

## ТРАНСПОРТ

---



---

УДК 629.113

Вербицкий В.Г., д.ф.-м.н.<sup>1</sup>, Макаров В.А., к.т.н.<sup>1</sup>, Дугельный В.Н., к.т.н.<sup>2</sup>

1 — ДИАТ, г. Донецк, 2 — АДИ ДонНТУ, г. Горловка

### АНАЛИЗ КУРСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ МОДЕЛИ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ С УПРАВЛЯЕМЫМ КОЛЕСНЫМ МОДУЛЕМ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛОВОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ШИН

*Показано влияние на курсовую устойчивость движения легкового автомобиля силовой неоднородности шин. Представлена математическая модель легкового автомобиля, учитывающая собственные колебания управляемых колес. Рассмотрено и проанализировано влияние ряда возмущающих факторов на характер изменения курсовой устойчивости легкового автомобиля.*

#### **Постановка проблемы**

Одним из основных факторов предупреждения ДТП является обеспечение курсовой устойчивости автомобиля. Поскольку показатели курсовой устойчивости автомобиля тесно связаны с упругодеформируемыми свойствами пневматических шин, вопрос «чувствительности» (курсовая устойчивость и колебания типа шимми) модели колесного экипажа по отношению к различным факторам силовой неоднородности шин является очень актуальным. Так, ранее в работах [1, 2] был проведен анализ влияния асимметрии силовых характеристик шин на модель автомобиля с жестко закрепленным рулевым управлением, вопрос же о флаттерной потере устойчивости (колебания типа шимми) в этом случае оставался открытым.

#### **Цель работы**

Целью работы является выполнение анализа курсовой устойчивости модели легкового автомобиля с управляемым колесным модулем при наличии силовой неоднородности шин.

#### **Изложение основного материала исследования**

В данной работе был восполнен пробел работ [1, 2] — анализ чувствительности проводился для математической модели экипажа с учетом упругой податливости системы управления колесами переднего ряда. Вывод дифференциальных уравнений движения этой модели детально освещен в работе [3], уравнения движения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & (m + m_1)\dot{u} + m_1\dot{\omega}(a - \lambda \cos \theta) - m_1\lambda\dot{\Theta} \cos \theta + (m + m_1)\omega v + \\
 & + m_1\lambda(\omega + \dot{\theta})^2 \sin \theta - Y_1 \cos \theta - Y_2 = 0; \\
 & (J + m_1a\dot{\omega}(a - \lambda \cos \theta)) + m_1a\dot{u} - m_1a\lambda\dot{\Theta} \cos \theta + m_1av\omega + \\
 & + m_1a\lambda(\omega + \dot{\theta})^2 \sin \theta - h\dot{\theta} - k_k(\theta - \theta_0) - Y_1a \cos \theta + bY_2 = 0; \\
 & (J_1 + m_1\lambda^2)\dot{\Theta} + (J_1 + m_1\lambda(\lambda - a \cos \theta))\dot{\omega} - m_1\lambda\dot{u} \cos \theta + m_1\lambda v\omega \cos \theta - \\
 & - m_1\lambda\omega u \sin \theta - m_1a\lambda\omega^2 \sin \theta + h\dot{\theta} + k_k(\theta - \theta_0) + \lambda Y_1 = 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $m$  — масса автомобиля, кг;

$m_1$  — масса управляющего колесного модуля, кг;

$a, b$  — расстояния от центра масс до передней и задней осей соответственно,  $m$ ;

$\lambda$  — вынос управляемого колеса,  $m$ ;

$\theta$  — устанавливаемый угол поворота колес управляемого модуля,  $rad$ ;

$v, u$  — продольная и поперечная проекции вектора скорости центра масс автомобиля,  $m/c$ ;

$\omega$  — угловая скорость автомобиля, относительно вертикальной оси,  $rad/c$ ;

$J$  — момент инерции относительно вертикальной оси, проходящей центр инерции,  $кг \cdot м^2$ ;

$J_1$  — момент инерции управляемого колесного модуля относительно центральной вертикальной оси,  $кг \cdot м^2$ ;

$Y_1, Y_2$  — боковые реакции передней и задней оси соответственно,  $H$ ;

$h$  — коэффициент демпфирования по углу поворота управляемого колесного модуля,  $H \cdot м/c$ ;

$k_k$  — приведенный коэффициент жесткости управляемого модуля,  $H \cdot м$ ;

$\Theta$  — угловая скорость управляемого колесного модуля,  $rad/c$ .

