.ru

Abstract
Rafikov G.S., Chernishov N.N. Automation synthesis robust regulator. *In article the algorithm of search of the decision of matrix square-law equations Lure-Riccati is presented. Presented synthesis algorithm H^{∞}-suboptimum regulator on the basis of the received decisions of equations Lure-Riccati for "management" and "supervision". In Matlab program modules are developed for carrying out of the automated synthesis robust regulator.*

Общая постановка проблемы. Реальные системы автоматического управления, в большинстве случаев, функционируют в условиях частичной неопределенности при наличии внешних возмущений, которые влияют на отклонение регулируемых переменных от желаемых или требуемых значений и поэтому разрабатываемый регулятор должен обеспечивать заданные допуски на эти отклонения.

Задача синтеза регулятора и наблюдателя состояния, обеспечивающих заданную точность управления в условиях неопределенностей в математической модели объекта управления и действующих на него внешних возмущений, является одной из центральной в современной теории автоматического управления.

Основная и принципиально новая идея по синтезу робастного управления заключается в том, чтобы единственным регулятором гарантировать устойчивость замкнутой системы не только для номинального (без учета ошибок модели) объекта, но и для случая “возмущенного” объекта (с учетом неопределенностей модели и возмущений, действующих на объект управления) [1].

Цель работы. Автоматизация синтеза субоптимального робастного регулятора на основе подхода H^{∞}–теории управления.

Постановка задачи синтеза робастного регулятора. В настоящей статье предлагается один из подходов для построения робастной (грубой к внешним возмущениям) системы управления. Он основывается на аппарате H^{∞}–теории управления, в которой удается сочетать преимущества как классических методов анализа и синтеза, так и современных методов пространства состояний. H^{∞}–теория управления позволяет синтезировать регулятор, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы для множества объектов, определяемых классами неопределенности [2]. В отечественной литературе наиболее полное изложение эта теория нашла в работе [3].

Использование H^{∞}–теории позволяет синтезировать регулятор, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы как для множества объектов, определяемых классами неопределенности, так и для случая, когда параметры объекта управления и характеристики внешних возмущений известны неточно.

Одной из задач, решаемой данной теорией, является задача минимальной чувствительности, минимизирующая энергию помехи, проходящей на выход системы для наихудшего случая вешнего возмущения. Энергия помехи, проходящей на выход, определяется H^{∞}–нормой матричной передаточной функции замкнутой системы от внешнего входа к контролируемому выходу, который обычно является ошибкой слежения [4].

Реализация автоматизированного синтеза робастного регулятора в настоящей статье осуществлена на основе разработанных программных модулей с использованием пакета прикладных программ (ППП) Matlab. С помощью указанных программных модулей выполняется процедура решения алгебраических уравнений Лурье–Риккати и синтеза робастного регулятора. Следует отметить, что описанный выше способ автоматизации синтеза робастного регулятора решает задачу субоптимального, а не оптимального управления, но получаемое решение асимптотически приближается к оптимальному.

В работах [1,2] синтез робастного регулятора проводится на основе "2-Риккати подхода" с использованием итерационной процедуры решения двух уравнений Лурье–Риккати. Эта утомительная итерационная процедура решения указанных уравнений занимает много времени, поэтому предлагаемый алгоритм синтеза робастного регулятора значительно упрощает процедуру решения этих уравнений.

Синтез H^{∞}–субоптимального регулятора. Для проведения синтеза H^{∞}–субоптимального регулятора необходимо иметь описание объекта управления в пространстве состояния вида (1)

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= A\bar{x} + B_1\bar{w} + B_2\bar{u};\\ \bar{z} &= C_1\bar{x} + D_{11}\bar{w} + D_{12}\bar{u};\\ \bar{y} &= C_2\bar{x} + D_{21}\bar{w} + D_{22}\bar{u},\end{aligned} \tag{1}$$

где $\bar{x} \in R^n$ — вектор состояния объекта;

$\bar{z} \in R^{m1}$ — вектор регулируемых переменных;

$\bar{y} \in R^{m2}$ — вектор измеряемых переменных;

$\bar{u} \in R^m$ — вектор управления;

$\bar{w} \in R^v$ — вектор внешних возмущений.

