

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Методические указания,
контрольные задания и типовые примеры
по теоретической электротехнике*

Часть I

Рассмотрено на заседании
кафедры электромеханики и
ТОЭ.

Протокол № 6 от 24.12.2003.

Утверждено на заседании
учебно-издательского совета
ДонНТУ.

Протокол № 11 от 01.03.04.

УДК 621.3.01 (07)

Методические указания, контрольные задания и типовые примеры по теоретической электротехнике. Часть I / Под общей редакцией проф. В.Ф. Денника. – Донецк: ДонНТУ, 2004. – 73 с.

Настоящие методические указания предназначены для студентов заочного факультета. Они содержат задания для контрольных работ, указания по их выполнению и решение типовых примеров по следующим разделам дисциплин, которые могут быть объединены понятием «Теоретическая электротехника» (ТОЭ, теория электрических и магнитных цепей, теория электромагнитного поля и др.): «Линейные цепи постоянного и однофазного синусоидального тока», «Четырехполюсники», «Трехфазные цепи», «Цепи несинусоидального тока».

Составители:

В.Ф. Денник, проф.
В.А. Эсауленко, проф.
М.М. Фёдоров, проф.
В.Ю. Черников, доц.
А.В. Корощенко, доц.
В.П. Черноус, доц.
В.Х. Антамонов, доц.
В.Е. Михайлов, доц.
Е.А. Журавель, ст.пр.
М.В. Апухтин, асс.
Л.Г. Немолякина, асс.

Отв. за выпуск

В.Ф. Денник, проф.

СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания к выполнению контрольных работ.....	4
1. Линейные цепи постоянного тока	6
2. Однофазные цепи синусоидального тока.....	19
3. Трехфазные цепи.....	37
4. Четырехполюсники и частотные фильтры.....	52
5. Цепи несинусоидального тока.....	65
Литература	73

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Изучение дисциплин, которые могут быть объединены понятием «Теоретическая электротехника», требует систематической, самостоятельной работы над учебной литературой, выполнения лабораторного практикума и решения задач контрольных работ в соответствии с рабочей программой, которая должна выдаваться каждому студенту на установочных лекциях.

Контрольные задания выполняются после изучения студентами соответствующих разделов курса по учебнику или учебному пособию с учетом следующих требований.

1. Задачи с небольшой расчетной частью рекомендуется решать в общем виде и затем в полученные формулы подставлять числовые значения величин.

2. Для задач с громоздкими вычислениями необходимо сначала показать общий метод решения, составить соответствующие уравнения, которые удобнее затем решать с подставленными числовыми значениями.

3. Все графические построения необходимо выполнять тщательно (с применением чертежных принадлежностей) и с обязательным указанием принятых масштабов.

4. Результаты, полученные при решении задачи, по возможности рекомендуется проверить несколькими методами.

5. Если при решении задачи или при изучении теоретического материала возникнут трудности, необходимо обратиться за консультацией к преподавателю, указывая при этом свои соображения по решению задач.

Работа над контрольным заданием помогает студентам проверить степень знания курса, вырабатывает навыки четко и кратко излагать свои мысли.

Для успешного достижения этой цели необходимо руководствоваться следующими правилами:

- начиная решение задачи, необходимо иметь четкое представление о том, какие физические законы или расчетные методы положить в основу ее решения;

- тщательно продумать, какие буквенные символы использовать при решении задачи, причем необходимо пояснить значение каждого символа словами или же соответствующими изображениями на схеме;

- в начале решения задачи выбрать положительные направления искомых токов (или других величин), указать их на схеме стрелками и обозначить соответствующими буквами с индексами;

- если одна и та же задача решается двумя методами, то в обоих случаях одна и та же величина должна обозначаться одинаково;

- промежуточные и окончательные результаты должны быть выписаны на отдельных строчках и ясно выделены из общего текста;

- решение задачи не следует перегружать приведением всех алгебраических преобразований и арифметических расчетов;

- при вычерчивании электрических схем следует строго соблюдать обозначения и размеры, предусмотренные ГОСТом;

- каждый этап решения задачи должен сопровождаться соответствующими пояснениями;

- при построении графиков на осях координат надо наносить равномерные шкалы и указывать величины, откладываемые по осям координат, а также единицы их измерения.

