

УДК 621.373.121

С.В. Хуторненко, канд. техн. наук, доц.,
Д.А. Семенець, старший викладач,
ДВНЗ «Українська інженерно-педагогічна академія»,
м. Харків, м. Артемівськ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ П'ЄЗОРЕЗОНАНСНОГО ПРИСТРОЮ В ЗАСОБАХ АВТОМАТИЗАЦІЇ МЕХАНОТРОННИХ СИСТЕМ

Математична модель п'єзореzonансного пристрою в засобах автоматизації механотронних систем. Представлена математична модель керованого по частоті п'єзореzonансного пристрою з модуляцією міжелектродного зазору кварцового резонатору для керованих по частоті радіотехнічних пристроїв генерації та селекції сигналів, що застосовуються в засобах автоматизації механотронних систем. Модель отримана на підставі рівнянь резонансної частоти п'єзореzonансного пристрою, електричного та механічного балансу в лінійному індукційно-динамічному приводі.

кварцовий генератор, кварцовий фільтр, п'єзокварцовий резонатор, лінійний індукційно-динамічний перетворювач, міжелектродний зазор, передаюча функція

Актуальність. Сучасні механотронні системи відрізняються складною структурою і вміщують електронні, мікропроцесорні та радіотехнічні пристрої, включаючи виконачі. Серед них певне місце займають керовані по частоті п'єзореzonансні пристрої, такі як кварцові генератори, кварцові фільтри, модулятори. Стосовно до цих пристроїв є актуальною задача забезпечення збільшення діапазону перебудови частоти при збереженні експлуатаційної стабільності частоти до 10^{-10} (короткочасної до 10^{-12}) та зниження рівня фазових шумів до рівня -130 дБ/Гц [1].

Найбільш часто для управління частотою у таких пристроях використовуються варикапи, однак існуючі типи високочастотних варикапів забезпечують обмежену перебудову частоти на рівні 2×10^{-4} , при цьому стабільність задаючого кварцового генератору вдається утримати на рівні 10^{-6} . Крім того, додаткові шуми варикапу дають внесок в сумарний шум генератору або фільтру до 10 дБн/Гц, знижується добротність коливальної системи до $(0,2 \dots 0,7) \times 10^4$. В статті виконана розробка математичної моделі керованого по частоті п'єзореzonансного пристрою з управлінням частотою модуляцією

міжелектродного зазору резонатора лінійним індукційно-динамічним приводом (ЛІДП).

Постановка задачі. Визначення математичної моделі керованого по частоті п'єзрезонансного пристрою з лінійним індукційно-динамічним приводом переміщення рухомого електрода, отримання передаточної функції при управлінні частотою напруги збудження ЛІДП.

Вирішення задачі. Кварцовий генератор на біполярному транзисторі представлений еквівалентною схемою на рисунку 1.

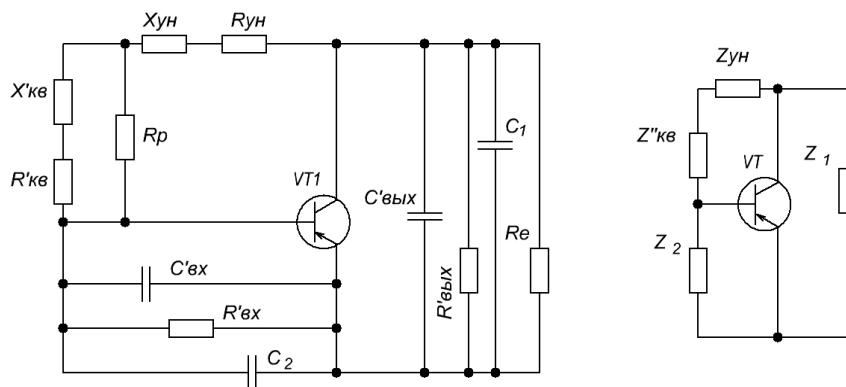


Рис. 1 - Схеми транзисторного кварцового генератора – еквівалентна та спрощена

Вихідна частота генератора в загальному випадку не дорівнює частоті послідовного резонансу резонатора f_K і визначається рівнянням [2]:

$$f = f_K \frac{1 - 0,5 \cdot m \cdot x_{\text{ГПОЛН}}}{1 - x_{\text{ГПОЛН}}}, \quad (1)$$