При этом должны выполняться следующие условия [3]:

1. (A, B_1, C_1) является стабилизируемой и детектируемой;
2. (A, B_2, C_2) является стабилизируемой и детектируемой;
3. $D_{12}^T[C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad 1]$;
4. $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

H^{∞}–норма передаточной функции $H(s)$ определяется следующим образом (для многомерной системы) [5]:

$$\|H\|_{\infty} = \sup_{\omega \in [0,\infty)} \sigma_{\max}\left(H(j\omega)\right), \tag{2}$$

где $\sigma_{\max}(\cdot)$ — максимальное сингулярное значение матрицы.

Для объекта управления (1) в предположении выполнения условий 1–4 синтезируется регулятор, который обеспечивает выполнение условия

$$\|W\|_{\infty} < \gamma, \tag{3}$$

где W — матричная передаточная функция, характеризующая чувствительность управляемых и управляющих переменных замкнутой системы к внешним возмущениям;

γ — уровень нечувствительности (уровень толерантности) к изменениям параметров динамической системы, скалярная величина.

Вычисление матриц обратной связи регулятора и наблюдателя соответственно K и L, а так же вектора $\hat{\bar{w}}$, который может трактоваться как оценка наиболее неблагоприятного воздействия, основаны на решении матричных квадратичных уравнений Лурье–Риккати [6].

Наиболее удобный в вычислительном отношении является алгоритм синтеза субоптимального регулятора, представленный в работе [1]:

1. Задать некоторое значение γ.
2. Найти стабилизирующее решение $P \geq 0$ уравнения управления (Generalized Control Algebraic Equation — GCARE)

$$A^T P + PA - P\left(B_2 B_2^T - \gamma^{-2} B_1 B_1^T\right)P + C_1^T C_1 = 0, \tag{4}$$

если решение не существует, перейти к пункту 7.

3. Найти стабилизирующее решение $\Sigma \geq 0$ уравнения фильтрации (Generalized Filtering Algebraic Equation — GFARE)

$$A\Sigma + \Sigma A^T - \Sigma\left(C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1\right)\Sigma + B_1 B_1^T = 0, \tag{5}$$

если решение не существует, перейти к пункту 7.

4. Вычислить матрицу $T = P\Sigma$ и найти ее максимальное сингулярное число. Если оно больше γ^2, то перейти к пункту 7.
5. Вычислить матрицы

$$K = B_2^T P, \; L = (I - \gamma^{-2} P\Sigma)^{-1} \Sigma C_2^T. \tag{6}$$

6. Определить $\hat{\hat{w}}$ по формуле

$$\hat{\hat{w}} = \gamma^{-2} B_1 B_1^T P \hat{\hat{x}}. \tag{7}$$

7. Зафиксировать, что заданное значение критерия недостижимо, и вернуться к пункту 2, изменив γ на большую величину.

Алгоритм организован по схеме последовательного поиска все более малого значения критерия и стабилизирующей обратной связи, обеспечивающей его достижение.

В ППП Matlab существует группа функций *care*, предназначенная для нахождения решения непрерывных алгебраических уравнений Риккати. В связи с тем, что в алгоритме поиска субоптимального регулятора используются специальные уравнения Лурье–Риккати необходимо представить (4) и (5) в формате функции *care*, а именно:

$$A^T P + PA - P\begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\gamma^{-2} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_1^T \\ B_2^T \end{bmatrix} P + C_1^T C_1 = 0, \tag{8}$$

$$\left(A^T\right)^T \Sigma + \Sigma\left(A^T\right) - \Sigma\begin{bmatrix} C_1^T & C_2^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\gamma^{-2} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}\Sigma + B_1 B_1^T = 0, \tag{9}$$

