Метод минимизации электрических связей с длиной больше предельной

Саломатин В.А., Струнилин В.Н.

Донецкий национальный технический университет
vstrun@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract
Salomatin V.A., Strunilin V.N. Method of minimization of electric communications of length more maximum. *The algorithm of placing of elements is offered, allowing to minimize communications maximum of possible length. As compared to the known methods, the offered method allows to decrease time of decision of task, because to transposition of pair of elements the increase of number of communications maximum of possible length is determined.*

Введение

Известно [1], что задержка распространения сигнала связана с длиной соединений. Поэтому, при проектировании быстродействующих схем, важным критерием является ликвидация (минимизация) связей, длина каждой из которых больше $l_{пред.}$ для данного устройства (плата, блок и т.д.) при данной тактовой частоте сигнала.

Постановка задачи

В общем случае задачу размещения элементов в коммутационном поле (КП) можно сформулировать следующим образом: необходимо найти такое отображение множества элементов $E=\{e_i\}$ на множество позиций КП $T= \{t_k\}$, при котором $F_0= \min (F_i)$, где F – критерий качества размещения. Применительно к минимизации связей с предельно допустимой длиной $l_{пред.}$ математическая постановка задачи имеет следующий вид:

Найти матрицу перестановок X_0 порядка n, для которой

$$F (X_0)= \min_{\{X\}} \max_{\substack{1\le i,\ j \ge n,\\ 1\le k,\ s \ge n}} C_{ij} \cdot d_{ks}\cdot x_{ik} \cdot x_{js},$$

где $\{X\}$ – множество матриц перестановок порядка n ($|\{X\}|=n!$);

матрица $C=\|c_{ij}\|_{n\ x\ m}$, в которой $c_{ij}=1$, если элементы e_i и e_j связаны друг с другом и $c_{ij}=0$ в противном случае;

d_{ks} – расстояние между позициями k и s в КП;

$d_{ks} = | x_k - x_s| + |y_k - y_s|$, x_k, x_s, y_k, y_s - координаты позиций k и s в КП;

x_{ik}, x_{js} – переменные матрицы X, строки которой соответствуют элементам схемы, а столбцы – позициям. Переменные x_{ik} и x_{js} равны 1, если элементы e_i и e_j находятся в позициях k и s, и нулю – в противном случае.

В настоящее время неизвестны какие-либо отличные от полного перебора алгоритмы решения этой задачи.

Итерационный алгоритм размещения

Предлагается итерационный алгоритм парных перестановок элементов, размещённых в КП. В работе [2] аналогичный алгоритм сформулирован следующим образом:

1^0. Находится элемент $e_i \in E$, имеющий связь максимальной длины больше $l_{пред.}$;

2^0. Находится элемент $e_j \in E$, $E=\{e1,e2\ldots e_n\}$ такой, что перестановка пары $e_i,e_j \in E$ уменьшает число связей длины больше $l_{пред}$. Переход к 3^0;

3^0. Из всех пар e_ie_j (см. пункт 2^0) выбирается такая пара, в результате перестановки которой ликвидируется максимальное количество связей длины больше $l_{пред}$. Переход к пункту 4^0;

4^0. Пункты 1^0-3^0 повторяются до тех пор, пока либо не исчезнут все связи длины больше $l_{пред.}$ (Переход 5^0), либо при любой перестановке не удаётся уменьшить число таких связей. Переход к 6^0;

5^0. $l_{пред.}$:= $l_{пред.}$-1. Переход к 1^0;

6^0. Конец.

Данный алгоритм является неэффективным по затратам машинного времени. Предлагается следующая процедура, позволяющая сократить время на поиск пары e_i,e_j и которая является развитием идей, предложенных в работах [3,4].

Найдём приращение числа связей с длиной больше $l_{пред.}$ после перестановки пары $(e_i , e_j) \in E$.

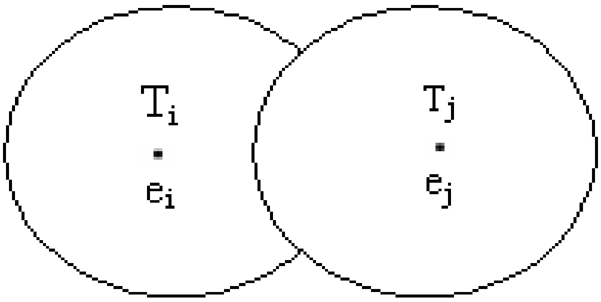

Рисунок 1- Элементы e_i и e_j в множестве позиций T_i и T_j

На рис.1 показаны элементы e_i и e_j. Через T_i и T_j обозначены множества позиций КП, расстояние от каждой из которых до позиций элементов e_i и e_j , соответственно, меньше или равно $l_{пред}$.

