

УДК 681.5.08

Е.М. Томилин, Н.И. Чичикало

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра радиотехники и защиты информации
E-mail: tommi-lin@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ЗОН ПРОХОДНЫХ ПЕЧЕЙ

Аннотация

Томилин Е.М., Чичикало Н.И. Математическая модель определения угловых коэффициентов излучения объемных и поверхностных зон проходных печей. В статье предложена методика определения угловых коэффициентов взаимного облучения газовых объемов проходной печи прямоугольного сечения, а также коэффициентов взаимного облучения газового объема и поверхности рабочего пространства.

Ключевые слова: *элементарный угловой коэффициент излучения, элементарная площадка, элементарный объем.*

Общая постановка проблемы.

На сегодняшний день существует множество способов описания тепловых процессов, имеющих место внутри проходных печей. Одним из таких методов является резольвентный зональный метод расчёта температур и тепловых потоков в рабочем пространстве печи [3]. Основным понятием, с которым оперирует данный метод, является понятие углового коэффициента излучения. Имеются различные методы их расчёта - аналитический, графоаналитический, метод поточной алгебры, метод светового моделирования, метод аналогий. Аналитический метод основан на непосредственном интегрировании математического выражения для элементарного углового коэффициента излучения (см. 1). В графоаналитическом методе определения углового коэффициента операции интегрирования заменяются графическим проектированием. В методе поточной алгебры интегрирование заменяется простыми алгебраическими операциями. В основе метода лежат геометрические свойства лучистых потоков: свойство взаимности, замыкаемости, затеняемости, совмещаемости и д.р. При использовании метода светового моделирования лучистые потоки заменяются световыми. Световое моделирование обладает рядом преимуществ: в нём устраняются трудности, связанные с измерением лучистых потоков, особенно в условиях высоких температур; устраняются побочные явления, к которым относятся перенос тепла конвекцией и теплопроводностью; опыты проводятся при комнатных температурах. К методу аналогий можно отнести метод электрического моделирования. [1]

В данной работе рассматривается построение математической модели определения угловых коэффициентов взаимного облучения двух газовых объемов и взаимного облучения газового объема и одной из поверхностей рабочего пространства печи, на основании одного из аналитических методов. В качестве модели элементарного газового объема рассматривается элементарный параллелепипед. Всё внутреннее рабочее пространство проходной печи разделим на объемные и поверхностные зоны (рис. 1).

Постановка задачи исследования.

Разработать математическую модель определения угловых коэффициентов взаимного облучения двух газовых объемов и взаимного облучения газового объема и одной из поверхностей рабочего пространства печи.

Решение задачи и результаты исследований.

Существует общая методика расчёта элементарных угловых коэффициентов излучения, предложенная в [1]. Однако нам необходимо построить конкретную математическую модель определения угловых коэффициентов излучения между газовыми объёмами и внутренними поверхностями стенок печи, а также коэффициентов взаимного облучения газовых объёмов.

Для этого разобьём внутреннее пространство печи на поверхностные и объёмные зоны [2]. Площадь боковых стенок в расчёт принимать не будем. Часть поверхностных зон будет образована кладкой (к), а часть – поверхностью нагреваемого металла (м). Интересующие нас газовые объёмы и поверхностная зона заштрихованы.