На титульном листе контрольного задания следует указать номер задания, фамилию, имя и отчество студента, шифр и домашний адрес.

Контрольная работа должна быть подписана студентом.

Выбор варианта контрольной работы.

Номер варианта определяется двумя последними цифрами шифра студента. Например, если шифр студента 23862, то номер его варианта 62. Цифру 6 следует считать первой цифрой варианта, а цифру 2 – второй. Если в задаче предлагается 10 схем и 10 вариантов численных данных, то номер схемы выбирается по второй цифре варианта, а номер варианта численных данных – по первой. Если же в задаче предлагается только одна схема, то численные данные выбираются как по первой, так и по второй цифрам варианта.

Выбор задач, подлежащих обязательному решению студентами различных специальностей, производится в соответствии с рабочей программой, которая должна выдаваться каждому студенту на установочных лекциях.

1. ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Вопросы, подлежащие изучению

Электрическая цепь и её элементы. Схема электрической цепи. Линейные резистивные элементы. Эквивалентные схемы замещения источников электрической энергии.

Неразветвленные и разветвленные электрические цепи, основные топологические понятия: ветвь, узел, контур. Законы Ома, Кирхгофа, Джоуля-Ленца. Методы анализа и расчета сложных цепей: метод уравнений Кирхгофа, метод узловых потенциалов и узлового напряжения, метод контурных токов, метод наложения. Применение матриц для расчета сложных цепей.

Основные свойства и преобразования цепей. Свойство взаимности. Теорема о компенсации. Линейные соотношения между напряжениями и токами. Теорема об эквивалентном генераторе (активном двухполюснике). Потенциальная диаграмма. Энергетический баланс в электрических цепях. Простейшие эквивалентные преобразования схем. Преобразование пассивных трехполюсников.

1.2. Задачи контрольных работ

Задача 1.1. Для схемы электрической цепи постоянного тока, представленной на рис.1.1, необходимо выполнить следующее:

- выполнить анализ цепи, указав количество уравнений, которые придётся решать по основным расчётным методам;
- на основании законов Кирхгофа составить систему уравнений для определения токов во всех ветвях (решать их не следует);
- выполнить расчёт токов методом контурных токов. Правильность расчёта проверить составлением баланса мощностей цепи;
- рассчитать токи методом узловых потенциалов. В качестве проверки построить потенциальную диаграмму для контура “a-b-c-d-a” .

Параметры источников и других элементов цепи приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Первая цифра варианта	E_1, B	E_2, B	E_3, B	J_k, A	$r_1, Ом$	$r_2, Ом$	$r_3, Ом$	$r_4, Ом$	$r_5, Ом$	$r_6, Ом$	$r_7, Ом$
0	36	40	10	1,2	24	12	10	15	20	8	8
1	24	25	10	1,5	50	80	100	40	60	20	10
2	48	150	60	2,5	20	80	100	40	80	40	10
3	24	15	10	2,4	5	5	8	12	6	8	12
4	10	12	15	2,0	12	5	4	8	10	15	10
5	24	5	30	1,5	4	10	5	12	6	8	12
6	12	6	18	1,8	2	4	4	5	8	6	5
7	120	150	90	1,4	40	8	10	8	20	12	6
8	48	30	12	1,4	4	8	6	10	16	6	8

Продолжение таблицы 1.1

9	12	20	25	1,2	10	5	8	8	10	4	12
---	----	----	----	-----	----	---	---	---	----	---	----