Очевидно, что на приращение числа связей с длиной больше $l_{пред.}$ при перестановке элементов e_i,e_j окажут влияние лишь те элементы, которые инцидентны $\{e_i \cup e_j\}$ и находятся в позициях $T_j \setminus T_i$ и $T_i \setminus T_j$ соответственно. Действительно, длина связей элементов смежных с e_i и находящихся в позициях $T_j \setminus T_i$ после перестановки элемента e_i станет меньше или равной $l_{пред.}$ и, наоборот, длина связей элементов в $T_i \setminus T_j$ будет больше $l_{пред}$. Аналогичные рассуждения можно сделать относительно элемента e_j. Обозначим через $S'_{i;Tj\setminus Ti}$ количество связей элемента e_i с элементами, находящимися в позициях $T_j \setminus T_i$, а через $S'_{i;Ti\setminus Tj}$ – количество связей элемента e_i с элементами, находящимися в позициях $T_i \setminus T_j$. Приращение числа связей с длиной больше $l_{пред.}$ для элемента e_i будет иметь вид:

$$\alpha_i = S_{i,Tj\setminus Ti} - S_{i,Ti\setminus Tj} \tag{1}$$

Соответственно для элемента e_j:

$$\alpha_j = S_{j,Ti\setminus Tj} - S_{j,Tj\setminus Ti} \tag{2}$$

Тогда приращение числа связей с длиной больше $l_{пред.}$ при перестановке элементов e_i, e_j будет иметь вид:

$$\Delta S_{ij} = \alpha_i + \alpha_j - 2 S_{ij}, \tag{3}$$

где S_{ij} – число связей между e_i, e_j, каждая из которых больше $l_{пред.}$ и

$$\Delta S_{ij} = \alpha_i + \alpha_j, \tag{4}$$

если каждая связь между e_i, $e_j \le l_{пред.}$.

Среди всех пар элементов множества E необходимо выбрать такую пару элементов, для которой $\Delta S_{ij} = \max \Delta S_{pq} > 0$.

Далее процесс повторяется до тех пор, пока на некотором шаге $\forall \Delta S_{ij} \le 0$. Если в результате перестановок пар элементов исчезнут все связи длины больше $l_{пред.}$, то можно уменьшить значение $l_{пред.} = l_{пред.} - 1$ и весь процесс повторить. Заметим, что после выбора пары элементов e_i, e_j на текущей итерации значение ΔS не пересчитываем для тех пар элементов, которые не инцидентны элементам e_i, e_j. Если имеется альтернатива при выборе пары e_i, e_j, то предпочтение отдаётся той паре элементов, после перестановки которых, суммарная длина соединений будет меньше.

Таким образом, данный алгоритм имеет следующий вид:

1^0. $\forall e_i, e_j \in E$ определяем T_i, T_j и $T_i \setminus T_j$, $T_j \setminus T_i$ $\rightarrow 2^0$;

2^0. $\forall e_i, e_j \in E$ определяем α_i, α_j по формулам 1,2 $\rightarrow 3^0$.

3^0. Находим значение $\Delta S'_{ij}$ по формулам 3 или 4 для всех пар элементов $\rightarrow 4^0$.

4^0. Находим $\Delta S'_{pq} = \max \Delta S'_{ij}$. Проверяем условие $\Delta S'_{pq} > 0$. Если да $\rightarrow 5^0$. Если нет $\rightarrow 6^0$.

5^0. Осуществляем перестановку элементов e_p и e_q; $e_p \leftrightarrow T_q$, $e_q \leftrightarrow T_p$ $\rightarrow 2^0$.

6^0. Конец.

Пример работы алгоритма

Задано множество элементов схемы $E=\{e_1 \div e_6\}$ и связи между ними, отображённые в позиции $T=\{t_1 \div t_6\}$ КП. $l_{пред.}=2$, см. рис.2.

