

УДК 622. 232. 522. 24

**Н. Г. Бойко**, докт. техн. наук, проф.,  
**О. А. Геммерлинг**, канд. техн. наук, доц.  
Донецкий национальный технический университет

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ УГОЛЬНОГО МАССИВА ГИДРОИМПУЛЬСНОЙ УСТАНОВКОЙ**

*В работе разработана математическая модель процесса взаимодействия гидроимпульсной струи установки с угольным массивом. Определено необходимое давление на выходе генератора импульсной струи, как сумма двух составляющих: максимального давления, необходимого для разрушения угольного массива, и потерь давления*

**математическая модель, разрушение, уголь, гидроимпульсная струя, давление, генератор, потери энергии, изменение силы, нелинейный закон**

***Проблема и ее связь с научными или практическими задачами.*** Для создания и обеспечения высокопроизводительной работы гидроимпульсных установок необходимо обосновать ряд параметров: давление, частоту, шаг разрушения и установить характер взаимодействия импульсной струи с разрушаемым угольным пластом при проведении добычных работ.

Актуальность работы обусловлена составлением математической модели процесса взаимодействия гидроимпульсной установки с угольным массивом с целью обоснования параметров гидроимпульсной установки (ГИУ) для проведения добычных работ на пластах крутого падения. Данные параметры позволят повысить производительность ГИУ и уменьшить удельные затраты энергии при добыче угля.

***Анализ исследований и публикаций.*** В работе [1] описан стенд для проведения исследований изменения силы удара импульсной струи о преграду при прохождении ее по воздушной среде и через слой разрушенного угля. В работе [2] приведены закономерности взаимодействия гидроимпульсной струи с угольным массивом. В работе [3] описан механизм взаимодействия импульсной струи жидкости с разрушаемым массивом угля и приведены полученные результаты. В работе [4] определена сила удара гидроимпульсной струи при прохождении ее через слой разрушенного угля и по воздушной среде для гидроимпульсных установок, предназначенных для проведения

нарезных работ. Работа [5] посвящена определению параметров гидроимпульсных установок для проведения нарезных работ на пластах крутого падения.

**Постановка задачи.** Настоящая статья является продолжением указанных работ. Целью данного исследования является изучение процесса взаимодействия гидроимпульсной установки с разрушаемым угольным пластом при проведении добычных работ и составление математической модели процесса взаимодействия гидроимпульсной установки с угольным массивом для установления рационального значения необходимого давления на выходе гидроимпульсной установки.

### **Изложение материала и результаты.**

При разработке математической модели взаимодействия ГИУ с массивом угля примем следующие допущения:

1. Прочностные свойства разрушаемого угля – сопротивляемость угля резанию – является случайной величиной с распределением вероятности, не противоречащим закону Гаусса [2, 4].

2. Разрушение угля происходит сколами с распределением вероятности их длины, не противоречащим закону Вейбулла [2, 4].

3. Усилие, необходимое для разрушения угля, является линейной функцией сопротивляемости угля резанию и длины скола [2, 4].

4. Сопротивляемость угля резанию и длина скола угля являются независимыми случайными величинами [2, 4].

Усилие, необходимое для разрушения массива угля импульсной струей, с учетом принятых допущений, (рис. 1) запишем в виде

$$F = \begin{cases} k_{oc} k_{ct} A_{pu} l_{ck}; & 0 \leq l_{ck} < l_{ck1}; \\ k_{oc} k_{ct} A_{pu} l_{ck1} \frac{l_{ck2} - l_{ck}}{l_{ck2} - l_{ck1}}; & l_{ck1} \leq l_{ck} < l_{ck2}; \\ 0; & l_{ck2} \leq l_{ck} \leq l_{ck3}; \end{cases} \quad (1)$$

где  $k_{oc}$  – коэффициент, учитывающий ослабление угольного пласта трещинами. Для пластов крутого падения Центрального района Донбасса принимаем коэффициент равный 0,75-0,85 [4];

$k_{ct}$  – коэффициент, учитывающий условия разрушения угля импульсной струей (уменьшение передачи энергии струей при увеличении угла расхождения струи: для угла расхождения струи  $0^{\circ}30' - 0^{\circ}45'$ , согласно [5], коэффициент изменяется от 1,04 до 1,29; изменение поперечного сечения струи из-за нелинейной скорости и аэрацию струи, составляющую 2-3% для расстояния до 1 м),  $k_{ct} = 1,10-1,30$ .