В качестве примера программного модуля, приведен листинг программы отыскания устойчивого решения GCARE и GFARE:

```
% Решение обобщенного алгебраического уравнения Риккати управления
B=[B1 B2];
m1=size(B1,2);
m2=size(B2,2);
R1=[–g^(–2)*eye(m1) zeros(m1,m2);zeros(m2,m1) eye(m2)];
[x]=care(A,B1,C1'*C1,R1)
% Решение обобщенного алгебраического уравнения Риккати фильтрации
B=[C1’ C2’];
m3=size(C1,1);
m4=size(C2,1);
```

*R2=[–g^(–2)*eye(m3) zeros(m3,m4);zeros(m4,m3) eye(m4)]*
*[y]=care(A',B,B1*B1',R2)*

Максимальное сингулярное число произведения решений матричных квадратичных уравнений Лурье–Риккати можно найти при помощи функции *norm(T,2)*, которая возвращает вторую норму, т.е. самое большое сингулярное число матрицы T или, используя функцию *svd(T)* — возвращает вектор сингулярных чисел матрицы T [5,6].

Результаты. Проиллюстрируем результаты работы. Рассмотрим движение самолета ТУ-154 по конкретной траектории глиссады. Цель построения системы управления — минимизация влияния внешнего ветрового возмущения на отклонение воздушной скорости и высоты центра масс самолета от заданных значений. По описанному выше алгоритму в соответствии с формулами (5)–(8) проведен синтез робастной системы управления. В результате выполнения алгоритма синтеза субоптимального регулятора, величина γ была принята 9,87, а матрицы регулятора и наблюдателя имеют размерности $K_{(2\times 6)}$ и $L_{(6\times 2)}$.

В качестве возмущения выбрано внешнее ветровое возмущение (микропорыв ветра) в форме вихревого кольца.

Для проведения оценки качества разработанного регулятора, сравним качество переходных процессов в замкнутой системе по отклонению воздушной скорости V и высоты H с теми же контролируемыми переменными замкнутой системы, в которой используется ЛКГ–регулятор. В результате проведенного моделирования получены следующие переходные процессы (см. рис.1 и 2).

В результате анализа полученных переходных процессов можно сделать вывод, что робастный регулятор значительно улучшает амплитуды переходных процессов контролируемых координат при воздействии ветрового возмущения по сравнению с ЛКГ–регулятором.

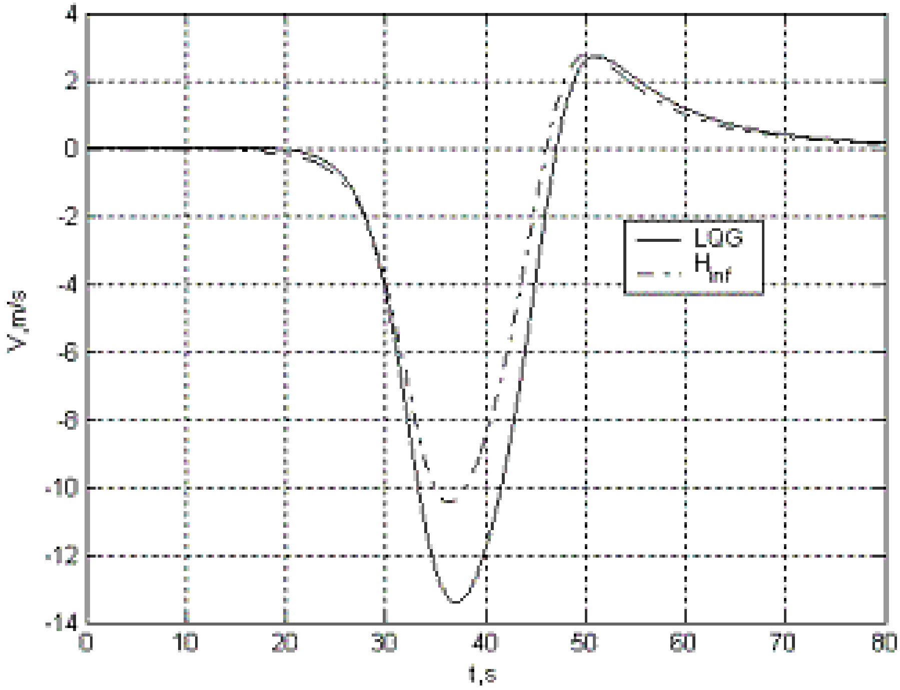

Рисунок 1 — График отклонения воздушной скорости V при использовании ЛКГ и H^{∞}–субоптимального регулятора