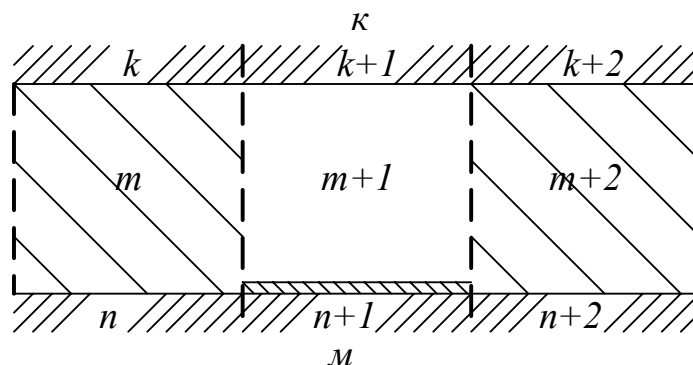


Рисунок 1 – Внутреннее пространство печи

При расчётах интересующие нас элементарные излучающие объёмы будем имитировать элементарными параллелепипедами, т.е. бесконечно тонкими плоскими площадками. Тогда возьмём формулу для расчёта элементарных угловых коэффициентов излучения [1] между элементарными площадками, а затем проинтегрируем их по всей глубине интересующих нас газовых объёмов. Существуют формулы для расчета основных энергетических характеристик точечных источников излучения [5], однако для резольвентного зонального метода необходимо знать угловые коэффициенты излучения между зонами.

Обобщённая формула для расчёта элементарных угловых коэффициентов излучения:

$$d\varphi_{1,2} = \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi \cdot r^2} dF_2, \tag{1}$$

где $d\varphi_{1,2}$ - элементарный угловой коэффициент излучения с площадки dF_1 на dF_2 ; ψ_1, ψ_2 - углы между нормальными n_1, n_2 и осью телесного угла ω , который идёт из элементарной площадки dF_1 на dF_2 ; r - расстояние между центрами элементарных площадок dF_1 и dF_2 . Однако для данной формулы существует ограничение – неопределённость деления на ноль при непосредственной близости излучающих поверхностей, т.е. при $r = 0$. Для нахождения значений коэффициентов излучения, между излучающей площадкой и газовым объёмом, возьмём повторный интеграл – один по площади F_1 , второй – по объёму V_2 :

$$\varphi_{1,2} = \int_{F_1} \int_{V_2} \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi \cdot r^2} dV_2 dF_1. \tag{2}$$

Для нахождения значений коэффициентов излучения, между двумя газовыми объёмами, возьмём повторный интеграл – по объёмам V_1 и V_2 :

$$\Phi_{1,2} = \int_{V_1} \int_{V_2} \frac{\cos \psi_1 \cdot \cos \psi_2}{\pi \cdot r^2} dV_2 dV_1. \quad (3)$$

Из аналитической геометрии известно, что расстояние между двумя точками A_1 и A_2 , имеющими координаты (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) соответственно, рассчитывается по формуле [4]:

$$A_1 A_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}. \quad (4)$$

Применяя формулу для наших двух случаев получим: $x_1 - x_2 = S_1 - S_2 = \Delta S$, $y_1 - y_2 = L_1 - L_2 = \Delta L$, $z_1 - z_2 = H_1 - H_2 = \Delta H$, где (S_1, L_1, H_1) и (S_2, L_2, H_2) - координаты центров элементарных площадок dF_1 и dF_2 . Тогда величина r будет равна:

$$r = \sqrt{\Delta S^2 + \Delta H^2 + \Delta L^2}. \quad (5)$$

Отсюда для поверхностной зоны и газового объёма, изображённых на рисунке 2, имеем: $\cos \psi_1 = \frac{H_2}{r}$, $\cos \psi_2 = \frac{\Delta L}{r}$. Следовательно $\Phi_{1,2}$ равен:

$$\begin{aligned} \Phi_{1,2} &= \int_{F_1} \int_{V_2} \frac{H_2 \cdot \Delta L}{\pi \cdot r^4} dV_2 dF_1 = \int_{F_1} \int_{V_2} \frac{H_2 \cdot \Delta L}{\pi \cdot (H_2^2 + \Delta L^2 + \Delta S^2)^2} dV_2 dF_1 = \\ &= \int_0^{S_1} \int_0^{L_1} \int_0^{H_2} \int_0^{S_2} \int_0^{L_2} \frac{H_2 \cdot |L_1 - L_2|}{\pi \cdot ((H_2)^2 + (L_1 - L_2)^2 + (S_1 - S_2)^2)^2} dL_2 dS_2 dH_2 dL_1 dS_1. \end{aligned} \quad (6)$$