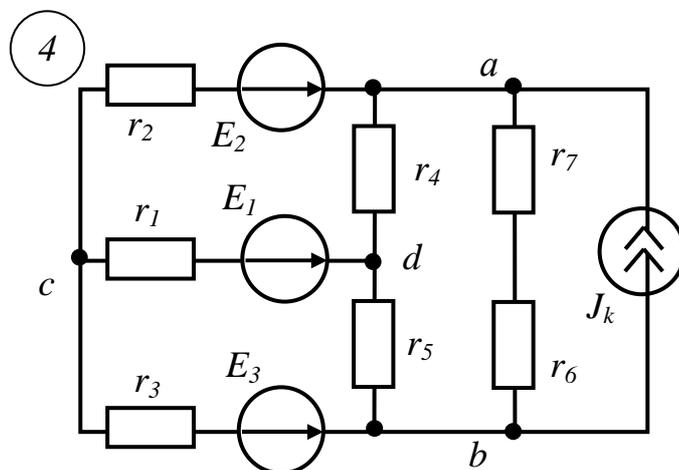
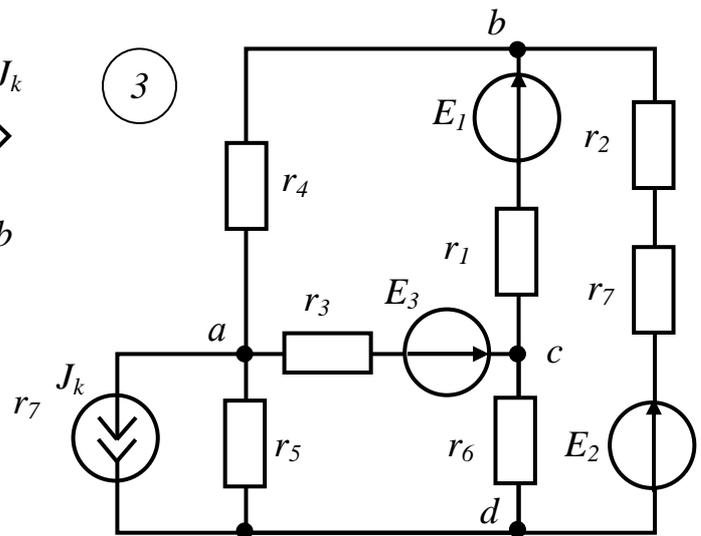
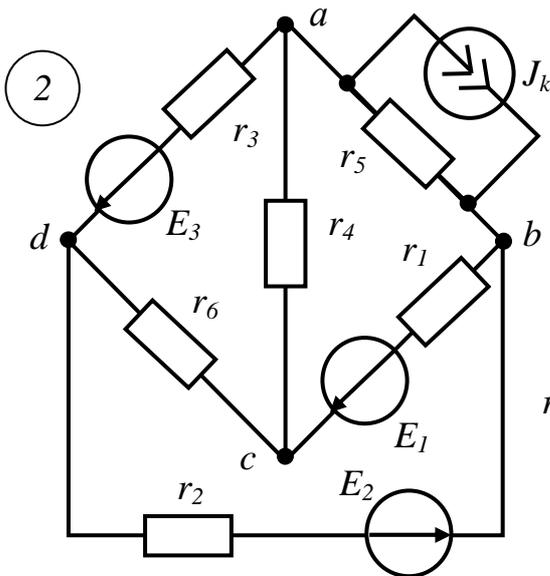
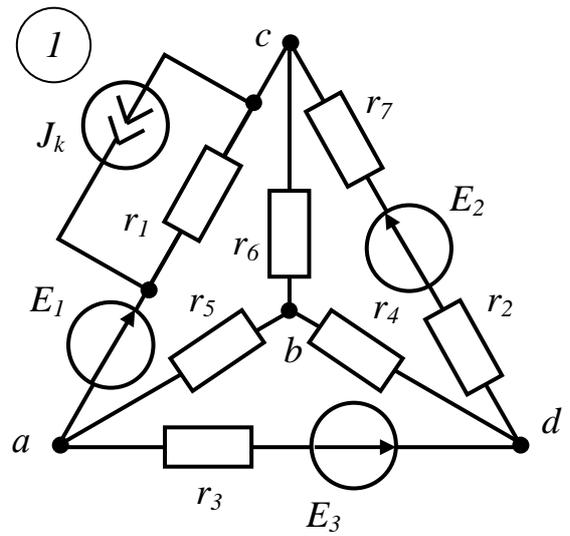
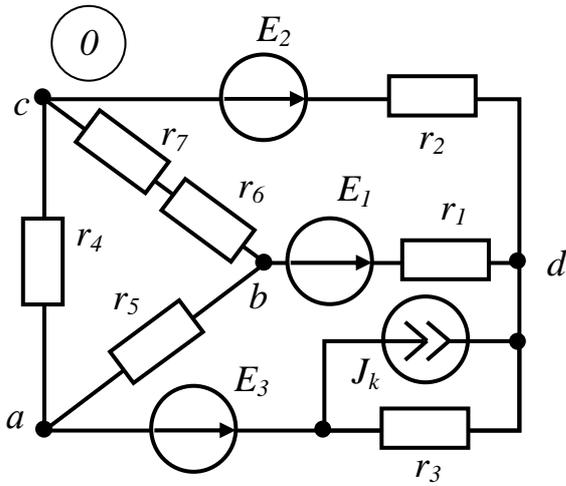