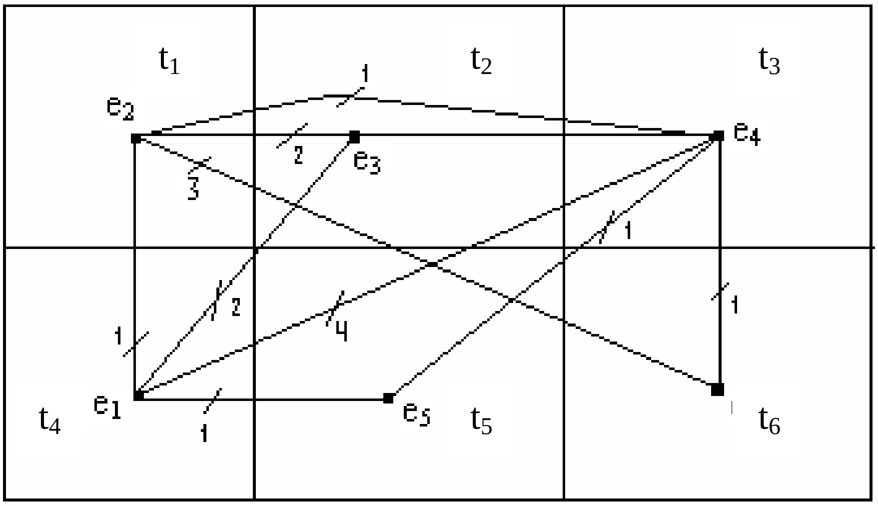

Рисунок 2 – Исходный вариант размещения

Значение l находится из формулы $l = | x_i - x_j | + | y_i - y_j |$, где x,y – координаты элементов e_i, e_j. Расстояние между центрами соседних позиций равно 1. Необходимо минимизировать число связей с длиной больше $l_{пред}$. После применения алгоритма на первой итерации получим 2 варианта размещения с минимальным числом связей длины больше 2. Для этого нужно поменять местами элементы 1 и 2 или 4 и 6. В результате обмена имеем одну связь длины больше 2. Выбираем 1.2. первое по порядку размещение т.к. суммарная длина соединений равна 24 в обоих случаях. Действительно:

$$T_1 = \{t_4, t_5, t_1, t_2\} \quad T_2=\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$$
$$T_1 \backslash T_2 = \{t_6\} \quad T_2 \backslash T_1 = \{t_3\}$$
$$\alpha_1 = S_{1,T2\backslash T1} - S_{1,T1\backslash T2} = S_{1,t3} - S_{1,t6}=4-0=4$$
$$\alpha_2 = S_{2,T1\backslash T2} - S_{2,T2\backslash T1} = S_{2,t6} - S_{2,t3}=4-0=3-1=2$$
$$\Delta S_{12} = \alpha_1+ \alpha_2 – 2.0 = 6$$

До перестановки число связей длины больше 2 было равно 7. Следовательно, после перестановки это число связей стало равным единице. Аналогично можно сделать вычисления для пары 4, 6. После перестановки элементов 1, 2: $e_1 \leftrightarrow T_2$, $e_2 \leftrightarrow T_1$. На следующей итерации меняем местами элементы 2 и 3. В результате обмена исчезнут все связи длины 3. Дальнейшие попытки парного обмена элементов с уменьшением значения $l_{пред.}$ не приводят к минимизации связей с длиной больше $l_{пред.}$. Окончательный вариант размещения элементов приведен рис.3.

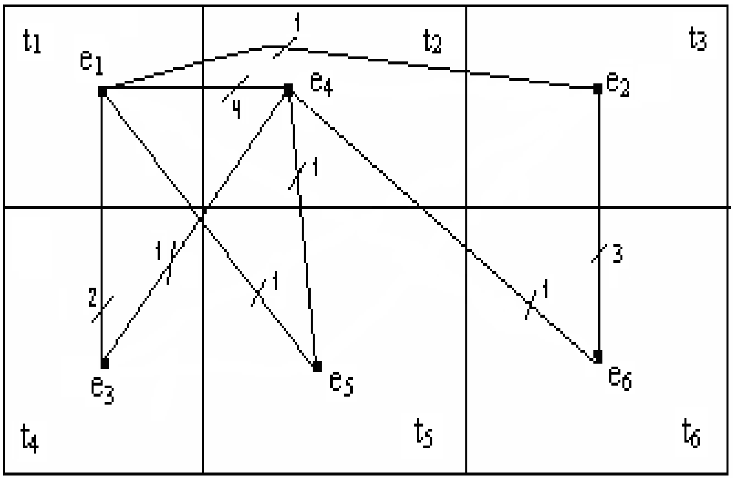

Рисунок 3 – Окончательный вариант размещения

Заключение

Таким образом, в данной работе приведен итерационный алгоритм размещения элементов с минимизацией электрических связей, длина каждой из которых больше предельно допустимой ($l_{пред.}$), основанный на парных перестановках элементов. По заданному исходному размещению выбирается пара элементов в соответствии с критерием (3), которые меняются местами. Далее процесс повторяется до тех пор, пока на некотором шаге все $\Delta S_{ij} \leq 0$. Эффективность алгоритма можно повысить, если вместо одного исходного размещения взять N исходных размещений, полученных с помощью генератора случайных чисел. Однако это увеличивает время решения задачи в N раз. В дальнейшем планируется перейти к перестановке групп вершин ($n > 2$), что позволит получить решение, близкое к оптимальному.

Литература

1. Файзулаев и др. Проблемы и пути технической реализации высокопроизводительных ЭВМ на основе БИС//Управляющие системы и машины, 1980, №6.- С 15-23.
2. Селютин В.А. Машинное конструирование электронных устройств.- М.: Сов. Радио, 1977.- С.182-184.
3. Мелихов А.Н., Кодачигов В.И., Курейчик В.М., Саломатин В.А. О минимизации суммарной весовой функции рёбер графа. В книге: математическое моделирование и теория электрических цепей. Издательство АН УССР, г. Киев 1971, вып. 8.- С.122-150.
4. Лисяк В.В. Стохастические методы размещения и компоновки БИС в параллельных ЭВМ с перестраиваемой архитектурой. Известия ТРТУ. Материалы международной научно-технической конференции. – Таганрог: ТРТУ, 1999, №3, - с.200-203.