

Синтез структуры и параметров аэродинамической модели длинных горных выработок вентиляционных систем угольных шахт

Лапко В.В., Чередникова О.Ю.
кафедра ЭВМ ДонНТУ, lapko@cs.dgtu.donetsk.ua,
ola@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Lapko V.V., Cherednikova O.J. Synthesis of the structure and parameters of an aerodynamic model for long mine workings of coal ventilation mine systems . The work considers an algorithm for implementation of approximate mathematical models with specified accuracy for aerodynamic processes in long mine workings. Analytical dependencies for determining model structure and parameters have been developed.

Введение

В связи с достаточно высокой частотой возмущающих воздействий, динамические свойства выработок вентиляционных систем в общем случае определяются весьма сложными уравнениями в частных производных [1,2]. Поэтому на практике при построении математических моделей аэродинамики выработок используют приближенные модели, адекватные с определенной точностью полной модели. При этом уравнения в частных производных заменяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которые при использовании метода электрогидравлических аналогий сводятся к цепи одноступенчатых симметричных четырехполюсников с сосредоточенными параметрами [3]. Основным вопросом при построении таких моделей является определение минимального количества звеньев, обеспечивающего достаточную для практики точность воспроизведения динамики длинных выработок [3]. Для минимизации количества четырехполюсников цепочечной модели было предложено использовать экспериментальные методы машинного моделирования [2], либо аналитические методы, основанные на исследовании частотных характеристик приближенной модели, состоящей из цепи четырехполюсников [3]. При этом как в первом подходе, так и втором случае для оценки точности приближенной математической модели применялись косвенные методы вместо эталонных решений, что существенно снижает доказательность полученных рекомендаций.

В настоящей работе предлагается метод синтеза структуры и параметров приближенной математической модели на основе теоретически

известной частотной характеристики длинной выработки с распределенными параметрами.

Математическое описание динамики горной выработки

Для определения минимального по сложности приближенного математического описания динамики длинной выработки, рассмотрим одиночную однородную горную выработку вентиляционной системы, на входе которой включен вентилятор с заданным напором $H(t)$ и внутренним сопротивлением R_i , нагруженную на аэродинамическое сопротивление R_H (рис.1).

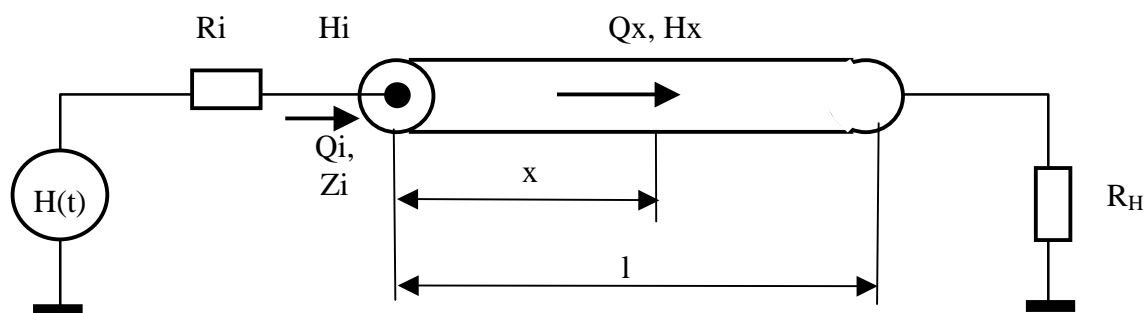


Рисунок 1 – Эскиз исследуемой одиночной длинной горной выработки

В любом сечении такой выработки уравнение аэродинамического состояния в общем случае описывается дифференциальными уравнениями в частных производных, известными как телеграфные уравнения [1,2]:

$$-\frac{\partial H(x, t)}{\partial x} = L_0 \frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + R_0 Q(x, t); \quad (1)$$

$$-\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = C_0 \frac{\partial H(x, t)}{\partial t} + G_0 H(x, t), \quad (2)$$

где $H(x, t)$ – распределение напора вдоль выработки, $\text{н} \cdot \text{м}^{-2}$;