А для двух газовых объёмов, изображённых на рисунке 4, имеем: $\cos \psi_1 = \cos \psi_2 = \frac{\Delta L}{r}$. Тогда $\Phi_{1,2}$ равен:

$$\begin{aligned} \Phi_{1,2} &= \int_{V_1} \int_{V_2} \frac{\Delta L \cdot \Delta L}{\pi \cdot r^4} dV_2 dV_1 = \int_{V_1} \int_{V_2} \frac{\Delta L^2}{\pi \cdot (\Delta H^2 + \Delta L^2 + \Delta S^2)^2} dV_2 dV_1 = \\ &= \int_0^{H_1} \int_0^{S_1} \int_0^{L_1} \int_0^{H_2} \int_0^{S_2} \int_0^{L_2} \frac{(L_1 - L_2)^2}{\pi \cdot ((H_1 - H_2)^2 + (L_1 - L_2)^2 + (S_1 - S_2)^2)^2} dL_2 dS_2 dH_2 dL_1 dS_1 dH_1. \end{aligned} \quad (7)$$

В [1] предложена общая методика определения угловых коэффициентов излучения. Однако там отсутствуют наглядные примеры связей между ключевыми элементами. А с помощью математических моделей [6] и [7], в которых учтены конкретные взаимосвязи между площадями F , объёмами V , расстояниями r и углами ψ , можно определить угловые коэффициенты излучения между газовыми объёмами и внутренними поверхностями стенок печи, а также коэффициенты взаимного облучения газовых объёмов. Они применяются при моделировании тепловых процессов, происходящих внутри печи. С их помощью вычисляются коэффициенты радиационного обмена. Затем, в итерационном цикле, - температуры кладки и нагреваемого материала.

Реализация данных моделей в различных пакетах прикладных программ весьма затруднительна, из-за наличия большого объема вычислений. Поэтому ниже предлагается вариант решения данной проблемы при помощи пакета Mathcad. Здесь непрерывные интегралы заменяются конечными интегральными суммами.

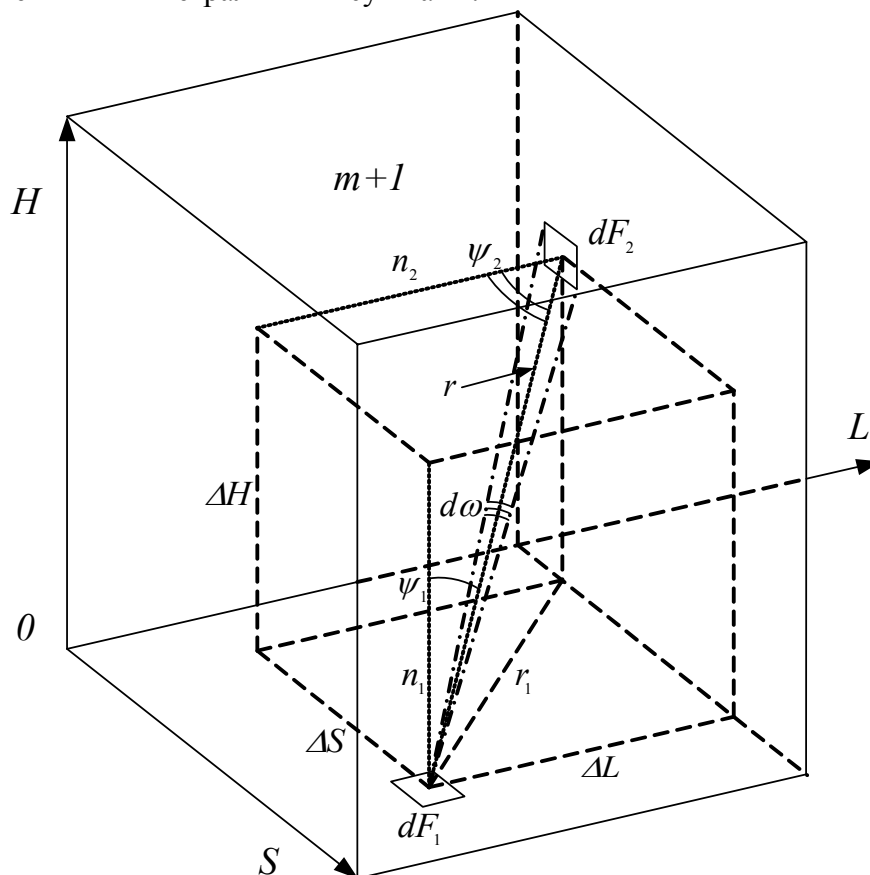


Рисунок 2 – Фрагмент объекта к определению коэффициентов излучения между поверхностной зоной и газовым объёмом

