

## Анализ и оптимизация кластерных систем с использованием аналитических моделей

Михайлова Т.В.  
Кафедра ПМИИ ДонНТУ  
tanya@ r5.dgtu.donetsk.ua

### Abstract

*Michailova T. Analysis and optimization of cluster systems with the use of analytical models. The modified methods of analysis and synthesis of multiprocessor calculable resources of a different topology by probabilistic models are offered, allowing to analyse and design more wide class of parallel calculable environments.*

### Введение

Для анализа и синтеза различных вычислительных структур, в том числе кластерных, используются непрерывные [1,11,12] или дискретные аналитические модели [2]. Дискретные модели Маркова, отражающие работу вычислительной среды более точно, имеют большую размерность и эффективно отображаются на параллельные вычислительные структуры [9]. Менее трудоемкие непрерывные модели применяются для исследования более сложного класса анализируемых структур.

Кластерные вычислительные системы по критерию совместного использования дискового пространства классифицируются следующим образом: с совместным использованием дискового пространства и без предоставления доступа к ресурсам [5].

### 1. Анализ кластерных систем

На основании методик [3,4] можно построить модели кластеров с совместным использованием дискового пространства и без предоставления доступа к ресурсам. Построим модель кластера топологии  $N \times N$  (рис.1).

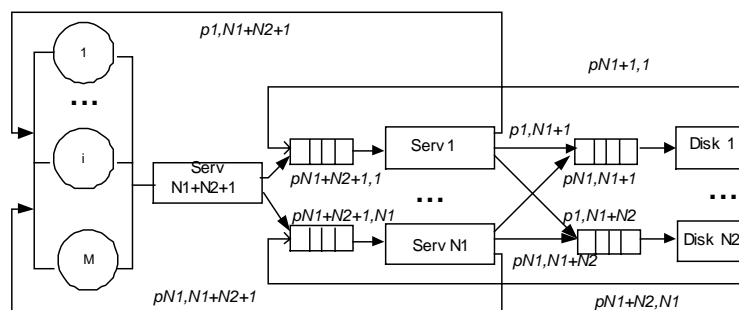


Рисунок 1 – Структура кластера топологии  $N \times N$

В ней  $N1$  кластеров, выполняющих разные приложения,  $N2$  диска. Дисковое пространство неоднородное. Такие кластеры использует,

например, Oracle Parallel Server (для 3- и 4-х узловых кластеров). Эта топология может использоваться с Informix и для организации систем высокой готовности.

Каждая из  $M$  задач с вероятностью  $p_{N1+N2+1,i}$  ( $i = \overline{1, N1}$ ) посылает запрос к  $i$ -му серверу, который, в свою очередь, обрабатывая этот запрос обращаются к  $j$ -му диску с вероятностью  $p_{i,N1+j}$  ( $i = \overline{1, N1}, j = \overline{1, N2}$ ).

Функционирование рассматриваемой системы можно представить замкнутой стохастической сетью, содержащей  $N1+N2+1$  системы массового обслуживания (СМО), в которой циркулирует  $M$  заявок.

По графу передач (рис.2) определяются коэффициенты посещения каждой СМО, решая систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_{N1+N2+1} = 1 + \sum_{i=1}^{N1} p_{i,N1+N2+1} * \alpha_i, \\ \alpha_i = p_{N1+N2+1,i} * \alpha_{N1+N2+1} + \sum_{j=N1+1}^{N1+N2} p_{j,i} * \alpha_j, & i = \overline{1, N1}, \\ \alpha_i = \sum_{j=1}^{N1} p_{j,i} * \alpha_j, & i = \overline{N1+1, N1+N2}. \end{cases}$$

За состояние модели принимается распределение заявок по всем СМО

$$\bar{m} = (m_{N1+N2+1}, m_1, \dots, m_{N1}, m_{N1+1}, \dots, m_{N1+N2}),$$

где  $m_{N1+N2+1} + m_1 + \dots + m_{N1} + m_{N1+1} + \dots + m_{N1+N2} = M$ .