де значення приведенного повного реактивного опору кварцового генератору:

$$x_{\text{ГПОЛН}} = x_1 + x_2 + x_{\text{УН}} - (r_1 + r_2 + r_{\text{УН}}) \operatorname{tg} \varphi_E,$$

$$\varphi_E = \frac{\frac{r_1}{x_1} + \frac{r_2}{x_2} + \operatorname{tg} \varphi_S \left(\frac{r_1 r_2}{x_1 x_2} - 1 \right)}{\frac{r_1 r_2}{x_1 x_2} - 1 - \operatorname{tg} \varphi_S \left(\frac{r_1}{x_1} + \frac{r_2}{x_2} \right)}, \quad (2)$$

Загальний вид п'єзрезонатора з керуванням частотою зміною міжелектродного зазору представлений на рисунку 2.

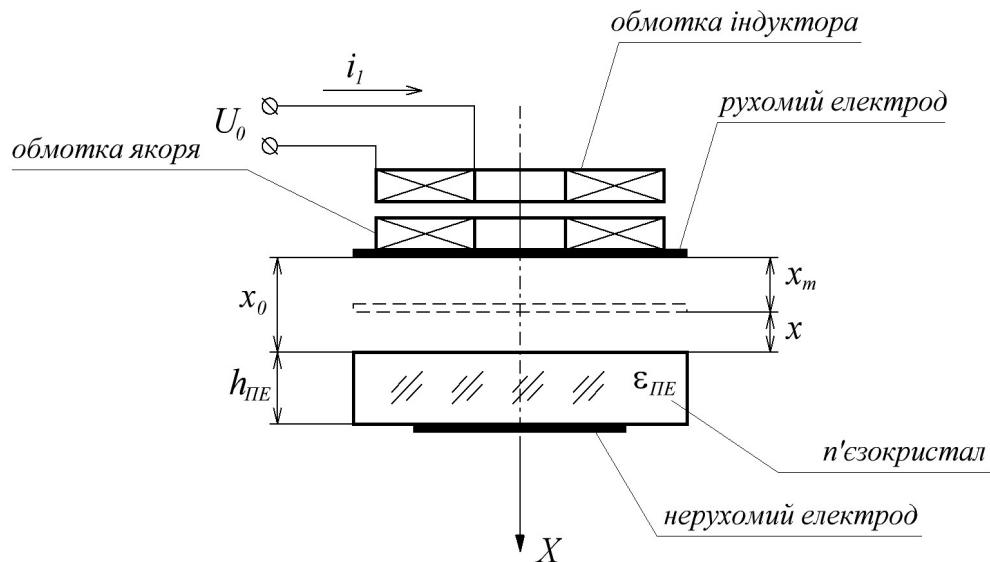


Рис. 2 - Улаштування п'єзрезонатора з ЛДП

При управлінні частотою п'єзрезонансного пристрою модуляцією міжелектродного зазору резонатора, залежність резонансної частоти керованого п'єзрезонансного пристрою від вихідної координати ЛДП [3]:

$$f(x) = f_{K0} \sqrt{1 + \frac{m}{1 + \frac{h_{PE}}{\varepsilon_{PE} x}}} \approx f_0 \left(1 + \frac{0,5m}{1 + \frac{h_{PE}}{\varepsilon_{PE} x}} \right) \quad (3)$$

де f_{K0} – номінальна частота коливальної системи при $x = 0$; m – ємкісне відношення; h_{PE} – частото-визначальний розмір п'єзоелементу (товщина); ε_{PE} – діелектрична проникність матеріалу ПЕ; x – величина міжелектродного зазору.