Рис. 1.1 (начало)

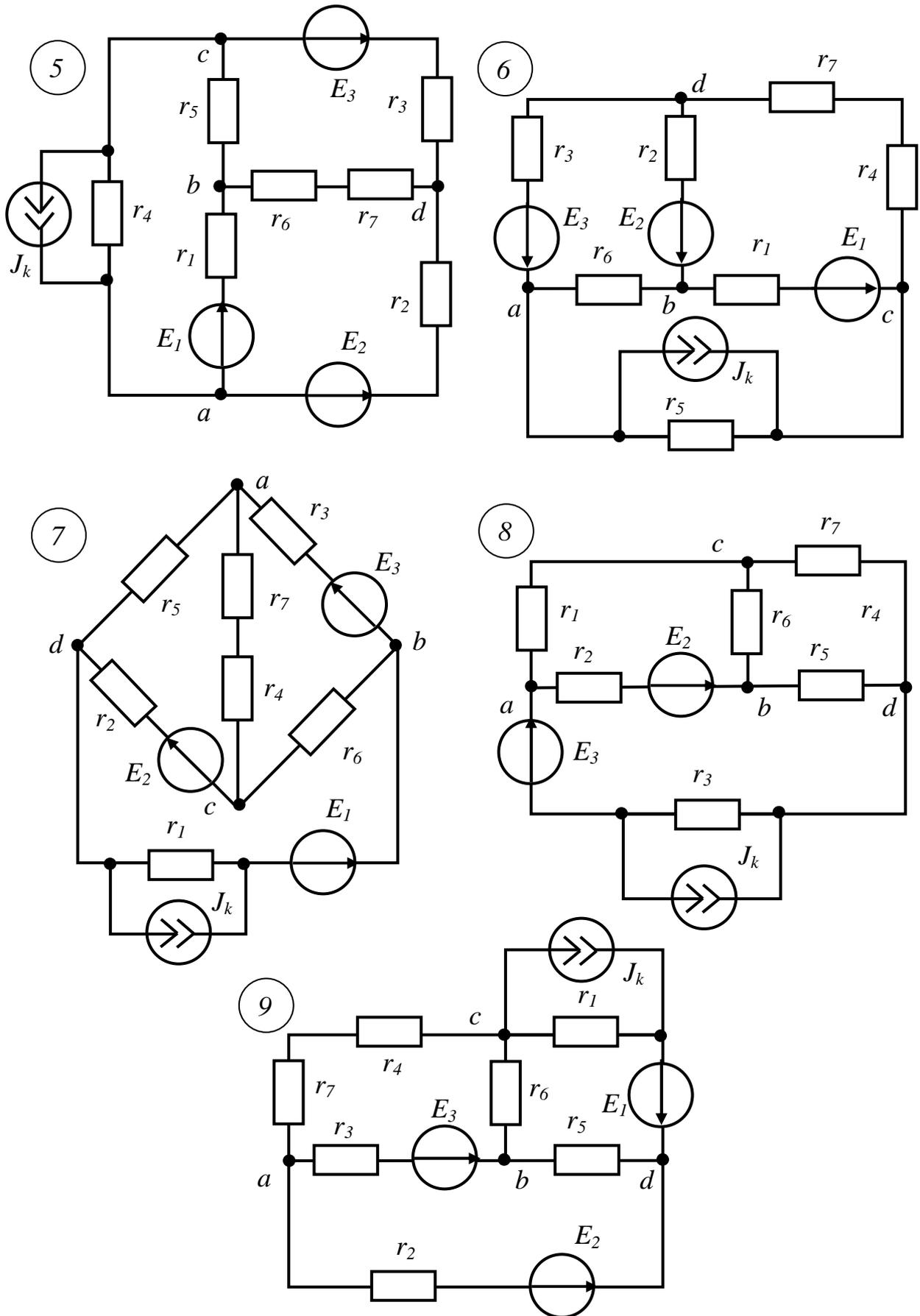


Рис. 1.1 (окончание)

