

УДК 004.921

Е.А. Башков (д-р техн. наук, проф.),
О.А. Авксентьева (ассистент), **О.А. Половинкин** (специалист),
Донецкий национальный технический университет
bashkov@pmi.dgtu.donetsk.ua

БАЗОВЫЙ АЛГОРИТМ ВОКСЕЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Поставлена задача воксельного разложения пространственного треугольника, в видеопамяти трехмерного дисплея и предложен метод ее решения. Рассмотрен алгоритм воксельного разложения пространственного треугольника и некоторые его модификации. Представлены результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: воксель, 3D дисплей, воксельное разложение, пространственный треугольник.

Введение

В настоящее время 3D технологии становятся все доступнее для рядового пользователя: выпущены первые 3D телефоны и ноутбук, цены на 3D мониторы и принтеры неуклонно снижаются. По праву можно сказать, что человечество вступило в новую эру представления визуальной информации - 3D эру. 3D технологии нельзя назвать новинкой, первые разработки в этой области появились еще в середине 19го века.

Разработано множество подходов к построению 3D устройств отображения, однако самое широкое распространение получили технологии бинокулярной стереоскопии, построенные либо по пассивному, либо по активному принципу. К существенным недостаткам этих технологий следует отнести требование достаточно точного позиционирования наблюдателя, а также отсутствие фундаментальных медицинских исследований их влияния на зрительный аппарат человека, особенно при длительном использовании.

Ко второму подходу реализации 3D технологий относятся так называемые автостереоскопические 3D технологии, лишенные всех перечисленных недостатков систем бинокулярной стереоскопии.

Построение систем трехмерной визуализации, основанных на автостереоскопических объемных технологиях, сдерживается рядом причин, одна из которых связана с отсутствием стандартных подходов представления 3D информации для них. Для таких устройств не выработаны определения типовых 3D графических примитивов и алгоритмов их генерации. В связи с этим разработка методов представления общепринятых графиче

ских примитивов для объемных трехмерных устройств отображения информации является актуальной задачей.

Постановка задачи

Задача воксельного разложения пространственного треугольника может быть поставлена следующим образом.

Пусть некоторая область трехмерного евклидова пространства, которое отображается 3D дисплеем, имеет вид трехмерного параллелепипеда, $\Omega \in R^3, 0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y, 0 \leq z \leq Z$. С учетом возможности масштабирования, будем считать, что $X=Y=Z=H$, то есть Ω – трехмерный куб.

Положим, что Ω заполнена вокселями – атомарными элементами, которые отображаются 3D дисплеем. Определим воксель как куб с единичным ребром, а множество вокселей, заполняющих Ω , можно представить как трехмерный массив вокселей $V_{i,j,l}$. Причем, с одной стороны, i,j,l – это индексы вокселя в массиве, принимающие значения $0, 1, \dots, [H] - 1$, а с другой — определяют координаты вокселя в Ω . Таким образом, воксель $V_{i,j,l}$ — это подмножество Ω , которое может быть определено как $i \leq x \leq i+(1-\varepsilon), j \leq y \leq j+(1-\varepsilon), l \leq z \leq l+(1-\varepsilon)$, где ε – бесконечно малая величина.

Соседями некоторого вокселя $V^{(q)}$ с координатами i_q, j_q, l_q будем считать воксели $V^{(g)}$, для которых выполняется условие

$$\text{Max} \{ |i_g - i_q|, |j_g - j_q|, |l_g - l_q| \} = 1. \quad (1.1)$$

При проведении дальнейших рассуждений в качестве метрики на множестве вокселей принята следующая функция:

$$m_{g,k} = |i_g - i_q| + |j_g - j_q| + |l_g - l_q|.$$

Определим координаты центра V_C вокселя $V_{i,j,l}$ в Ω как

$$V_{C_x} = i + 0.5, V_{C_y} = j + 0.5, V_{C_z} = l + 0.5. \quad (1.2)$$

В Ω задана плоскость α , на которой лежит пространственный треугольник ABC , с вершинами $A = [x_A, y_A, z_A]'$, $B = [x_B, y_B, z_B]'$ и $C = [x_C, y_C, z_C]'$, при этом $A \neq B \neq C$. Следовательно, по краям пространственный треугольник ограничен отрезками прямых AB, BC, CA .

Задачу воксельного разложения пространственного треугольника ABC будем понимать как нахождение множества вокселей $V^{(k)}$ где $k = 0, 1, 2, \dots, K$, для которого выполняются следующие

2. Среди них выбираются воксели, центры которых расположены внутри пространственной призмы, ограниченной отрезками АВ, ВС, СА. Принадлежность вокселя-претендента пространственной призме проверяется следующим образом.

Строятся три дополнительных плоскости — $ABB'A'$, $ACC'A'$ и $CBV'C'$, — перпендикулярных α и проходящих через стороны заданного треугольника.

Оцениваются расстояния от центра вокселя – претендента к каждой из этих плоскостей и по знакам расстояний определяется принадлежность вокселя призме.