$Q(x, t)$ – распределение расхода вдоль выработки, $\text{м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$;

$L_0 = \rho / F$ – удельная акустическая масса, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-5}$

$C_0 = F / (\rho a^2)$ – удельная акустическая гибкость, $\text{м}^3 \cdot \text{с}^2 \cdot \text{кг}^{-1}$;

R_0 – удельное дифференциальное сопротивление выработки, $\text{н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-6}$;

G_0 – удельная дифференциальная проводимость стенок выработки, $\text{м}^4 \cdot \text{н}^{-7} \cdot \text{с}^{-1}$;

x – расстояние от начала выработки, м ;

ρ – плотность воздуха в выработке, $\text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1}$;

F – сечение выработки, м^2 ;

a – скорость звука (ударной волны) в выработке, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$.

Передаточная функция горной выработки по входу или входной импеданс $Z_i(p)$, в общем случае определяются зависимостью [3,4]:

$$Z_i(p) = \frac{H_i(p, \omega)}{Q_i(p, \omega)} = Z_0 \frac{R_H \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_0 \operatorname{sh}(\gamma l)}{Z_0 \operatorname{ch}(\gamma l) + R_H \operatorname{sh}(\gamma l)}, \quad (3)$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{R + pL}{G + pC}}$ – волновое сопротивление выработки, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-4} \cdot \text{с}^{-1}$;

$R = R_0 \cdot l$ – дифференциальное аэродинамическое сопротивление горной выработки;

$L = L_0 \cdot l$ – акустическая масса горной выработки;

$C = C_0 \cdot l$ – акустическая гибкость горной выработки;

$G = G_0 \cdot l$ – дифференциальная проводимость стенок выработки;

$\gamma = \sqrt{(pL_0 + R_0)(pC_0 + G_0)}$ – постоянная распространения волны вдоль выработки при изменении входного напора, м^{-1} ;

l – длина выработки;

$H_i(p, \omega) / Q_i(p, \omega)$ – передаточная функция горной выработки по входу.

В общем случае, очевидно, передаточная функция горной выработки по входу является весьма сложной зависимостью, однако при согласовании нагрузки (R_H) с волновым сопротивлением горной выработки (Z_0) (при $R_H = Z_0$), получим более простое выражение:

$$Z_i(p) = Z_0(p) = \sqrt{\frac{R + pL}{G + pC}} \quad (5)$$

При достаточно высоких частотах характер переходных процессов в горной выработке (динамика горной выработки), очевидно, определяется инерционностью (L) и сжимаемостью (C) воздушного потока. Это позволяет оценку точности динамической приближенной модели горной выработки без потери общности производить для условий, когда $R=G=0$. Тогда для согласования выходного волнового сопротивления (Z_0) выработки и сопротивления нагрузки R_H его необходимо принимать чисто активным и равным:

$$R_H = Z_0 \Big|_{\substack{R=0 \\ G=0}} = \rho a / F. \quad (6)$$

При этих условиях частотная характеристика передаточной функции по входу горной выработки существенно упрощается и определяется выражением:

$$Z_i(\omega) = H_i(\omega) / Q_i(\omega) = R_i + Z_0 = R_i + (\rho a / F). \quad (7)$$

Следовательно, в рассматриваемой горной выработке без потерь (при $R=0$ и $G=0$) независимо от ее длины амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) будет постоянной во всем диапазоне частот (от $\omega=0$ до $\omega = \infty$), а сдвиг фазы оставаться равным нулевому значению во всем диапазоне частот.

Для построения приближенной динамической модели длинной выработки с распределенными параметрами будем исходить из того, что каждый бесконечно малый отрезок выработки представляет собой четырехполюсник с сосредоточенными параметрами (рис.2), а вся выработка с определенной точностью может моделироваться конечной цепью таких четырехполюсников с сосредоточенными параметрами (рис.3).