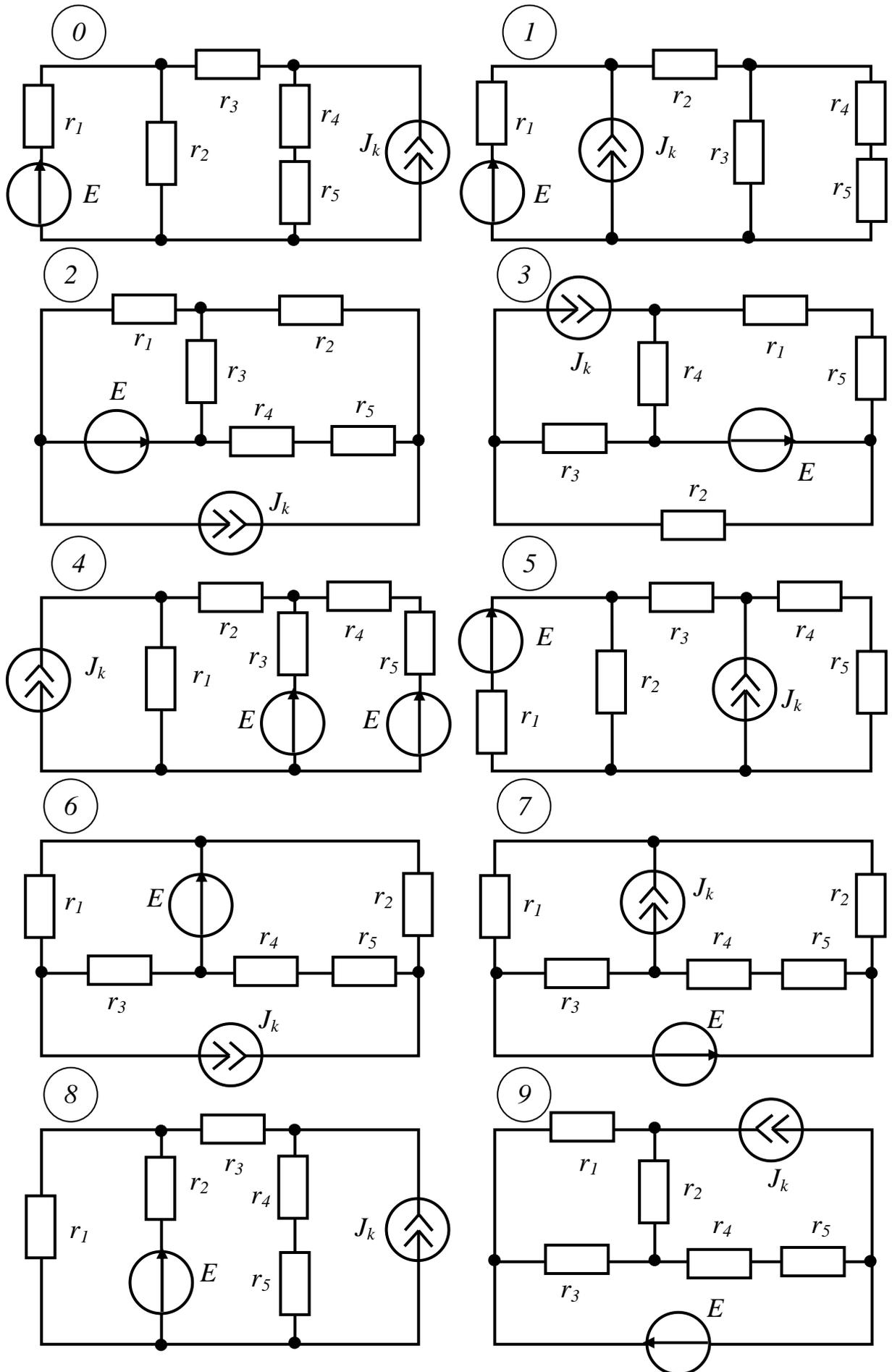