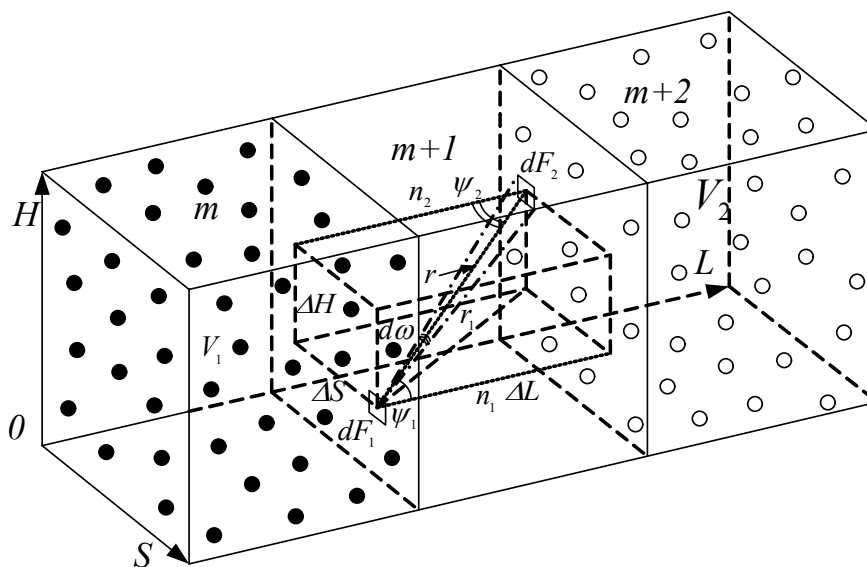


Рисунок 3 – К определению коэффициентов излучения между поверхностной зоной и газовым объёмом