При введенні параметру п'єзоелементу $a = \frac{h_{PE}}{\varepsilon_{PE}} = \frac{N}{f_0 \varepsilon_{PE}}$, де N – частотний коефіцієнт, відносна частотна девіація п'єзрезонансної системи дорівнює:

$$\delta_F(x) = \frac{f(x) - f_0}{f_0} = \frac{0,5m \cdot x}{x + a}. \quad (4)$$

Враховуючи на те, що $x = x_0 - x_m$, рівняння (4) представлене у вигляді:

$$\delta_F(x_m) = \frac{0,5m \cdot (x_0 - x_m)}{(x_0 + a) - x_m}, \quad (5)$$

де x_0 – початковий зазор між рухомим електродом і поверхнею п'єзокристалу у керованій п'єзорезонансній системі, обумовлений конструкцією пристрою.

Для розрахунку характеристик ЛДП перетворювача були прийняті наступні припущення:

- усі елементи перетворювача, крім індуктора і якоря, виготовлені з ізоляційного або слабо провідникового матеріалу і практично не впливають на електромагнітні процеси;

- впливом підвідних і з'єднувальних проводів знехтуємо, оскільки їхні значення можна задавати окремо при аналізі конкретного типу збуджувача індуктора;

- усі елементи перетворювача, крім зворотної пружини, виконані абсолютно жорсткими і не деформуються в процесі роботи;

- індуктор взаємозв'язаний з масивним упором, віддача якого при роботі не враховується;

При підключенні індуктора з параметрами L_1, R_1 до джерела живлення в ньому тече струм i_1 , який створює магнітне поле, що індукує в рухомому якорі з параметрами L_2, R_2 струм i_2 . За рахунок електродинамічної взаємодії відбувається переміщення якоря з вздовж осі X зі швидкістю V , спричиняючи змінювання взаємної індуктивності $M(x)$.

Механічні процеси ЛДП в загальному випадку можна описати рівнянням

$$i_1(t)i_2(t)\frac{dM(x)}{dx} = m\frac{dV(t)}{dt} + Kx(t) + BV(t), \quad (6)$$

де m – маса якоря і рухомого електроду, K – коефіцієнт пружності буферного елемента; $x(t)$ – величина переміщення; B – коефіцієнт динамічного тертя.

При живленні індуктора від джерела постійної напруги U_0 , електричні процеси в індукторі описуються рівняннями

$$i_1(t)R_1 + L_1\frac{di_1(t)}{dt} + M(x)\frac{di_2(t)}{dt} + i_2(t)\cdot V(t)\frac{dM(x)}{dx} = U_0; \quad (7)$$

$$L_2\frac{di_2(t)}{dt} + M(x)\frac{di_1(t)}{dt} + i_1(t)\cdot V(t)\frac{dM(x)}{dx} + i_2(t)R_2(t) = 0; \quad (8)$$

При виконанні індуктора та обмотки якоря у вигляді двох плоских котушок, як показано на рисунку 3, визначення взаємної індуктивності виконується згідно з співвідношенням:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} w^2 d \cdot \Phi, \quad (9)$$

де w - кількість витків кожної з котушок; d - її середній діаметр; Φ - величина, значення якої залежить від геометрії котушок:

$$\begin{aligned} \Phi &= \pi \left[\left(1 + \frac{3}{4} \xi^2 + \frac{\rho^2}{24} - \frac{15}{64} \xi^4 + \frac{7}{64} \rho^2 \xi^2 + \frac{11}{2880} \rho^4 \dots \right) \times \ln \frac{16}{\rho^2 + \xi^2} + \right. \\ &+ \left(1 + \frac{5}{8} \xi^2 - \frac{161}{576} \xi^4 + \frac{5}{8} \rho^2 \xi^2 \dots \right) \times \frac{\xi^2}{\rho^2} \ln \frac{\rho^2 + \xi^2}{\xi^2} - 4 \left(1 + \frac{2}{3} \xi^2 - \frac{2}{5} \xi^2 - \frac{2}{6} \rho^2 \xi^2 \dots \right) \times \\ &\times \left. \frac{\xi}{\rho} \arctg \frac{\rho}{\xi} - 1 + \frac{37}{24} \xi^2 + \frac{43}{144} \rho^2 - \frac{301}{360} \xi^4 - \frac{\rho^2 \xi^2}{720} + \frac{\rho^4}{75} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

де $\rho = \frac{r}{d}$, $\xi = \frac{x}{d}$.