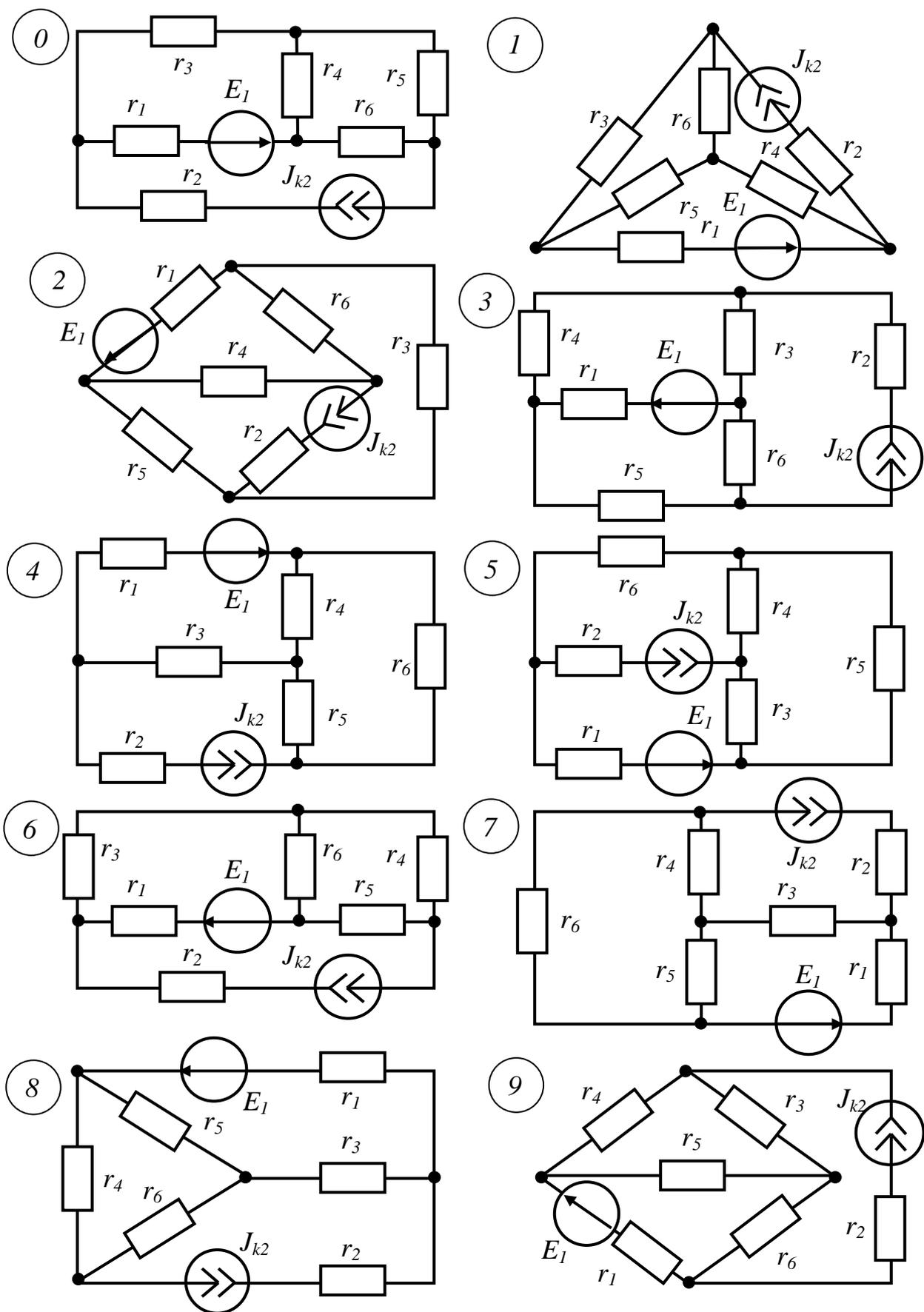