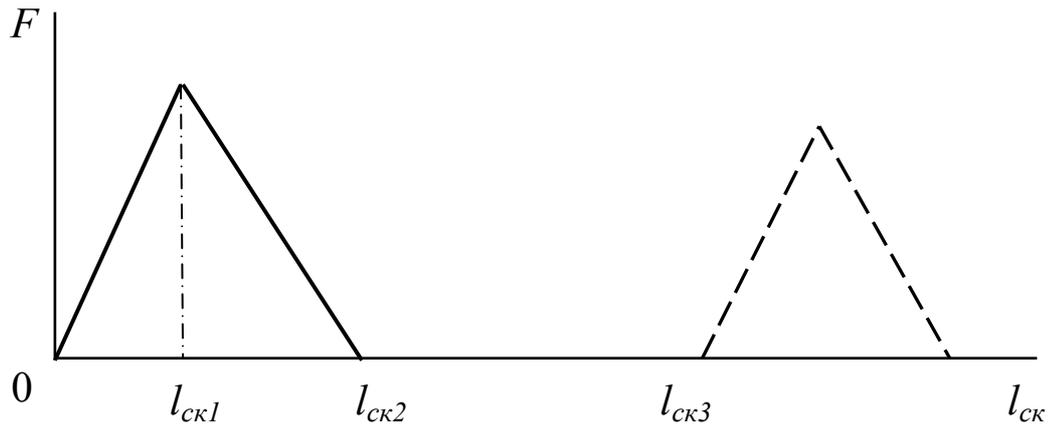


Рисунок 1 – Изменение усилия при разрушении массива угля импульсной струей

Тогда приняв, что  $Z = A_{pu} l_{ck}$  получим выражение закона распределения усилия, необходимого для разрушения массива угля импульсной струей

$$\begin{aligned}
 F(A_{pu}, l_{ck}) &= k_{oc} k_{cm} \times \\
 &\times \left[ \int_{-\infty}^{\frac{Z}{A_{pu}}} \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} f(A_{pu}, l_{ck}) dA_{pu} dl_{ck} + \int_0^{\frac{Z}{A_{pu}}} \int_{-\infty}^{\frac{Z}{A_{pu}}} f(A_{pu}, l_{ck}) dA_{pu} dl_{ck} \right] = \\
 &= \frac{k_{oc} k_{cm} b}{a \sigma_{A_{pu}} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{Z}{A_{pu}}} \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} + \quad (2) \\
 &+ \frac{k_{oc} k_{cm} b}{a \sigma_{A_{pu}} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{Z}{A_{pu}}} \int_{-\infty}^{\frac{Z}{A_{pu}}} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck}.
 \end{aligned}$$

Дифференцируя выражение (2) по  $Z$  получим плотность распределения усилия, необходимого для разрушения массива угля импульсной струей