Характер зміни взаємної індуктивності у межах робочого переміщення показує можливість в подальших розрахунках прийняти: $M(x) = M_0 - kx$, де початкове значення M_0 та коефіцієнт пропорційності k визначаються технічними параметрами котушок.

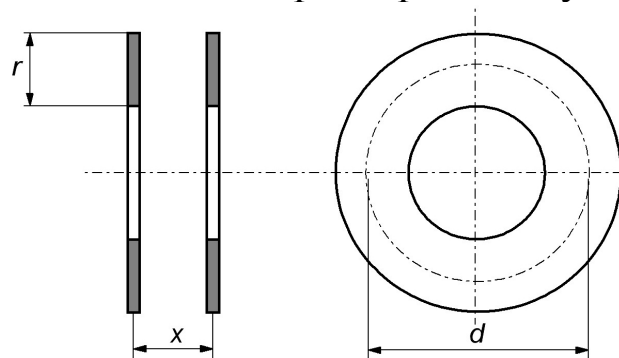


Рис. 3 - Геометричні розміри ЛДП

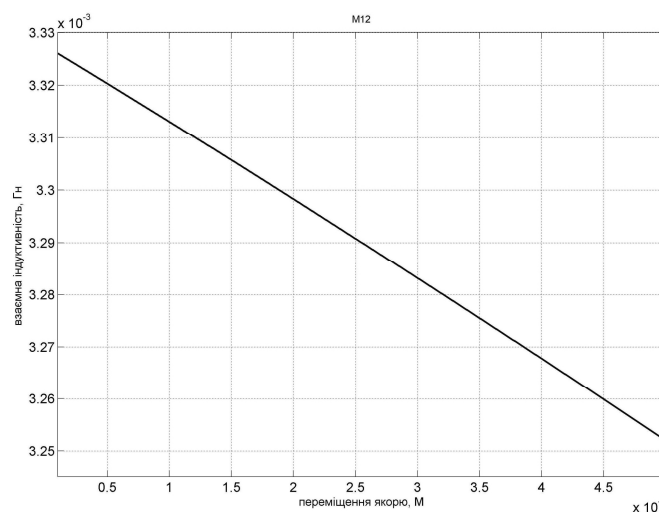


Рис. 4 - Залежність взаємної індуктивності між індуктором та якорем в ЛДП

Представлена залежність визначена при наступних параметрах ЛДП: кількість витків кожної з котушок $w = 600$; опір котушки індуктора $R_1 = 35,6$ Ом; опір котушки якоря $R_2 = 33,6$ Ом; Індуктивності котушок $L_1 = L_2 = 2,97$ мГн; початкове значення взаємної індуктивності – $M_0 = 3,32$ мГн; коефіцієнт зниження взаємоіндуктивності $k = 1,5$; вага якоря з електродом $m = 3,92 \times 10^{-6}$ кг; коефіцієнт пружності механічної частини $K = 0,1$ м/Н; коефіцієнт динамічного тертя $B = 0,001$.