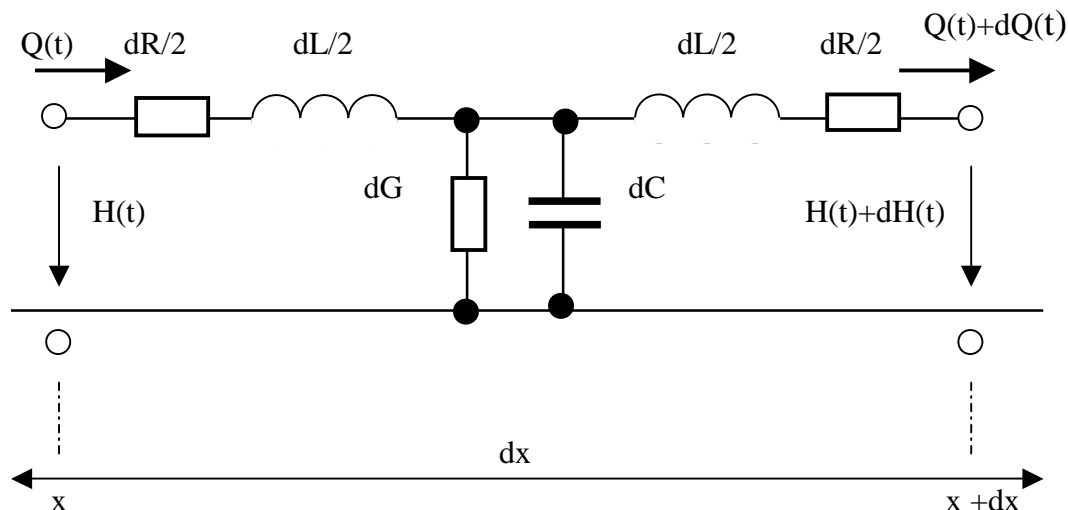


Рисунок 2 – Эквивалентная схема замещения бесконечно малого отрезка длинной горной выработки с распределенными параметрами

Из условия, что входное сопротивление каждого такого четырехполюсника (рис.3) одинаково, характеристическое сопротивление цепи четырехполюсника соответствует характеристическому сопротивлению каждого из них [5] :

$$Z_x^2 = Z_1 Z_2 + Z_1^2 / 4, \quad (8)$$

где $Z_1 = R1 + pL1$; $Z_2 = 1/(G1+pC1)$;

$R1$, $L1$, $G1$ и $C1$ – соответственно аэродинамическое сопротивление, акустическая масса, проводимость стенок выработки и акустическая гибкость одного звена модели выработки.

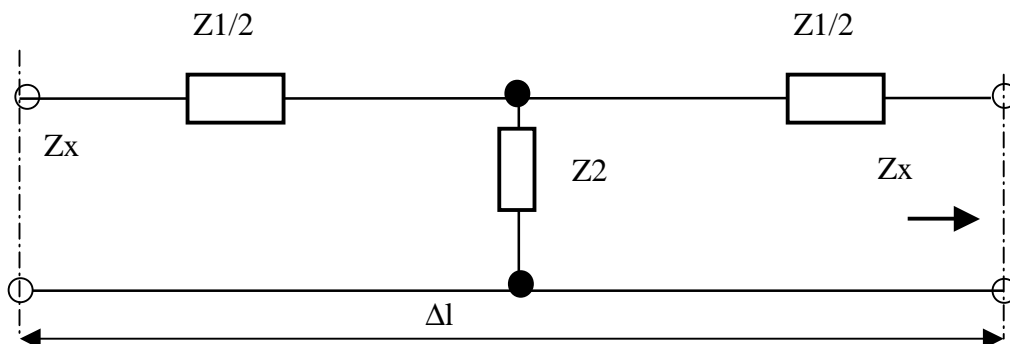


Рисунок 3 – Эквивалентная схема одного дискретного участка длинной горной выработки

Выражение (8) может быть преобразовано к виду

$$Z_x^2 = Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right), \quad (9)$$