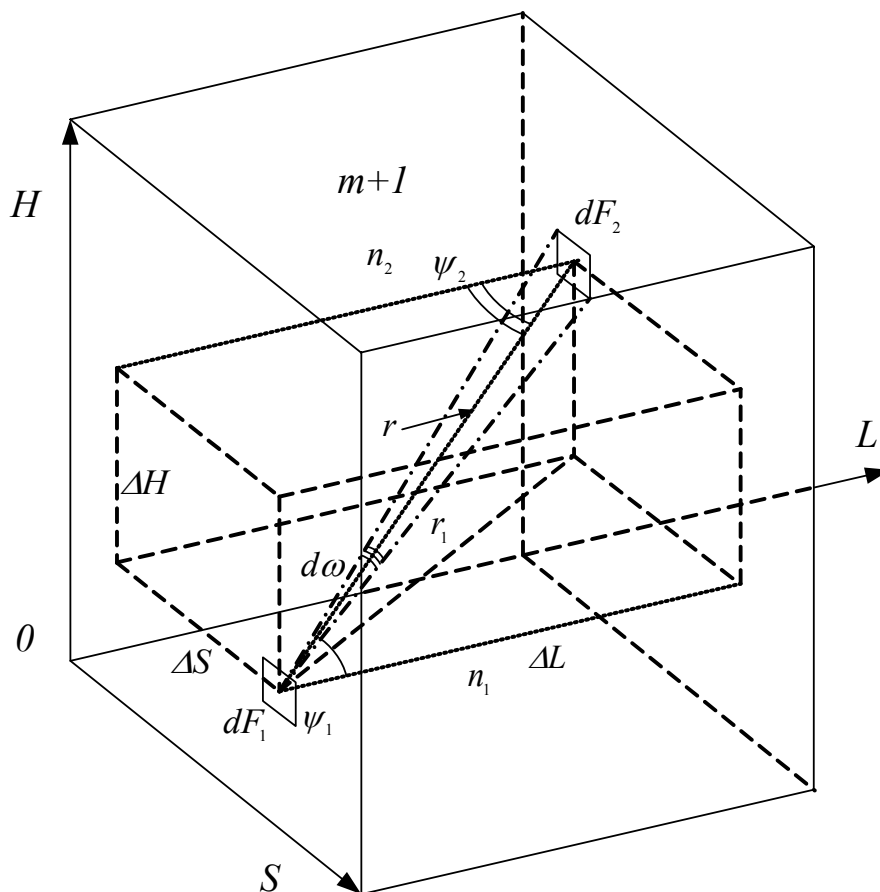


Рисунок 4 – Фрагмент объекта к определения коэффициентов излучения между газовыми объёмами

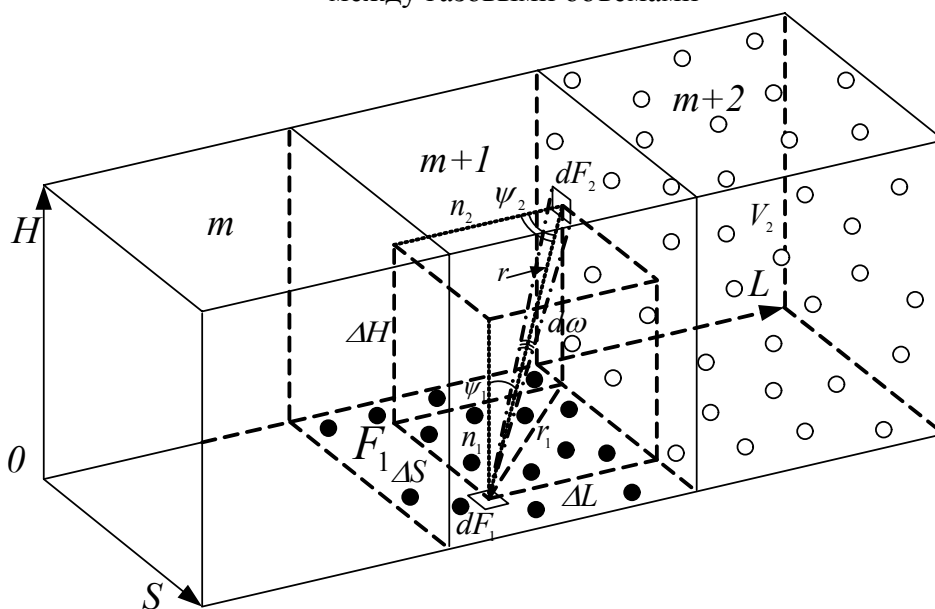


Рисунок 5 – К определению коэффициентов излучения между объёмными зонами
 Пример реализации работы математической модели определения коэффициента излучения в пакете Mathcad между объёмной и плоской зоной:

```

φ2535 := φ2535 ← 0
        znam ← 10
        ΔS2 ←  $\frac{2.9}{znam}$ 
        ΔS1 ←  $\frac{2.9}{znam}$ 
        ΔH2 ←  $\frac{H}{znam}$ 
        ΔI2 ←  $\frac{L1}{znam}$ 
        ΔI1 ←  $\frac{L1}{znam}$ 
        ΔV2 ← ΔI2 · ΔH2 · ΔS2
        ΔF1 ← ΔI1 · ΔS1
        for S2 ∈ 0.. znam
            for S1 ∈ 0.. znam
                for H2 ∈ 0.. znam
                    for I2 ∈ 0.. znam
                        for I1 ∈ 0.. znam
                            φ2535 ←  $\frac{(I1 \cdot \Delta I1 - I2 \cdot \Delta I2 + L1) \cdot H2 \cdot \Delta H2}{\pi \cdot [(I1 \cdot \Delta I1 - I2 \cdot \Delta I2 + L1)^2 + (S1 \cdot \Delta S1 - S2 \cdot \Delta S2)^2 + (H2 \cdot \Delta H2)^2]^2} \cdot \Delta F1 \cdot \Delta V2 + \phi2535$ 
                        φ2535
    
```