Коэффициенты для уравнений дополнительных плоскостей могут быть найдены из следующих соображений.

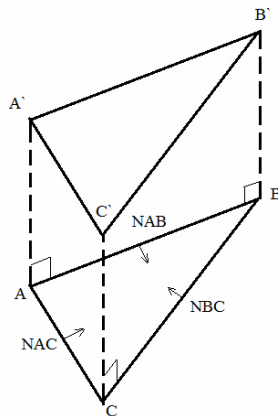


Рисунок 1 - Построение дополнительных плоскостей

Пусть NAB , NBC , NAC – нормали к дополнительным плоскостям.

Векторно умножив векторы \vec{BC} и \vec{AC} получим нормаль к плоскости ABC , которую назовем N .

$$N = \vec{BC} * \vec{AC};$$

Таким образом, умножая векторы \vec{BA} , \vec{CB} и \vec{AC} на нормаль N , получим соответственно нормали к дополнительным плоскостям NAB , NBC , NAC . Следует отметить, что эти нормали являются первыми тремя коэффициентами в уравнениях соответствующих плоскостей.

$$NAB = \vec{BA} * N;$$

$$NBC = \vec{CB} * N;$$

$$NAC = \vec{AC} * N;$$

Четвертый коэффициент D для дополнительных плоскостей можно получить следующим образом:

$$D1 = -NAB \times A;$$

$$D2 = -NBC \times B;$$

$$D3 = - NAC \times C,$$

где знаком \times обозначается скалярное произведение.

3. Для каждого вокселя — претендента определяется расстояние до плоскости:

$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (1.3)$$

4. Среди вокселей-претендентов, центры которых лежат внутри призмы, выбираются не более 8 вокселей с минимальными расстояниями до плоскости α .

Создается трехмерный массив признаков принадлежности вокселя разложению. При этом все признаки устанавливаются в «0».

Пусть найден воксель V_a , которому принадлежит вершина A . На первом шаге алгоритма этому вокселю присваивается признак «2». Затем из заданного вокселя V_a распространяется «волна». На i -том шаге распространения волны выполняется поиск вокселя с признаком, равным текущему шагу волны, имеющего «свободных» соседей. Под свободными соседями будем подразумевать, что количество «занятых» соседей (т.е. уже выбранных в разложение) у вокселя меньше 8.

Когда искомым q -й воксель найден, рассчитываются расстояния до плоскости ABC всех его соседей, затем воксели-претенденты упорядочиваются по возрастанию расстояния. После этого 8 первых вокселей с минимальными расстояниями до плоскости, проверяются на предмет вхождения внутрь призмы, ограниченной отрезками линий AB , BC , CA . Если воксель входит внутрь призмы и ячейка с его координатами не занята, ей присваивается признак, равный $i+1$. Если признак вокселя равен «0», но воксель не входит в призму, ячейке присваивается значение «-1». После того, как соседи вокселя найдены, знак признака в его ячейке инвертируется для того, чтобы далее его не рассматривать. В итоговое разложение попадают все воксели, признаки которых не равны «0» и «-1».

Вышеизложенный алгоритм может быть представлен на псевдоязыке из [6] следующим образом.

Begin

Ввод точек вершин треугольника A, B, C

Нахождение нормалей и составление уравнений плоскостей ABC и дополнительных перпендикулярных плоскостей

Current_step = 2;

Размещение соседей для (x_A, y_A, z_A) ; //первый шаг

Current_step ++;

While(1)

{

```
If ((Поиск вокселя со свободными соседями и Current_step)= Истина)
  Then {Размещение для найденного вокселя}
Else
{
  If ((Поиск вокселя со свободными соседями и Current_step+1) = Ложь)
  Then {   Выход из цикла   }
  Current_step ++;
}
}
End
Размещение вокселя (x, y, z)
{
For (i = 0; i < 26; i++)
  {   Расчет дистанции до плоскости ABC от i-говокселя   }
Сортировка массива вокселей с дистанциями по возрастанию дистанций
For (j = 0; j < 8; j++)
  {
    If (Vxyz «входит» в треугольник ABC) Then
If (M_omega[xi, yi, zi] == 0) M_omega[xi, yi, zi] = cur_step+1;
Else M_omega[xi, yi, zi] = -1
  }
M_omega[x, y, z] = - M_omega[x, y, z]
}
```

Модификации базового алгоритма воксельного разложения треугольника

Как видно из описания базового алгоритма воксельного разложения, для определения принадлежности вокселя-претендента пространственной призме используется определение знака расстояния от вокселя-претендента до дополнительных перпендикулярных плоскостей, построенных на сторонах треугольника. При этом в базовом алгоритме для этого используется (1.3). Так как необходим только знак расстояния, можно ограничиться вычислением только числителя (1.3).

Аналогично, при вычислении расстояний от вокселей-претендентов до плоскости треугольника, можно вычислить знаменатель (1.3) только один раз.