Первое уравнение представляет собой уравнение поперечного (бокового) движения автомобиля в подвижной системе координат, второе — уравнение вращательного движения автомобиля относительно вертикальной центральной оси инерции, а третье — уравнение вращательного движения колесного модуля.

Постбифуркационный анализ модели автомобиля с управляемым колесным модулем остается достаточно сложной задачей не только при попытке аналитического рассмотрения, но и при ее численном анализе. Так, в системе могут реализовываться каскады удвоения периода периодических решений (каскады Фейгенбаума), и поведение системы становится практически непредсказуемым. Для численного решения системы (1) преобразуем ее к виду Коши (разрешим относительно старших производных, предполагая, что  $v = const$ ):

$$\begin{cases} \dot{u} = f_u(v, u, \omega, \theta, const); \\ \dot{\omega} = f_\omega(v, u, \omega, \theta, const); \\ \ddot{\theta} = f_\theta(v, u, \omega, \theta, const). \end{cases} \quad (2)$$

Результатом численного интегрирования данной системы являются функциональные зависимости  $u = f_1(t)$ ,  $\omega = f_2(t)$  и  $\theta = f_3(t)$ , которые характеризуют динамику движения одностороннего автомобиля. Одним из возможных численных методов интегрирования может быть метод Рунге – Кутты, с применением формул Дормана и Принса [4] (является наилучшим методом, если допустимая точность составляет от  $10^{-4}$  до  $10^{-7}$ ). В данной работе программа численного интегрирования системы (2) была реализована в среде MAPLE (система аналитических вычислений).

Для получения наиболее полного и наглядного представления о динамическом поведении системы, находящейся под воздействием возмущающих факторов, необходимо выполнить построение картины фазовых траекторий [1]. Так, условия устойчивости стационарного режима по А.М. Ляпунову гарантируют устойчивость в достаточно малой  $\delta$ -окрестности, а для определения устойчивости в «большом» необходима оценка области притяжения «D». Построение же, фазового портрета позволяет иллюстрировать решение этой задачи, то есть найти границы области притяжения «D», исследуемых стационарных режимов движения автомобиля. Начальные возмущения, принадлежащие этой области, с течением времени затухают, и в системе реализуется невозмущенный стационарный режим ( $u^* = const$  и  $\omega^* = const$ ). При этом  $u^* = 0$   $\omega^* = 0$  соответствуют прямолинейному, а  $u^* \neq 0$   $\omega^* \neq 0$  — круговым режимам движения. Сами параметры стационарных состояний зависят от управляющих параметров  $v$  и  $\theta$ , то есть  $u^* = f_1(\theta_0, v)$ ,  $\omega^* = f_2(\theta_0, v)$  и  $\theta^* = f_3(\theta_0, v)$ .

Для примера выполним анализ фазового портрета при различных значениях начальных возмущений  $(u_0; \omega_0)$  в окрестностях стационарных режимов  $(u^*; \omega^*)$ , (рис. 1).