φ2535 = 0.298 Пример реализации работы математической модели определения коэффициента излучения в пакете Mathcad для двух объемных зон:

```

φ2535 := φ2535 ← 0
        znam ← 10
        ΔS2 ←  $\frac{2.9}{znam}$ 
        ΔS1 ←  $\frac{2.9}{znam}$ 
        ΔH2 ←  $\frac{H}{znam}$ 
        ΔH1 ←  $\frac{H}{znam}$ 
        ΔI2 ←  $\frac{L1}{znam}$ 
        ΔI1 ←  $\frac{L1}{znam}$ 
        ΔV1 ← ΔI1 · ΔH1 · ΔS1
        ΔV2 ← ΔI2 · ΔH2 · ΔS2
        for S2 ∈ 0.. znam
            for S1 ∈ 0.. znam
                for H2 ∈ 0.. znam
                    for H1 ∈ 0.. znam
                        for I2 ∈ 0.. znam
                            for I1 ∈ 0.. znam
                                φ2535 ←  $\frac{(I1 \cdot \Delta I1 - I2 \cdot \Delta I2 + L1)^2}{\pi \cdot [(I1 \cdot \Delta I1 - I2 \cdot \Delta I2 + L1)^2 + (S1 \cdot \Delta S1 - S2 \cdot \Delta S2)^2 + (H1 \cdot \Delta H1 - H2 \cdot \Delta H2)^2]^2} \cdot \Delta V1 \cdot \Delta V2 + \phi2535$ 
                                φ2535
    
```

φ2535 = 0.586

Выводы.

1. Разработана математическая модель определения угловых коэффициентов взаимного облучения газовых объемов, а так же газового объема и поверхностной зоны проходной печи прямоугольного сечения, на основании интегрирования элементарного излучающего параллелепипеда по его объёму.

2. Полученные коэффициенты можно применять в резольвентном зональном методе определения тепловых потоков и температур рабочего пространства печей.

Литература

1. Исаченко В.П. Теплопередача / Виктор Павлович Исаченко. – М.: Энергоиздат, 1981. – 488 с.
2. Арутюнов В.А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей / Владимир Александрович Арутюнов. – М.: «Металлургия», 1990. – 240 с.
3. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача / Александр Андреевич Самарский. – М.: УРСС, 2003. – 784 с.
4. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия: конспект лекций / Юлия Валериевна Щербакова. – М.: ЭКСМО, 2007. – 160 с.
5. Макаров А.Н. Теория и практика теплообмена в электродуговых и факельных печах, топках, камерах сгорания / Анатолий Николаевич Макаров. – Тверь: ТГТУ, 2007. – 184 с.

Abstract

Tomilin E.M., Chichikalo N.I. Three-dimensional and surface zone radiation angular coefficient determination mathematical model in a pusher furnace. In this article an rectangular cross section pusher furnace [gas plenum](#) reciprocal irradiation angular coefficient computational procedure was suggested. and a [gas plenum](#) and a furnace laboratory surface reciprocal irradiation angular coefficient computational procedure was suggested.

Keywords: Basic radiation angular coefficient, basic surface element, basic voluntary unit.

Анотація

Томілін Є.М., Чичикало Н.І. Математична модель визначення кутових коефіцієнтів об'ємних та поверхових зон прохідних печей. У статті запропонована методика визначення кутових коефіцієнтів взаємного опромінення газових об'ємів прохідної печі прямокутного січення, а також коефіцієнтів взаємного опромінення газового об'єма і поверхні робочого простору.

Ключові слова: Елементарний кутовий коефіцієнт випромінювання, елементарна площа, елементарний об'єм.

Здано в редакцію:
30.03.2010р.

Рекомендовано до друку:
д.т.н, проф. Зорі А.А.