В базовом алгоритме поиск следующего вокселя-претендента производится по всему массиву вокселей. Если сделать поиск не по всему массиву, а только вблизи вокселя, найденного при предыдущем поиске, можно ожидать существенное сокращение времени разложения. В случае,

если поблизости от такого вокселя не нашлось вокселей-претендентов, следует произвести поиск по всему объему.

Экспериментальные исследования алгоритма воксельного разложения пространственного треугольника

Экспериментальное исследование предложенного алгоритма и его модификаций заключалось в генерации 1000 произвольных пространственных треугольников в Ω с $H=100$. Эксперименты выполнялись на персональном компьютере [Intel(R) T4400 2.2GHz×2, 2ГБ ОЗУ]. Обобщенные результаты экспериментов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты генерации 1000 треугольников

	Время генерации 1 000 треугольников (сек)	Среднее время генерации 1 треугольника (сек)	Ускорение относительно базового
Базовый алгоритм	562,5862	0,562	-
Модификация 1. Расчет расстояний	555,4926	0,555	1,25%
Модификация 2. Поиск	149,0541	0,149	73,49%

На рис. 2 представлен пример генерации пространственного треугольника, визуализированный с помощью программы Matlab.

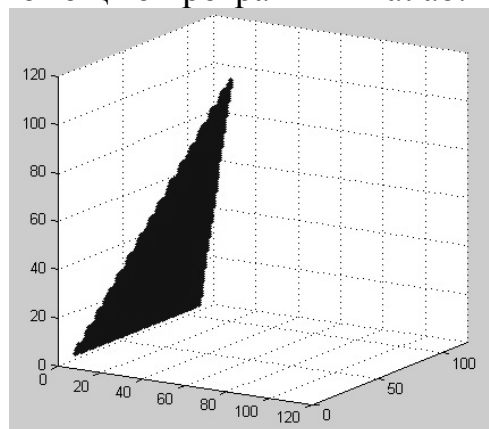


Рисунок 2 - Пример генерации пространственного треугольника

Заклучение

Предложенный в работе подход может рассматриваться только как исходный, требующий дополнительных исследований в направлении минимизации количества вокселей в генерируемом разложении и оптимизации с целью сокращения как временных затрат, так и требуемой памяти. Рассмотренные модификации позволяют ускорить выполнение алгоритма, в частности, модификация поиска показала ускорение работы на случайной выборке в 73,5% или 3,7 раза. Однако, при дальнейших исследованиях, следует попытаться отказаться от трехмерной матрицы признаков, используемой в базовом алгоритме и его модификациях, с заменой ее на динамические списки.

Список литературы

1. Ives F.E. Parallax stereogram and process of making same: US Pat 725567 / Ives F.E. 1903.
2. Bahram Javida Three-dimensional television, video and display technology. Springer-Verlag / Bahram Javida, Fumio Okano. – Berlin Heidelberg, 2002. – 505 p.
3. Ezhov V.A. Volume (or stereoscopic) images on the screens of standard computer and television displays / Ezhov V.A., Studentsov S.A. // Proc. SPIE. – 2005. – V.5821. – P.102-116.
4. Method and apparatus for an interactive volumetric three dimensional display": US Patent 7 098 872 / Geng J.
5. Method and system for three-dimensional display of information based on two-photon upconversion": US Patent 5 684 621 / Downing E.A.
6. Препарата Ф. Вычислительная геометрия: введение / Ф. Препарата; пер. с англ. М. Шеймос. – М.: Мир, 1989. – 478 с.
7. Башков Е.А. К построению генератора графических примитивов для трехмерных дисплеев / Е.А. Башков, О.А. Авксентьева, М. Аль-ОрайкатАнас // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія "Проблеми моделювання та автоматизації проектування динамічних систем". – 2008. – Вип. 7 (150). – С. 203-214

Надійшла до редакції 02.09.2011.

Рецензент: канд. техн. наук, доц. Зори С.А.

Е.О. Башков, О.О. Авксентьева, О.О. Половинкин
Донецький національний технічний університет

Базовий алгоритм воксельного розкладання просторового трикутника. Поставлена задача воксельного розкладання просторового трикутника, у відеопам'яті тривимірного дисплея і запропонований метод її рішення. Розглянуто алгоритм воксельного розкладання просторового трикутника і деякі його модифікації. Представлені результати чисельних експериментів.

Ключові слова: воксель, 3D дисплей, Воксельне розкладання, просторовий трикутник.

E.A. Bashkov, O.A. Avksentieva, O.A. Polovinkin
Donetsk National Technical University

The Basic Algorithm of Voxel Spatial Decomposition of the Triangle. The task of decomposition of voxel space of the triangle, in memory of three-dimensional display, and a method of solving it are considered. The algorithm of voxel spatial decomposition of a triangle and some modifications are shown. The results of numerical experiments are given.

Keywords: Voxel, 3D display, voxel decomposition, the spatial triangle.