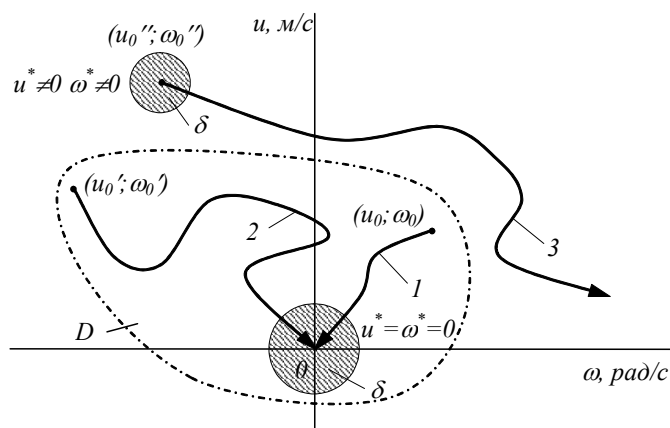


Рис. 1. Фазовый портрет динамической системы

Характер фазовых траекторий 1 и 2 свидетельствует о том, что при начальных возмущающих воздействиях системы  $(u_0; \omega_0)$  и  $(u_0'; \omega_0')$  в ней реализуется устойчивый стационарный прямолинейный режим  $u^* = \omega^* = 0$ . Фазовые траектории не покидают область притяжения «D» и с течением времени стремятся к нулю. Фазовая траектория 3, для режима движения с начальными возмущениями  $(u_0''; \omega_0'')$ , характеризует неустойчивый стационарный круговой режим  $(u^* \neq \omega^* \neq 0)$ . Начальные возмущения, принадлежащие  $\delta$ -окрестности, покидают ее с течением времени.

При анализе реальных возмущающих воздействий фазовый портрет позволяет определить область допустимых возмущений, а по характеру фазовой кривой (ее кривизне, длине) можно судить о скорости затухания возмущений. Так, большие отклонения фазовых переменных от некоторого устойчивого стационарного состояния могут привести к возникновению аварийных ситуаций (например, нарушение коридора движения) с последующими ДТП. То есть, чем короче фазовая кривая, тем выше запас устойчивости автомобиля, что видно из рис. 1, где кривая 1 характеризует более безопасный режим движения автомобиля, чем кривая 2.

В данной работе на примере частного набора параметров автомобиля предпринята попытка проследить характерные этапы развития нежелательного поведения системы при превышении продольной скорости движения критического значения. Выбор набора параметров диктовался требованием существования критической скорости прямолинейного движения (дивергентная или флатерная потеря устойчивости) и дополнительно условием безопасной потери устойчивости прямолинейного движения. Однако, как следует из результатов численно-аналитического анализа, выбор «подходящих» параметров не всегда гарантирует безопасное поведение системы при закритической скорости движения. Так как, фазовая траектория проходит в окрестности нескольких стационарных состояний при фиксированных значениях управляемых параметров, систему необходимо считать существенно нелинейной. В этом случае исследуемая система становится чрезмерно «чувствительной» к параметрам системы и возмущениям обобщенных координат системы  $(u, \omega, \theta, \dot{\theta})$ , превышающим некоторый порог. Для определения такой «чувствительности», необходимо оценить численную величину порога для перечисленного набора факторов (например, величину допустимых силовых неоднородностей и возмущений фазовых переменных).

При анализе динамики движения автомобиля, в работе были приняты следующие предпосылки и допущения:

- в качестве опорной поверхности рассматривается, сухая плоская асфальтобетонная

дорога, обеспечивающая отсутствие скольжения в площади контакта;

– рассматривается влияние лишь отдельных возмущений системы: силовая неоднородность пневматических шин и место их установки на автомобиле;

– основными управляющими параметрами системы приняты:  $\theta$  - угол поворота передних управляемых колес,  $v$  - продольная составляющая скорости центра масс автомобиля;

– перераспределение нормальных реакций между левым и правым бортами не учитывается (колеса каждой оси заменены одним приведенным колесом в середине оси);

– силы увода  $Y_i = Y_i(\delta_i)$  представляют собой суммарную боковую реакцию каждой оси;

– прямолинейное движение автомобиля рассматривается как частный случай кругового движения с бесконечно большим радиусом;

– продольные силы (сила тяги и силы сопротивления качению) обеспечивают постоянство продольной составляющей скорости центра масс автомобиля ( $m(\dot{v} - \omega u) = \sum X_i, \dot{v} = 0$ ).

Выполним постбифуркационный анализ для модели легкового автомобиля с параметрами:

$a = 1,3206 \text{ м}; b = 1,1034 \text{ м}; h = 30 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад}; k_k = 140,28 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}; \lambda = 0,01849 \text{ м}; m_1 = 40 \text{ кг}; J_1 = 1,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; m = 1355 \text{ кг}; J = 1974 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; k_1 = 50000 \text{ Н}/\text{рад}; k_2 = 55000 \text{ Н}/\text{рад}; \varphi_1 = 0,75; \varphi_2 = 0,75; \delta_{0i} = 0,1,$

где  $k_1, k_2$  – коэффициенты сопротивления уводу на передней и задней осях соответственно,  $\text{Н}/\text{рад}$ ;

$\delta_1, \delta_2$  – углы увода на передней и задней осях соответственно,  $\text{рад}$ ;

$\varphi_1, \varphi_2$  – коэффициенты сцепления на передней и задней осях соответственно.