Рис. 1.2



Puc. 1.3

Задача 1.2. Для схемы электрической цепи постоянного тока, представленной на рис. 1.2, необходимо выполнить следующее:

- выполнить анализ цепи, указав количество уравнений, которые придётся решать по основным расчётным методам;
- на основании законов Кирхгофа составить систему уравнений для определения токов во всех ветвях (решать их не следует);
- выполнить расчёт токов методом контурных токов. Правильность расчёта проверить составлением баланса мощностей цепи;
- рассчитать токи методом узловых потенциалов. В качестве проверки построить потенциальную диаграмму для любого контура, включающего в себя ветвь с источником ЭДС;
- рассчитать токи методом наложения;
- ток в ветви, указанной в таблице вариантов, рассчитать методом эквивалентного генератора.

Параметры источников и других элементов цепи приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Первая цифра варианта	$E, В$	$J_{к}, А$	$r_1, Ом$	$r_2, Ом$	$r_3, Ом$	$r_4, Ом$	$r_5, Ом$	По МЭГ проверить ток в
0	18	1,2	12	18	12	4	6	r_1
1	20	2,0	15	12	18	6	4	r_2
2	36	2,5	20	20	18	6	6	r_3
3	24	2,0	12	16	20	5	7	r_4
4	20	1,8	20	10	16	8	4	r_1
5	12	1,5	10	8	12	5	3	r_2
6	24	1,6	12	18	10	6	4	r_3
7	48	2,4	40	20	24	8	12	r_4
8	24	2,0	16	12	18	5	12	r_1
9	18	1,2	24	20	10	8	16	r_2

Задача 1.3. В схеме цепи постоянного тока рис.1.3 все токи необходимо определить методом наложения. Правильность расчёта токов проверить составлением баланса мощностей цепи.

Ток ветви, содержащей источник ЭДС, проверить методом эквивалентного генератора.

Параметры источников и других элементов цепи приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Первая цифра варианта	$E_1, В$	$J_{к2}, А$	$r_1, Ом$	$r_2, Ом$	$r_3, Ом$	$r_4, Ом$	$r_5, Ом$	$r_6, Ом$
0	24	1,2	12	18	20	12	10	18
1	40	2,0	15	12	24	18	16	16
2	60	2,5	20	20	12	18	12	10
3	120	2,0	12	16	40	20	10	20

Продолжение таблицы 1.3

4	100	1,8	20	10	40	16	18	16
5	30	1,5	0	8	20	12	10	8
6	48	1,6	12	18	24	10	15	15
7	60	2,4	40	20	15	24	18	18
8	120	2,0	16	12	40	24	24	24
9	50	1,2	24	20	12	15	15	10

Примечание. При расчёте цепи по методу наложения рекомендуем воспользоваться преобразованием треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду.

1.3. Типовые примеры решения задач

Пример 1.1. В схеме цепи по рис.1.4 токи во всех ветвях определить методом контурных токов. Правильность расчёта токов проверить составлением баланса мощностей цепи.