$$\begin{aligned}
f_1(Z) = & -k_{oc} k_{cm} \int_{-\infty}^0 \frac{1}{A_{pu}} f\left(A_{pu}, \frac{Z}{A_{pu}}\right) dA_{pu} + \\
& + k_{oc} k_{cm} \int_0^{\infty} \frac{1}{A_{pu}} f\left(A_{pu}, \frac{Z}{A_{pu}}\right) dA_{pu} = -k_{oc} k_{cm} \int_{-\infty}^0 \frac{1}{A_{pu}} \frac{1}{\sigma A_{pu} \sqrt{2\pi}} \times \\
& \times e^{-\frac{(A_{pu} - \overline{A_{pu}})^2}{2\sigma^2 A_{pu}}} \frac{b}{a} \left(\frac{Z/A_{pu} - c}{a}\right)^{b-1} e^{-\frac{(Z/A_{pu} - c)^b}{a}} dA_{pu} + \\
& + k_{oc} k_{cm} \int_0^{\infty} \frac{1}{A_{pu}} \frac{1}{\sigma A_{pu} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(A_{pu} - \overline{A_{pu}})^2}{2\sigma^2 A_{pu}}} \frac{b}{a} \left(\frac{Z/A_{pu} - c}{a}\right)^{b-1} \times \\
& \times e^{-\frac{(Z/A_{pu} - c)^b}{a}} dA_{pu}; \quad 0 \leq l_{ck} < l_{ck1};
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
f_2(Z) = & k_{oc} k_{cm} \frac{l_{ck1} l_{ck2}}{l_{ck2} - l_{ck1}} A_{pu} - k_{oc} k_{cm} \frac{l_{ck1}}{l_{ck2} - l_{ck1}} \times \\
& \times \int_{-\infty}^0 \frac{1}{A_{pu}} f\left(A_{pu}, \frac{Z}{A_{pu}}\right) dA_{pu} + k_{oc} k_{cm} \int_0^{\infty} \frac{1}{A_{pu}} f\left(A_{pu}, \frac{Z}{A_{pu}}\right) dA_{pu} = \\
& = k_{oc} k_{cm} \frac{l_{ck1} l_{ck2}}{l_{ck2} - l_{ck1}} A_{pu} - k_{oc} k_{cm} \frac{l_{ck1}}{l_{ck2} - l_{ck1}} \times \\
& \times \int_{-\infty}^0 \frac{1}{A_{pu}} \frac{1}{\sigma A_{pu} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(A_{pu} - \overline{A_{pu}})^2}{2\sigma^2 A_{pu}}} \frac{b}{a} \left(\frac{Z/A_{pu} - c}{a}\right)^{b-1} \times \\
& \times e^{-\frac{(Z/A_{pu} - c)^b}{a}} dA_{pu} + k_{oc} k_{cm} \int_0^{\infty} \frac{1}{A_{pu}} \frac{1}{\sigma A_{pu} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(A_{pu} - \overline{A_{pu}})^2}{2\sigma^2 A_{pu}}} \times \\
& \times \frac{b}{a} \left(\frac{Z/A_{pu} - c}{a}\right)^{b-1} e^{-\frac{(Z/A_{pu} - c)^b}{a}} dA_{pu}; \quad l_{ck1} \leq l_{ck} < l_{ck2};
\end{aligned} \tag{4}$$

$$f_3(Z) = 0; \quad l_{ck2} \leq l_{ck} \leq l_{ck3}; \tag{5}$$

где  $Z = A_{pu} l_{ck}$ .

Тогда математическое ожидание силы, необходимой для разрушения массива угля импульсной струей, будет следующим для длины скола:

1.  $0 \leq l_{ck} < l_{ck1}$ :

$$M_{F_1} = k_{oc} k_{cm} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(Z_1) \left[ \frac{b}{a \sigma_{A_{pu}} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} + \frac{b}{a \sigma_{A_{pu}} \sqrt{2\pi}} + \right. \\ \left. + \int_0^{\frac{Z}{A_{pu}}} \int_{-\infty}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} \right] dA_{pu} dl_{ck}.$$

2.  $l_{ck1} \leq l_{ck} < l_{ck2}$ :

$$M_{F_2} = k_{oc} k_{cm} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(Z_2) \left[ \frac{b}{a \sigma_{A_{pu}} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} + \frac{b}{a \sigma_{A_{pu}} \sqrt{2\pi}} + \right. \\ \left. + \int_0^{\frac{Z}{A_{pu}}} \int_{-\infty}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} \right] dA_{pu} dl_{ck}.$$

3.  $l_{ck2} \leq l_{ck} \leq l_{ck3}$ :  $M_{F_3} = 0$ .