Фазовые траектории центра масс автомобиля в прямолинейном и круговом движении при различных скоростях движения, силовой неоднородности шин его колес и углах поворота управляемых колес представлены на рис. 2 – 9.

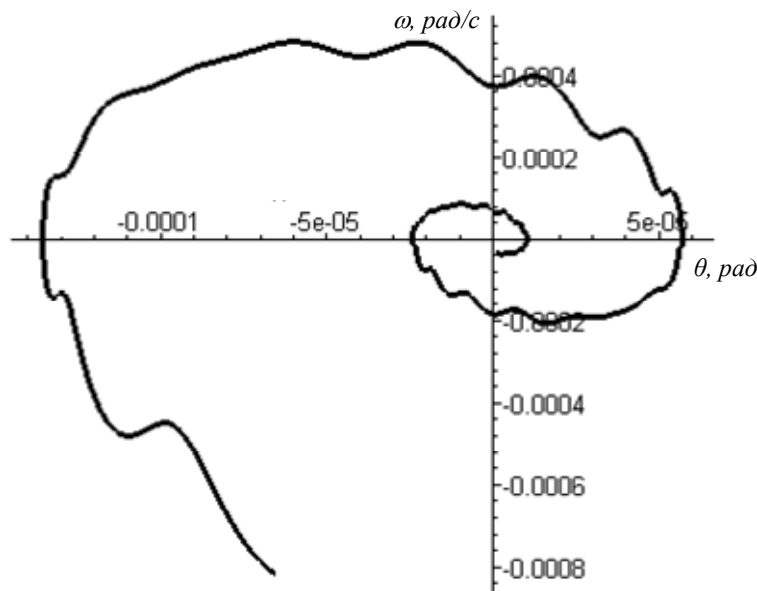


Рис. 2. Прямолинейное движение:  $v=25 \text{ м}/\text{с}; \theta=0 \text{ рад}; Y_{K1} = Y_{K2}=0 \text{ Н}$

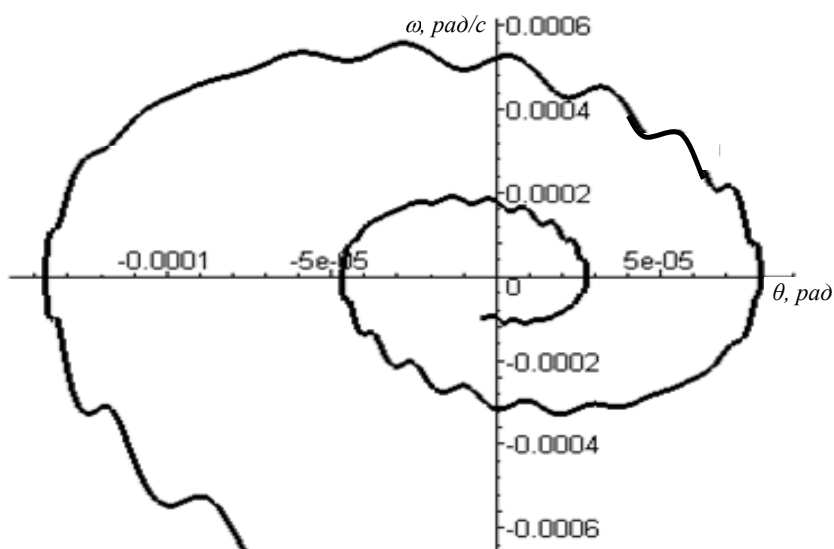


Рис. 3. Прямолинейное движение:  $v=35$  м/с;  $\theta=0$  рад;  $Y_{K1} = Y_{K2}=0$  Н