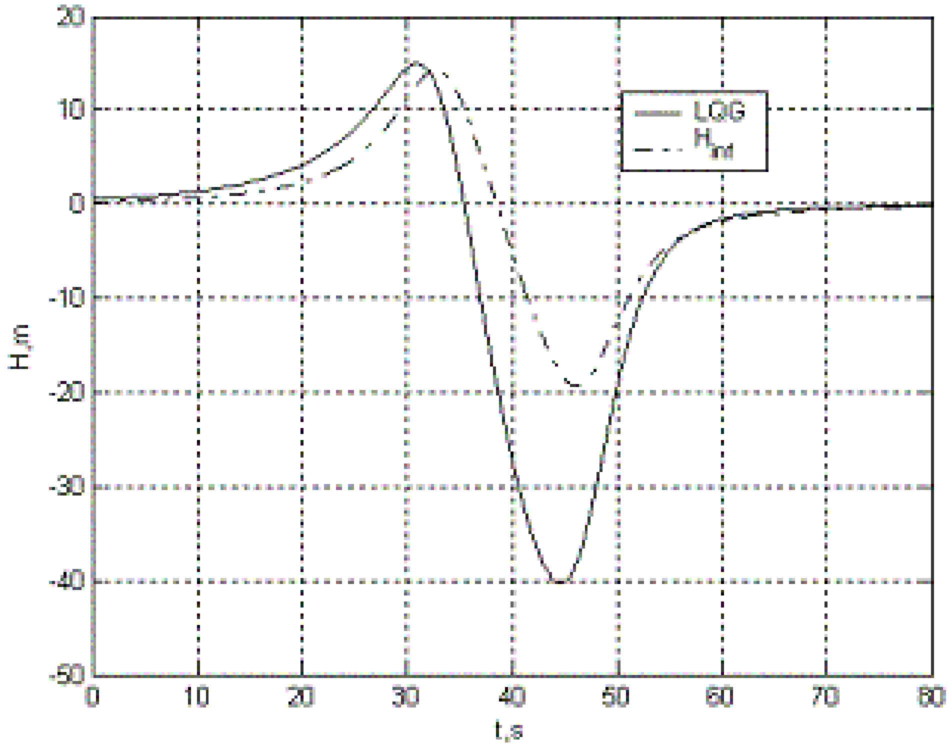

Рисунок 2 — График отклонения высоты H при использовании ЛКГ и H^{∞}–субоптимального регулятора

Выводы.

1. Получен алгоритм поиска решения матричных квадратичных уравнений Лурье–Риккати.
2. Представлен алгоритм синтеза H^{∞}–субоптимального регулятора на основе полученных решений уравнений Лурье–Риккати для “управления” и “наблюдения”.
3. Разработаны программные модули в ППП Matlab для проведения автоматизированного синтеза робастного регулятора.

Литература

1. Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P. et al. State space solution to standard H_2 and H_∞ control problems// IEEE Transactions on Automatic Control. — 1989. — Vol. AC–34. — №.8. — P. 831–847.
2. Ricardo Sanchez-Pena, Mario Sznaier Robust systems theory and applications, Wiley-Interseicne Publication (John Wiley & Sons, INC), 1998.
3. Позняк А.С., Семенов А.В., Себряков Г.Г., Федосов Е.А. Новые результаты в H^{∞}–теории управления // Техническая кибернетика. — 1991. — №6. — С. 10–39.
4. Себряков Г.Г., Семенов А.В. Проектирование линейных стационарных многомерных систем на основе вход–выходных отображений. Методы H^{∞}–теории управления. (Обзор) // Техническая кибернетика. — 1989. — №2. — С. 3–16.
5. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Control System Toolbox. MATLAB 5 для студентов/ Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина. — М.: ДИАЛОГ–МИФИ, 1999 — 278 с. (Пакеты прикладных программ).
6. Robust Control Toolbox User’s Guide, The WathWorks, Inc., 2001.