Вважаючи на незначне переміщення якорю, і як слід, малу зміну взаємної індуктивності (в представленому прикладі $\Delta M \approx 4,7\%$ при максимальному переміщенні), в подальшому пропонується не враховувати змінювання взаємної індуктивності у системі «індуктор - якор» та прийняти: $M(x) = M_0 - kx(t) \approx M_0$. Це спростить рівняння (7) і (8), які запишуться у вигляді:

$$i_1(t)R_1 + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M_0 \frac{di_2(t)}{dt} + i_2(t) \cdot V(t) \frac{dM(x)}{dx} = U_0; \quad (11)$$

$$L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_0 \frac{di_1(t)}{dt} + i_1(t) \cdot V(t) \frac{dM(x)}{dx} + i_2(t)R_2(t) = 0; \quad (12)$$

Для створення передаточної функції ЛДП при умові: вхідний вплив – напруга збудження індуктора $U_0(t)$, вихідна координата - переміщення $x_m(t)$ запишемо вихідні рівняння електричних та механічних процесів представимо в операторній формі:

$$i_1(p)R_1 + pL_1i_1(p) + pM_0i_2(p) - pi_2(p) \cdot x_m(p)k_M = U_0(p);$$

$$pL_2i_2(p) + pM_0i_1(p) - pk_Mi_1(p) \cdot x_m(p) + i_2(p)R_2 = 0;$$

$$-k_M \times i_1(p)i_2(p) \quad p^2mx_m(p) + Kx_m(p) + pBx_m(p).$$

На підставі приведених рівнянь отримана передаточна функція :

$$W_1(p) = \frac{x_m(p)}{U_0^2(p)} \frac{pkM_0(R_2 + pL_2)}{(p^2m + pB + K)} \times \frac{1}{((R_1 + pL_1)(R_2 + pL_2) - p^2M_0^2)^2} \quad (13)$$

або:

$$W_1(p) = Z \frac{p(1 + pb_1)}{p^6a_6 + p^5a_5 + p^4a_4 + p^3a_3 + p^2a_2 + pa_1 + a_0},$$

$$\text{де: } Z = \frac{kM_0}{R_2}; \quad b_1 = T_2 \frac{L_2}{R_2}; \quad a_6 = (L_1L_2)^2 m + M_0^4 m - 2L_1L_2M_0^2 m;$$

$$a_5 = (L_1L_2)^2 B + M_0^4 B + 2R_1L_2^2L_1m - 2R_1L_2M_0^2m + 2R_2L_1^2L_2m - 2R_2L_1M_0^2m - 2L_1L_2BM_0^2$$

$$a_4 = M_0^4 K + R_1^2 L_2^2 m + R_2^2 L_1^2 m + L_2^2 L_1^2 K - 2R_1 R_2 M_0^2 m + 2R_1 L_1 L_2^2 B - 2R_1 L_2 M_0^2 B + \\ + 2L_1^2 R_2 L_2 B - 2L_1 R_2 M_0^2 B + 4R_1 R_2 L_1 L_2 m - 2L_1 L_2 M_0^2 K;$$

$$a_3 = R_1^2 L_2^2 B + R_2^2 L_1^2 B + 2R_1^2 R_2 L_2 m + 2R_2^2 R_1 L_1 m - 2R_1 R_2 M_0^2 B + 4R_1 R_2 L_1 L_2 B + \\ + 2R_1 L_2^2 L_1 K - 2R_1 L_2 M_0^2 K + 2L_1^2 R_2 L_2 K - 2L_1 R_2 M_0^2 K;$$

$$a_2 = R_1^2 L_2^2 K + R_2^2 L_1^2 K + R_1^2 R_2^2 m + 2R_1^2 R_2 L_2 B + 2R_1 R_2^2 L_1 B - 2R_1 R_2 M_0^2 K + 4R_1 R_2 L_1 L_2 K ;$$

$$a_1 = R_1^2 R_2^2 B + 2R_1^2 R_2 L_2 K + 2R_2^2 R_1 L_1 K ;$$

$$a_0 = R_1^2 R_2^2 K .$$

Залежність відносної девіації частоти від переміщення рухомого електроду $\delta_F(x_m)$ при умовах: $m = 6,3 \cdot 10^{-3}$; $a = 0,037$ мм.; $x_0 = 0,1$ мм. показана на рис. 5. Отриманий графік демонструє можливість апроксимації залежності відносної частотної девіації від переміщення рухомого електроду на робочому діапазоні переміщення: $\delta_F(x_m) = \delta_0 - k_F x_m$, де δ_0 – початкове значення відносної частотної девіації при максимальній величині міжелектродного зазору