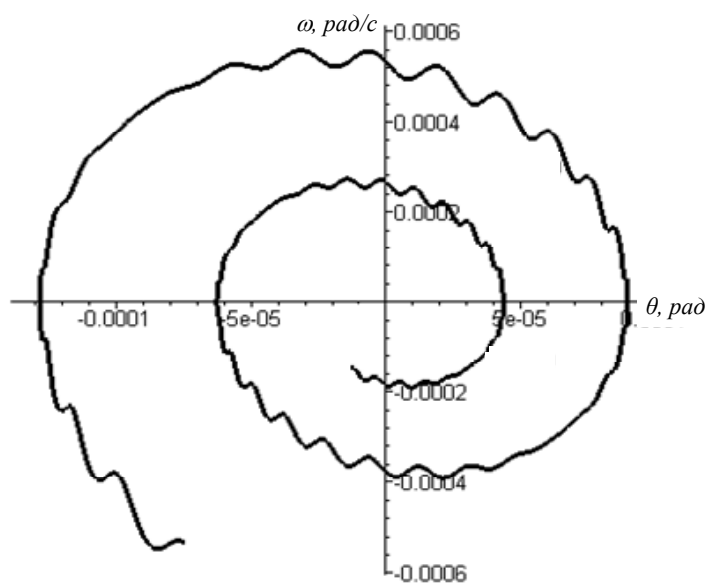


Рис. 4. Прямолинейное движение:  $v=45$  м/с;  $\theta=0$  рад;  $Y_{K1} = Y_{K2}=0$

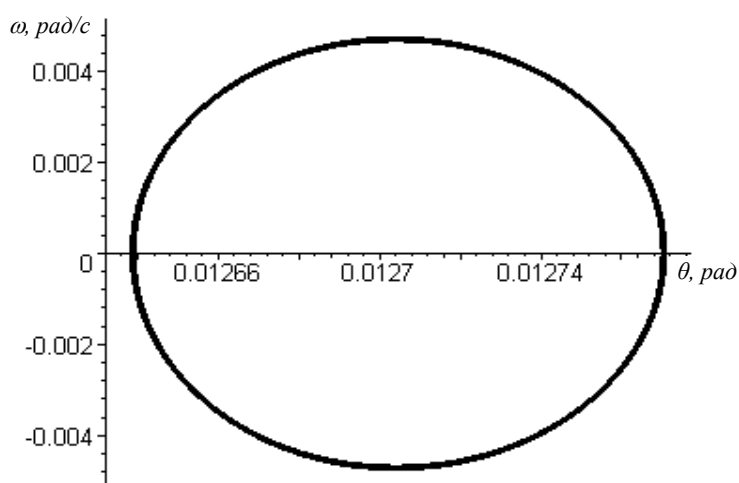


Рис. 5. Прямолинейное движение:  $v=25$  м/с;  $\theta=0$  рад;  $Y_{K1} = -346,8$  Н;  $Y_{K2}=346,8$  Н

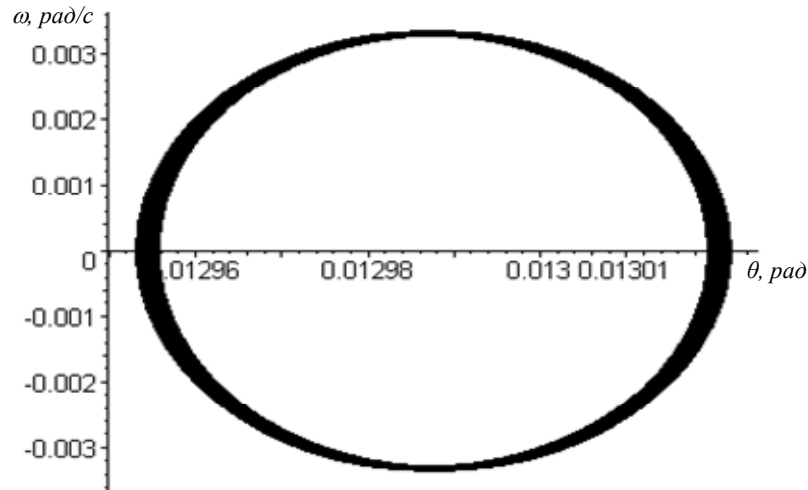


Рис. 6. Прямолинейное движение:  $v=35$  м/с;  $\theta=0$  рад;  $Y_{K1} = -346,8$  Н;  $Y_{K2}=346,8$  Н