где $Z_1 Z_2 = \frac{R1 + pL1}{G1 + pC1}$,

$$Z1/Z2 = (R1 + pL1) (G1 + pC1).$$

Если приближенная модель горной выработки длиной l с параметрами R, L, G и C образует цепь из n – звеньев (рис.3), то последние соотношения можно представить в виде:

$$Z_1 Z_2 = \frac{(R + pL)/n}{(G + pC)/n} = \frac{R + pL}{G + pC} = Z_0^2;$$

$$Z1/Z2 = (R+pL)(G+pC)/n^2.$$

Подставляя полученные соотношения в (9), получим:

$$Z_x^2 = Z_0^2 (1 + (R+pL)(G+pC)/(4n^2)). \quad (10)$$

Для модели идеальной горной выработки без потерь из (10) и с учетом значения $p^2 = -\omega^2$ получим:

$$Z_x^2 = Z_0^2 \left[1 - \frac{\omega^2 (LC)}{4n^2} \right] \text{ или} \quad (11)$$

$$Z_x = Z_0 \sqrt{1 - \omega^2 (LC)/(4n^2)}$$

Таким образом, при замене выработки конечным количеством симметричных четырехполюсников (рис.3), характеристическое сопротивление цепи из четырехполюсников изменяется от Z_0 (при $\omega = 0$ или $n = \infty$ (при $\omega \neq 0$)) и до нуля при $\frac{\omega^2 LC}{4n^2} = 1$. Если принять допустимое

отклонение характеристического сопротивления от волнового сопротивления выработки Z_0 равным δ ($Z_x/Z_0 = \delta$), то условие адекватности частотной характеристики выработки и частотной характеристики приближенной модели из цепи четырехполюсников будет определяться соотношением:

$$\left[1 - \frac{\omega^2 (LC)}{4n^2} \right] = \delta^2.$$

Подставляя выражение для акустической массы и гибкости выработки длиной l ($L = \frac{\rho l}{F}$ и $C = \frac{Fl}{\rho a^2}$), получим:

$$\frac{\omega l}{2na} = \sqrt{1 - \delta^2},$$

где $l/n=\Delta l$ – длина выработки, эквивалентная одному звену приближенной модели.

Из последнего выражения следует, что адекватность динамики приближенной модели и натуры достигается при выполнении соотношения:

$$l = \frac{2a\sqrt{1-\delta^2}}{\omega} n. \quad (12)$$

Из полученного условия на рис.4 показана зависимость количества дискретных звеньев модели от длины выработки.

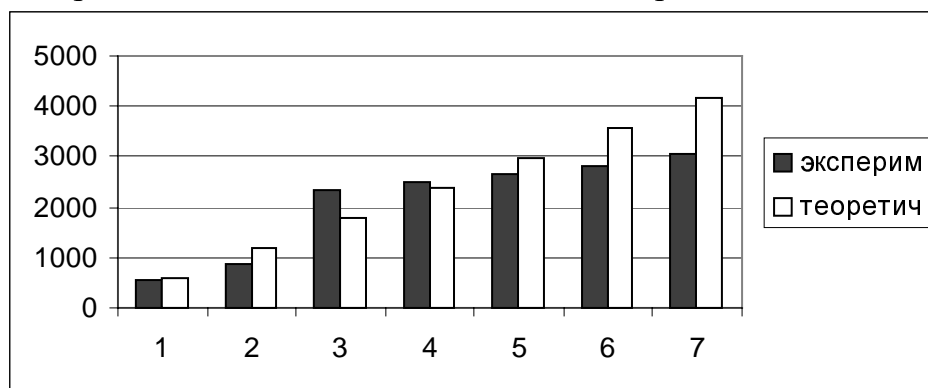


Рисунок 4 – Зависимость необходимого количества дискретных элементов приближенной модели от длины выработки

Оценка точности модели

Для экспериментальной проверки полученной зависимости методами машинного моделирования были построены частотные характеристики для согласованных по входу ($R_i = Z_0$) и выходу ($R_n = Z_0$) приближенных моделей для горных выработок длиной от 500 метров до 4000 метров.

В экспериментальных исследованиях методами машинного моделирования цепочечной модели выработки необходимая точность АЧХ, эквивалентная ошибке $Z_x/Z_0 = \delta$, определялась исходя из следующих соображений.