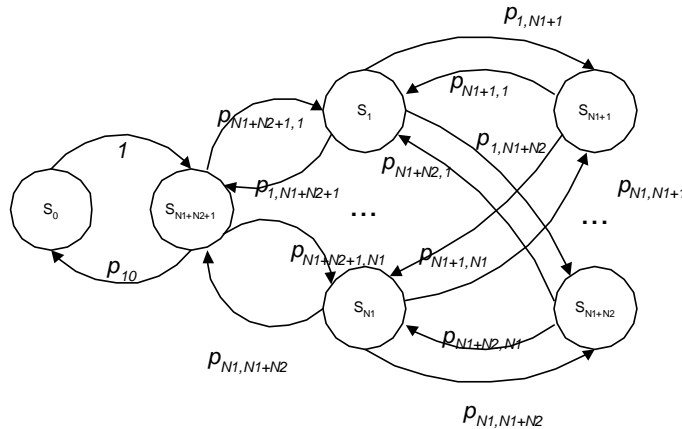


Рисунок 2 – Граф передач кластера топологии NxN

Эта модель может быть использована при анализе топологии кластерных пар при условии:  $N1=N2$  – четное количество (для образования пар); вероятности обращения пар серверов к своим дискам:  $p_{i,N1+i} + p_{i,N1+i+1} = 1, p_{i+1,N1+i} + p_{i+1,N1+i+1} = 1$  ( $i = 1, 3, 5, \dots, N1-1$ ).

Для исследования топологии кольцо вводятся следующие корректировки:  $N1=N2, p_{i,N1+i} = 1$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N1-1$ ),  $p_{N1,i} = 1$  ( $i = 1, 2, \dots, N1$ ).

Исследуем эту вычислительную среду при решении задач различных классов.

Вероятности обращения к серверам приведены в табл.1. Суммарные вероятности обращения к дискам - в табл.2. Деление потоков к дискам между собой (в долях) приведено в табл.3.

Таблица 1 Вероятности обращения к серверам

	Номер варианта			
	1	2	3	4
$p(5,1)$	0.83125	0.59375	0.35625	0.11875
$p(5,2)$	0.11875	0.35625	0.59375	0.83125

Таблица 2 Суммарные вероятности обращения к дискам

	Номер варианта			
	5	6	7	8
$(p(1,3)+p(1,4))$	0.125	0.375	0.625	0.875
$(p(2,4)+p(2,3))$	0.875	0.625	0.375	0.125

Таблица 3 Деление потоков к дискам между собой (в долях)

	Номер варианта			
	9	10	11	12
$p(1,3)$	0.875	0.125	0.875	0.125
$p(1,4)$	0.125	0.875	0.125	0.875
$p(2,4)$	0.875	0.875	0.125	0.125
$p(2,3)$	0.125	0.125	0.875	0.875

Зафиксируем вероятность обращения к серверу (вариант 1) и для каждого варианта обращения к диску (варианты 5-8) будем изменять потоки между дисками (варианты 9 – 12). Минимальное время решения задачи (рис.3) равно 0.34с для варианта (1,6,10).

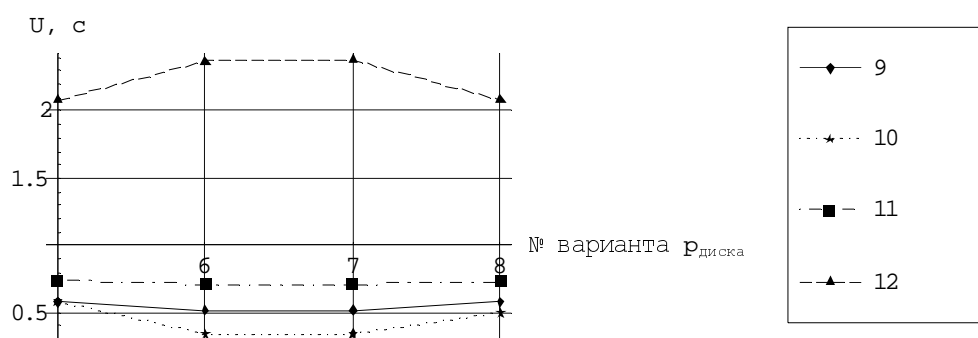


Рисунок 3 – Зависимость времени отклика при различных вероятностях обращения к дискам

В целом, независимо от распределения потока между дисками класс задач, соответствующий варианту (1,10) выполняется быстрее всего (на рис.3- вариант 10). Несколько хуже классы задач, соответствующие вариантам (1,11), (1,9), что можно увидеть на рис.3 – варианты 9, 11. Хуже всего для класса задач(1,12)- на рис.3 – вариант 12. Проанализируем

причины такого разброса, построив графики загрузок серверов для лучшего (вариант 10) и худшего вариантов (вариант 12).