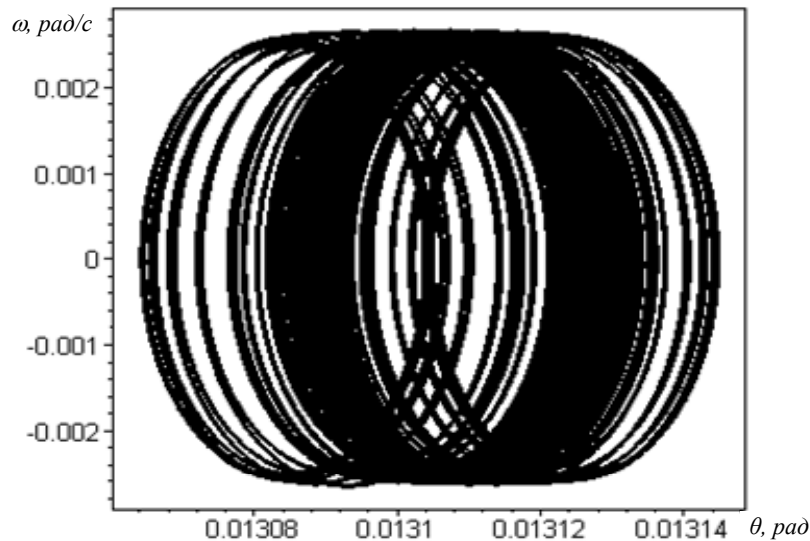


Рис. 7. Прямолинейное движение:  $v=45$  м/с;  $\theta=0$  рад;  $Y_{K1} = -346,8$  Н;  $Y_{K2}=346,8$  Н

Так, характеры фазовых траекторий, в случае когда боковые возмущающие воздействия равны нулю (рис. 2 - 4) говорят о устойчивых режимах движения в скоростном диапазоне от 25 до 45 м/с.

Наличие возмущающих воздействий (силовой неоднородности шин его передних  $Y_{K1}$  и задних  $Y_{K2}$  колес) рис. 5 - 7 приводит к тому, что все приведенные режимы движения неустойчивы. Кроме того, с возрастанием скорости движения, наблюдается усложнение фазовых траекторий. Так, фазовая траектория на рисунке 5 свидетельствует о неустойчивости кругового стационарного режима движения (колебательная неустойчивость) – устойчивый предельный цикл охватывает неустойчивую особую точку. Фазовая траектория на рисунке 6 указывает на усложнение колебательного процесса – произошло удвоение периода колебаний управляемого колесного модуля. Рисунок 7 иллюстрирует каскад удвоения периода автоколебаний – путь к возможной хаотизации детерминированной системы.

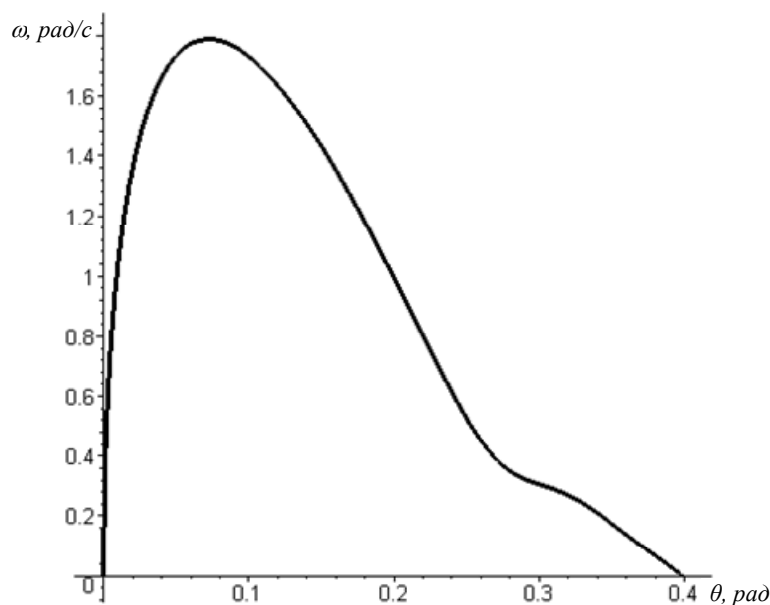


Рис. 8. Круговое движение:  $v=5$  м/с;  $\theta=0,75$  рад;  $k_k=140,28$  Н·м,  $Y_{K1}=-346,8$ ;  $Y_{K2}=346,8$  Н