Давление струи ГИУ, необходимое для разрушения угольного пласта, представим в виде

$$P_H = \frac{F}{S_K};$$

где  $S_K$  – площадь контакта импульсной струи с разрушаемым массивом угля. В первом приближении будем считать, что этой площадью является окружность.

$$S_K = \frac{k_{\varepsilon 1} \pi d_H^2}{4};$$

где  $k_{\varepsilon 1}$  – коэффициент, учитывающий изменение площади контакта струи с угольным массивом при прохождении струей определенного расстояния  $l$  [5]. Численное значение данного коэффициента получено экспериментальным путем, см. таблицу 1;

$d_H$  – диаметр насадки установки.

Из выражений (1-5) следует, что давление, необходимое для разрушения пласта, является случайной двухпараметрической величиной, обусловленной сопротивляемостью угля разрушению с распределением вероятности по закону Гаусса и длиной скола с распределением вероятности по закону Вейбулла. Для характеристики давления, необходимого для разрушения пласта, достаточно использовать в зависимости (1) только первое выражение, которое определяет усилие, необходимое для разрушения пласта. На основании этого можем записать

$$P_H = \frac{4 k_{oc} k_{cm} A_{pu} l_{ck}}{k_{\varepsilon 1} \pi d_H^2}. \quad (6)$$

Таблица 1. – Численные значения коэффициента  $k_{\varepsilon 1}$  в зависимости от расстояния  $l$

Расстояние $l$ , м	Значения коэффициента $k_{\varepsilon 1}$
0	1,000
0,1	1,012
0,2	1,024
0,4	1,048
0,6	1,072
0,8	1,096
1,0	1,120

Обозначим постоянные величины в выражении (6) через

$$\Omega = \frac{4 k_{oc} k_{cm}}{k_{\partial 1} \pi}. \quad (7)$$

Тогда выражение (6) с учетом (7) примет вид

$$P_n = \frac{\Omega}{d_n^2} A_{pu} l_{ck}. \quad (8)$$

Приняв, что  $Z = A_{pu} l_{ck}$  получим выражение закона распределения давления, необходимого для разрушения массива угля импульсной струей

$$P_n(A_{pu}, l_{ck}) = \frac{\Omega b}{a \sigma_{A_{pu}} d_n^2 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \times$$

$$\times \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} + \frac{\Omega b}{a \sigma_{A_{pu}} d_n^2 \sqrt{2\pi}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\frac{Z}{A_{pu}}} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck}.$$

Тогда математическое ожидание давления, необходимого для разрушения массива угля импульсной струей, будет иметь следующий вид для длины скола:

$$1. 0 \leq l_{ck} < l_{ck1}:$$

$$M_{P_{n1}} = \Omega \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(Z_1) \left[ \frac{b}{a \sigma_{A_{pu}} d_n^2 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \times \right.$$

$$\times \left. \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} + \frac{\Omega b}{a \sigma_{A_{pu}} d_n^2 \sqrt{2\pi}} + \right.$$

$$+ \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{A_{pu}} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} \left. dA_{pu} dl_{ck} \right]$$

2.  $l_{ck1} \leq l_{ck} < l_{ck2}$ :

$$M_{P_{n2}} = \Omega \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(Z_2) \left[ \frac{b}{a \sigma_{A_{pu}} d_n^2 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \int_{\frac{Z}{A_{pu}}}^{\infty} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} + \frac{\Omega b}{a \sigma_{A_{pu}} d_n^2 \sqrt{2\pi}} + \right. \\ \left. + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{A_{pu}} A_{pu} l_{ck} e^{-\left[ \frac{(A_{pu} - \bar{A}_{pu})^2}{2\sigma_{A_{pu}}^2} + \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^b \right]} \left( \frac{l_{ck} - c}{a} \right)^{b-1} dA_{pu} dl_{ck} \right] dA_{pu} dl_{ck}.$$

3.  $l_{ck2} \leq l_{ck} \leq l_{ck3}$ :  $M_{P_{n3}} = 0$ .