На рис.4 приведены загрузки серверов и дисков для варианта 10 (вероятности обращения к серверу). Устройства оптимально загружены в середине, то есть для вариантов 6 и 7, приближенных к равномерному распределению вероятностей обращений к дискам.

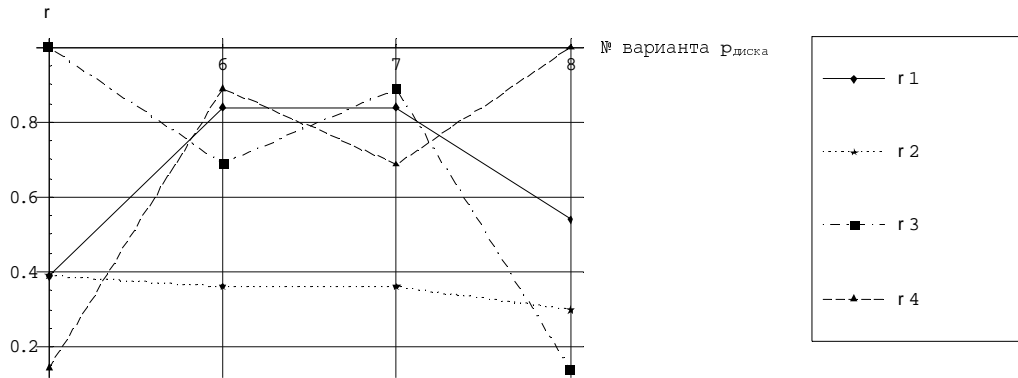


Рисунок 4 – Зависимость загрузки серверов ( $\rho_1, \rho_2$ ) и загрузки дисков ( $\rho_3, \rho_4$ ) от вероятности обращения к диску для варианта 10

Используя полученные при моделировании стационарные вероятности, можно вычислить основные характеристики кластерных систем [2,4] для определения эффективности вычислительной среды по различным критериям.

При использовании критерия минимального времени отклика стоимость кластерной системы несоизмеримо велика. Поэтому в ряде случаев для подбора оптимального коэффициента мультипрограммирования и снижения стоимости можно использовать методику [6], в которой предлагается критерий сбалансированности, составляющие которого цена простоя оборудования и штраф за задержку выполнения запроса.

Аналитические модели используются для выбора вида кластера с определенным классом решаемых на них задач, сравнивая получаемые при моделировании характеристики [7].

Полученные вероятностные модели можно использовать для задач синтеза кластерных структур.

## 2. Синтез кластерных систем

Для оптимизации состава и структуры вычислительных систем можно использовать методы [7], позволяющие определить структуру вычислительной среды минимальной стоимости при заданном времени отклика или, наоборот, с минимальным временем отклика заданной стоимости.

Предлагается модифицированный алгоритм оптимизации состава и структуры кластерных систем с использованием метода средних.

1. Выбирается исходный вектор производительности устройств  $V_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) из условия ограничения. Задаются начальные значения величины шага  $h$ , времени отклика  $U_{opt}=\infty$ , признак определения лучшей точки  $flag=0$  ( $flag=1$ , если определена лучшая точка).

2. Методом средних считаются основные характеристики: средние времена пребывания в  $i$ -ой СМО, время отклика задачи  $U(M)$ , среднее число задач, находящихся в  $i$ -ой СМО.

3. Если  $U(M) < U_{opt}$ , запоминаем новый вектор  $V_k$  ( $k=1, \dots, N$ ), новый рекорд по времени отклика  $U(M) = U_{opt}$ ,  $flag=1$  (определена лучшая точка на данном шаге).