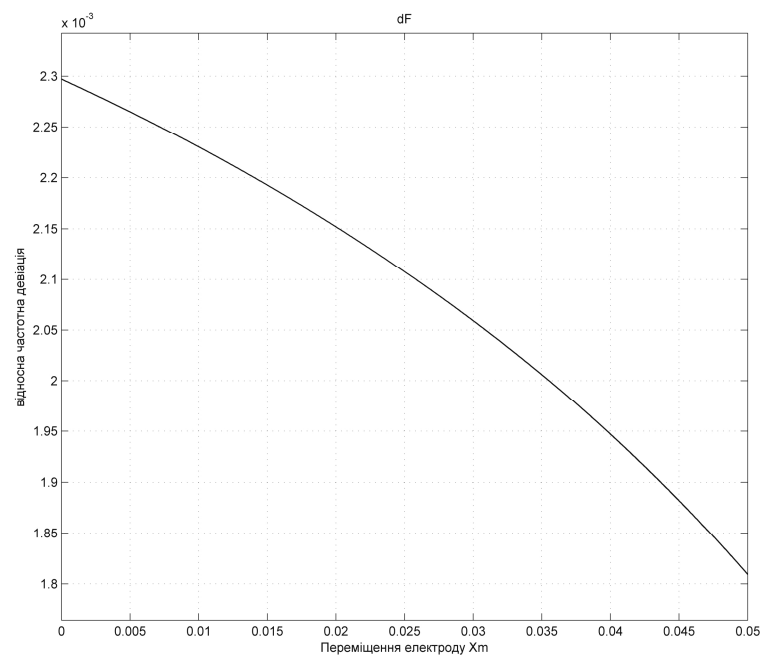


Рис. 5 - Залежність відносної частотної девіації від переміщення рухомого електроду

Залежність вихідної координати – відносної частотної девіації керованого п'єзрезонансного пристрою $\delta_F(x_m)$ від вхідного впливу – напруги збудження індуктора $U_0(t)$, визначається при підстановці в (5) рівняння (13):

$$x_m(p) = W_1(p) \cdot U_0^2(p) = U_0^2(p) \frac{pkM_0(R_2 + pL_2)}{(p^2m + pB + K)((R_1 + pL_1)(R_2 + pL_2) - p^2M_0^2)}; \quad (14)$$

Представив передаточну функцію (13) у вигляді:

$$W_1(p) = \frac{A(p)}{B(p)},$$

отримаємо:

$$\begin{aligned} \delta_F(x_m) &= 0,5m \frac{x_0 - U_0^2 W_1(p)}{x_A - U_0^2 W_1(p)} = 0,5m \frac{x_0 B(p) - U_0^2(p) A(p)}{x_A B(p) - U_0^2(p) A(p)} = \quad (15) \\ &= 0,5m \frac{p^6 a_6 x_0 + p^5 a_5 x_0 + p^4 a_4 x_0 + p^3 a_3 x_0 + p^2 a_2 x_0 + p a_1 x_0 + a_0 x_0 - U_0^2(p) Z p (1 + p b_1)}{p^6 a_6 x_A + p^5 a_5 x_A + p^4 a_4 x_A + p^3 a_3 x_A + p^2 a_2 x_A + p a_1 x_A + a_0 x_A - U_0^2(p) Z p (1 + p b_1)} \end{aligned}$$

де $x_A = x_0 + a$.

в подальшому для математичного моделювання процесів маніпуляції частоти пропонується заміна рівняння (5) на підставі характеристики $\delta_F(x_m)$, яку в межах робочого діапазону переміщення електроду можливо вважати лінійною: $\delta_F(x_m) = \delta_0 - k_F x_m$, де k_F – коефіцієнт лінійного зниження відносної частотної девіації. Отримуємо:

$$\delta_F(p) = \delta_0 - k_F U_0^2(p) W_1(p) = \delta_0 - U_0^2 Z \cdot k_F \frac{p(1 + p b_1)}{p^6 a_6 + p^5 a_5 + p^4 a_4 + p^3 a_3 + p^2 a_2 + p a_1 + a_0}; \quad (16)$$

Висновки та перспективи подальших досліджень.