Максимальное давление, необходимое для разрушения массива угля, с вероятностью 0,96 составляет

$$P_{n \max} = \bar{P}_n + 2\sigma(A_{pu}, l_{ck}).$$

Необходимая величина давления на выходе генератора импульсной струи представляет собой сумму давления, необходимого для разрушения пласта,  $P_{n \max}$  и изменений динамического давления  $\Delta P_g$ , обусловленных прохождением струей определенного расстояния  $l$

$$P_{n \text{ ген}} = P_{n \max} + \Delta P_g.$$

### **Выводы и направления дальнейших исследований.**

Полученная математическая модель процесса взаимодействия гидроимпульсной установки с угольным массивом и зависимость для определения давления на выходе гидроимпульсной установки будут использоваться при усовершенствовании существующих и при про-

ектировании новых гидроимпульсных установок для проведения добычных работ на пластах крутого падения.

В дальнейшем, с целью уточнения полученных зависимостей, планируется провести экспериментальные исследования в шахтных условиях на реальном пласте угля.

Список источников:

- 1 Бойко Н. Г., Геммерлинг О. А. Потери энергии гидроимпульсной струи и ее КПД. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Випуск 51. Серія: гірничо-електромеханічна. – Донецьк: ДонНТУ. - 2002. - С. 37-41.
- 2 Бойко Н.Г., Геммерлинг О.А. Математическая модель процесса взаимодействия гидроимпульсной струи с разрушаемым массивом угля при проведении скважин. // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії № 1 - 2005. Збірник наукових праць. - Краматорськ: ДДМА. - 2005. - С. 143-148.
- 3 Геммерлинг О. А. Установление закономерностей разрушения угольного массива импульсной струей жидкости. // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Випуск 83. Серія: гірничо-електромеханічна. - Донецьк: ДонНТУ. - 2004. - С. 64-70.
- 4 Бойко Н.Г., Геммерлинг О.А. Определение силы удара гидроимпульсной струи при прохождении ее через слой разрушенного угля и по воздушной среде // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Випуск 16 (142). Серія: гірничо-електромеханічна. - Донецьк: ДонНТУ, 2008. - С. 10-15.
- 5 Геммерлінг О.А. Обґрунтування параметрів гідроімпульсної установки для проведення нарізних робіт на пластах крутого падіння: автореф. дис ... канд. техн. наук.: 05.05.06 / Геммерлінг Олег Альбертович; Нац. гірн. ун-т. – Захист 19.12.07. – Дніпропетровськ, 2007. - 19 с.

Стаття надійшла до редколегії 21.09.2009

Рецензент: докт. техн. наук, проф. А. К. Семенченко

**М.Г.Бойко, О.А.Геммерлінг. Математична модель процесу руйнування вугільного масиву гідроімпульсною установкою. Розроблена математична модель процесу взаємодії гідроімпульсного струменя установки з вугільним масивом. Визначено необхідний тиск на виході генератора імпульсного струменя, що дорівнює сумі двох складових: максимального тиску, необхідного для руйнування вугільного масиву, і втрат тиску.**

**математична модель, руйнування, вугілля, гідроімпульсний струмінь, тиск, генератор, втрати енергії, зміна сили, нелінійний закон**

**N.Boyko, O.Gemmerling. A Mathematical Model of Coal Massif Destruction by Hydroimpulse Facilities. This paper provides a mathematical model of the process of hydroimpulse jet - coal massif interaction. The required pressure at the impulse jet generator outlet has been defined as the sum of two constituents: maximum pressure necessary for coal mass failure and the loss of pressure.**

**mathematical model, destruction, coal, hydroimpulse jet, pressure, generator, losses of energy, change of force, nonlinear law**

© Н. Г. Бойко, О. А. Геммерлинг, 2009