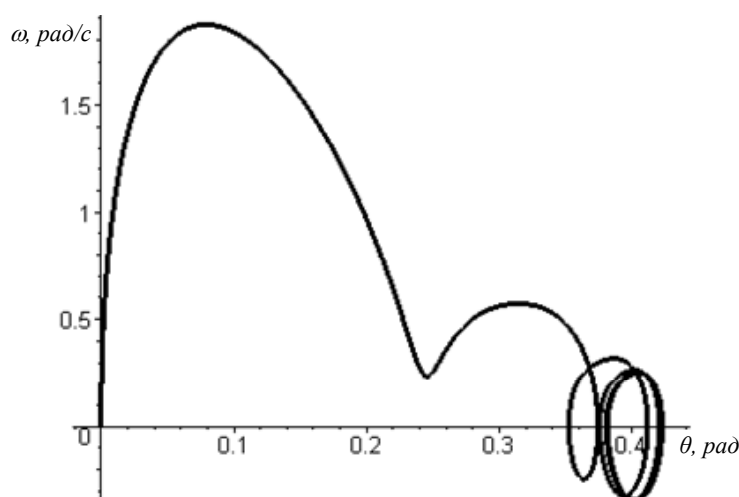


Рис. 9. Круговое движение:  $v=5$  м/с;  $\theta=0,75$  рад;  $k_k=140,28$  Н·м,  
 $Y_{K1}=-346,8$  Н,  $Y_{K2}=346,8$  Н,  $Y_1 = (1-\cos(vt/0,35)/4)Y_1$

Учет периодически изменяющейся боковой силы (жесткостная неоднородность вдоль беговой поверхности пневматика) приводит к существенным с точки зрения курсовой устойчивости изменениям в поведении модели экипажа – возникновению флаттерной неустойчивости. Так, в случае кругового режима движения (рис. 8) наличие боковых возмущающих воздействий не приводит к потере устойчивости, а лишь к определенному сдвигу соответствующего стационарного состояния. Учет же изменения боковой силы по гармоническому закону за оборот колеса (для колес передней оси  $Y_1 = (1-\cos(vt/0,35)/4)Y_1$ ), (рис. 9) приводит к незначительным по амплитуде колебаниям управляемого колесного модуля.

### **Выводы**

Значительная инерционность модели с жестко закрепленным рулевым управлением не позволяет проявиться флаттерной неустойчивости; модель с управляемым колесным модулем является более чувствительной к периодически изменяющейся боковой силе (неоднородной жесткости вдоль беговой поверхности пневматика) и возникновению автоколебаний

типа шимми; подавление автоколебаний в докритическом диапазоне скоростей возможно осуществить путем оптимизации жесткостных и демпфирующих характеристик подсистемы, отвечающей управляемому колесному модулю, однако выход в область закритической скорости может привести к хаотизации колебаний управляемого колесного модуля.

### *Список литературы*

1. Макаров В.А., Хребет В.Г., Дугельный В.М. Про один підхід до оцінки впливу жорсткісної неоднорідності еластичної пневматичної шини на стійкість руху дорожнього транспортного засобу // Вісник центрального наукового центру транспортної академії України. — 2000. — №3. — С. 95 – 96.
2. Макаров В.А., Сирота В.М., Дугельный В.Н. Исследование ситуаций, вызывающих нарушение курсовой устойчивости движения автомобилей, и подготовка водителей к этим ситуациям на автотренажере // Автомобильный транспорт. — Харьков: РИО ХГАДТУ. — 2001. — Вып. 7 – 8. — С. 28 – 32.
3. Сахно В.П., Матейчик В.П., Вербицкий В.Г., Макаров В.А., Дугельный В.М. Нелінійна стійкість і біфуркації в динаміці автомобіля // Автошляховик України. Окремий випуск. Проблеми автомобільного транспорту: Збірник наукових праць. — К.: 2005. — С. 82 – 87.
4. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 512 с.

Стаття надійшла до редакції 22.11.06

© Вербицкий В.Г., Макаров В.А., Дугельный В.М., 2006