1. Розроблено математичну модель керованого по частоті п'єзорезонансного пристрою (як складової частини технічного засобу автоматизації механотронної системи) з лінійним індукційно-динамічним перетворювачем, яка дозволяє в подальшому отримати інженерні співвідношення для проектування радіотехнічних пристроїв генерування та фільтрації сигналів з управлінням частотою модуляцією міжелектродного зазору п'єзорезонатора, розробки системи керування такими пристроями.

2. Отримана передаточна функція лінійного індукційно-динамічного перетворювача для переміщення рухомого електроду, яка дає можливість провести аналіз чутливості пристрою до керуючих та збурюючих впливів, визначення закону змінювання керуючого сигналу з метою отримання бажаної якості регулювання частоти та швидкодії пристрою.

На підставі отриманих результатів можливий подальший аналіз радіотехнічних пристроїв з керованим п'єзокварцовим резонатором, визначення оптимальних параметрів ЛДП, отримання закону формування напруги збудження індуктора з метою отримання максимальної швидкодії та точності встановлення частоти.

Список джерел:

1. Каталог продукції ЗАО «Укрпьеzo», Україна: [Електронний ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ukrpiezo.by.ru/PHINO/BERN/>
2. Альтшуллер Г. Б. Управление частотой кварцевых генераторов [Текст] / Г.Б. Альтшуллер. – М.: Связь, 1975. – 304 с.
3. Хуторненко С. В. Толщинно - сдвиговые колебания пьезорезонансных элементов датчиков технологических параметров [Текст] / С.В. Хуторненко // Технология приборостроения. – 1996. - № 1. - С. 24-27.
4. Колпаков Ф.Ф. Пьезорезонансные механотроны в измерениях параметров сердечно-сосудистой системы человека. [Текст] / Ф.Ф. Колпаков, С.К. Пидченко, А.А. Таранчук, А.Е. Опольская // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2009. - №2(36). – С. 87-95.
5. Болюх В.Ф. Лінійні електромеханічні перетворювачі імпульсної дії: монографія [Текст] / В.Ф. Болюх, В.Г. Данько. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2006, - 260 с.

Стаття надійшла до редколегії 29.04.2011

Рецензент: зав. каф. ГЕА ім. Р.М. Лейбова ДонНТУ, канд. техн. наук., доц. К.М. Маренич

С.В. Хуторненко, Д.А. Семенец. Математическая модель пьезорезонансного устройства в средствах автоматизации механотронных систем. В работе представлена математическая модель управляемого по частоте пьезорезонансного устройства с модуляцией межэлектродного зазора кварцевого резонатора для управляемых по частоте радиотехнических устройств генерации и селекции сигналов, которые используются в средствах автоматизации механотронных систем. Модель получена на основании уравнений резонансной частоты пьезорезонансного устройства, электрического и механического баланса в линейном индукционно-динамическом приводе

кварцевый генератор, кварцевый фильтр, пьезокварцовый резонатор, линейный индукционно-динамический преобразователь, межэлектродный зазор, передаточная функция

S. Hutornenko, D. Semenets. A mathematical model of piezoresonator device in means of automation of mechanotronical systems. A mathematical model is in-process presented guided on frequency of piezoresonator device with modulation of workpiece-to-electrode of quartz resonator for the radio engineerings devices of generation and selection of signals guided on frequency which are applying in means of automation of mechanotronical systems. A model is got on the basis of equalizations of resonance frequency of piezoresonator device, electric and mechanical balance in a linear induction dynamic drive.

quartz generator, quartz filter. piezoquartz resonator, linear induction-dynamic transformer, workpiece-to-electrode, transmission function

© Хуторненко С.В., Семенец Д.А., 2011