4. Если нет лучшей точки с шагом  $h$  ( $flag=0$ ), уменьшаем его  $h=h/2$ .

5. Если  $h > \varepsilon$ , переходим к п.5, иначе, конец алгоритма.

5. Строим новый вектор  $V_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) =  $V_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) +  $h$  из условия (3). Переходим к п.2.

Начальным приближением для этого метода используется точка, полученная градиентным методом [5]. Затем на границе с единичным шагом выбирается направление координаты, по которой функция улучшается, и вычисляется новая точка. Если нет лучшей точки, шаг уменьшается. Процесс продолжается, пока не будет достигнута заданная точность.

Одна итерация с использованием теоремы о среднем требует  $L*N*M$  операций сложения и умножения (где  $L$  - константа) и еще столько же операций для уточнения на границе. Сложность одной итерации этого алгоритма - полиномиальная.

Алгоритм с использованием теоремы Джексона имеет комбинаторный порядок, а алгоритмы с использованием теоремы о среднем [7] – полиномиальный, что позволяет решать задачи, которые вообще не решаются аналитическим методом на современных ЭВМ в течение реального времени.

## **Выводы**

Предложенные методики анализа эффективности вычислительных систем позволяют получить характеристики функционирования этих сред при решении на них различных классов задач, позволяющие оценить работу кластера по выбранному критерию. Рассмотренные способы оптимизации состава и структур кластерных систем можно использовать для проектирования и комплектации кластеров.

Использование вероятностных моделей при проектировании, эксплуатации и оптимизации кластерных систем позволяет вырабатывать рекомендации по рациональному использованию ресурсов этой вычислительной среды.

## **Литература**

1. Авен О. И. и др. Оценка качества и оптимизация вычислительных систем. – М.: Наука, 1982, 464с.
2. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. – М.: Мир, 1979, 600с. Последовательно - параллельные вычисления: Пер. с англ. - М.: Мир, 1985. - 456 с.
3. Михайлова Т.В. Анализ оценки эффективности кластерных систем с использованием вероятностных моделей //Системний аналіз та інформаційні технології. Тези доповідей учасників Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених. 1-3 липня 2003р., м.Київ, 83-85с.
4. Основы теории вычислительных систем/С.А.Майоров, Г.И.Новиков, Т.И.Алиев и др.М.: Высшая школа, 1978, 408с.
5. Спортак М., Франк Ч., Паппас Ч. и др. Высокопроизводительные сети. Энциклопедия пользователя.-К.:”ДиаСофт”, 1998.-432с.
6. Фельдман Л.П., Михайлова Т.В. Оценка эффективности кластерных систем с использованием моделей Маркова. //Известия ТРТУ. Тематический выпуск: Материалы Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Компьютерные технологии в инженерной и управленческой деятельности». – Таганрог: ТРТУ, 2002. – №2 (25). – С. 50–53.
7. Фельдман Л.П., Михайлова Т.В. Способы оптимизации состава и структуры высокопроизводительных вычислительных систем //Научные труды Донецкого государственного технического университета. Серия «Информатика, кибернетика и вычислительная техника»(ИКВТ-2001).- Донецк: ДонГТУ.- 2000. С. 80-85.
8. Фельдман Л.П., Дедищев В.А. Математическое обеспечение САПР. Моделирование вычислительных и управляющих систем. – Киев: УМК ВО, 1992, 256с.
9. Фельдман Л.П., Михайлова Т.В. Параллельный алгоритм построения дискретной марковской модели /Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы четвертого Международного научно-практического семинара и Всероссийской молодежной школы. /Под редакцией член-корреспондента РАН В.А. Сойфера. – Самара, 2004. – С. 249–255.
10. Шнитман В. Современные высокопроизводительные компьютеры. Информационно-аналитические материалы центра информационных технологий, 1996: [http://hardware/app\\_kis](http://hardware/app_kis)
11. Cremonesi P., Gennaro C. Integrated Performance Models for SPMD Applications and MIMD Architectures //IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, vol. 13, №7, jul.2002, PP.745-757
- 12 Varki E. Response Time Analysis of Parallel Computer and Storage Systems //IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, vol. 12, №11, nov.2001, PP.1146-1161