Согласно рис.1, сигнал на входе согласованной по входу и выходу выработки определяется отношением:

$$U_i = U Z_0 / (R_i + Z_0).$$

Учитывая, что в согласованной выработке $R_i = Z_0$, для такой выработки получим $U_i = U/2$. Из этого следует, что АЧХ по входу такой выработки определяется формулой:

$$U_i/U = 1/2. \quad (13)$$

Напряжение на входе выработки при разделении ее на дискретные участки определяется соотношением:

$$U_x = U Z_x / (Z_0 + Z_x).$$

Откуда следует, что АЧХ по входу цепочечной модели определяется соотношением:

$$U_x/U = Z_x / (Z_0 + Z_x) = (Z_x/Z_0) / (1 + Z_x/Z_0) = \delta / (1+\delta), \quad (14)$$

где δ - допустимое отклонение характеристического сопротивления от волнового сопротивления выработки.

Если отношение АЧХ согласованной выработки (1/2) к входной АЧХ при разделении выработки длиной l на n частей обозначить δ_u , то из (14) следует:

$$\delta_u = 2\delta / (1+\delta). \quad (15)$$

Следовательно, например, при $\delta=0.9$ имеем $\delta_u=0.95$.

С учетом (15) на рис.4 показана зависимость количества дискретных участков (n) в приближенной модели от длины выработки, полученная экспериментально методами машинного моделирования. Построения выполнены для $\omega=0.5$ и $\delta=0.9$ (соответственно при $\delta_u=0.95$).

Из полученных зависимостей следует, что для выработки длиной 550 метров для обеспечения точности по частотным характеристикам $\delta_u=0.95$ достаточно одного четырехполюсника ($n=1$). Это хорошо совпадает с результатами вычислений по (12). При этом АЧХ приближенной модели при $n=1$ для выработки длиной $l=550$ м достоверно отображает эталонную АЧХ вплоть до $\omega_{гр} \cong 0.5 \text{ с}^{-1}$. При приближении к этой граничной частоте $\omega_{гр}$, в приближенной модели появляются потери из-за отражения, возникающего вследствие рассогласования между характеристическим сопротивлением цепи из четырехполюсников Z_x и соответственно сопротивлением нагрузки $R_H = Z_0$. При увеличении количества звеньев до двух (и уменьшении длины дискретного элемента модели Δl) граничная рабочая частота приближенной модели расширяется, и ее частотная характеристика в большем диапазоне воспроизводит эталонную характеристику выработки.

При увеличении длины выработки сходимость аналитических расчетов требуемого количества дискретных элементов (n) и фактически требуемого количества звеньев несколько хуже, однако не превышает 20%.

Заключение

В работе получены аналитические зависимости требуемого количества дискретных элементов (n) приближенной модели длинных выработок от длины выработки и заданного диапазона рабочих частот выработки ($\omega_{гр}$).

Методами машинного эксперимента показано, что полученные аналитические зависимости с достаточной для практики точностью позволяют определить структуру (количество дискретных звеньев) и параметры каждого звена по значению аэродинамических и акустических параметров длинной выработки.

Планируется с использованием полученных результатов исследовать частотный диапазон и характер динамики сложных сетей реальных горных выработок.

Литература

1. Матикашвили Т.И. Составление математической модели вентиляционной системы с распределенными параметрами и автоматическими регуляторами.- Сб. «Вопросы динамики шахтных турбомашин и их сетей». Тбилиси, «Мецниереба», 1967.
2. Фельдман Л. П., Святный В.А. Исследование динамики воздушного потока на аналоговой вычислительной машине. – Известия ВУЗов. Горный журнал, 1966, №6, с.63-67.
3. Петров Н.Н., Ермолаев П.Н. Методы синтеза систем автоматического регулирования вентиляторов главного проветривания.- В кн. «Автоматическое управление в горном деле». Сб. научных трудов, - Новосибирск ИГД СО АН СССР, 1971, с.23-49.
4. Ермолаев П.Н., Петров Н.Н., Кайгородов Ю.М., Пономарев П.Т. Частотные свойства шахтной вентиляционной сети как объекта автоматического управления. В кн. «Автоматическое управление в горном деле». Сборник научных трудов ИГД СО АН СССР, Новосибирск, 1977, с.16-22.
5. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, том 1, «Энергия», М., 1964.