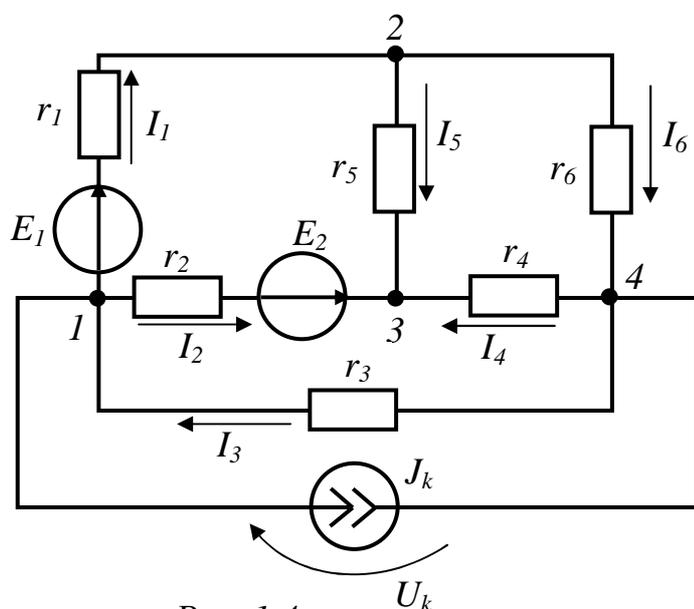


Рис. 1.4

схеме (см. рис.1.4). Такая подготовительная работа производится всегда и независимо от метода расчета цепи. В заданной схеме источник тока J_k и ветвь с резистором r_3 можно заменить одной ветвью с сопротивлением r_3 и источником ЭДС $E_k = r_3 \cdot J_k$ (рис.1.5), хотя этого можно и не делать.

При решении задачи методом контурных токов весьма важным является выбор независимых контуров, который произведем, используя граф цепи и его дерево (рис.1.6). Контур

Дано: $E_1 = 6 \text{ В}$, $E_2 = 12 \text{ В}$,
 $J_k = 9 \text{ А}$, $r_1 = r_2 = r_3 = 2 \text{ Ом}$, $r_4 = r_5 = r_6 = 6 \text{ Ом}$.

Решение

Произведем анализ топологии схемы. Число узлов $y=4$, количество ветвей $v=7$, число ветвей, содержащих только ЭДС $v_E=0$, число ветвей с источниками тока $v_J=1$. Выберем положительные направления неизвестных токов и укажем их на

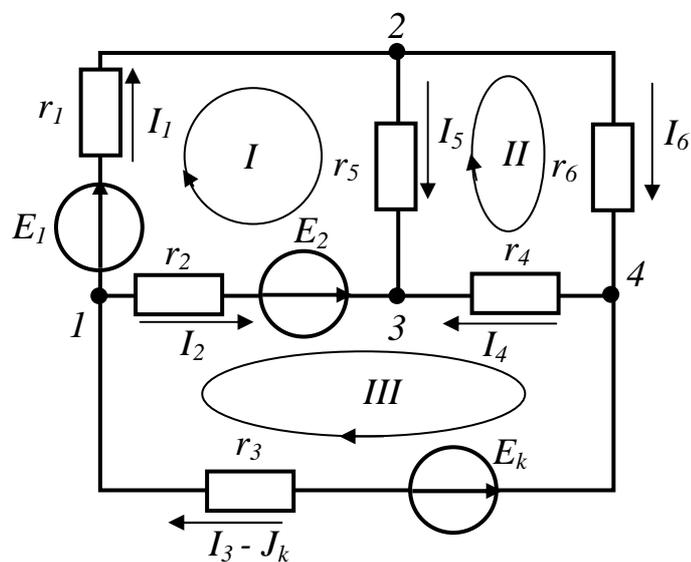


Рис. 1.5

будут независимыми, если в каждый из них будет входить только одна ветвь связи (на рис.1.6 показаны пунктирными линиями). В нашем случае схема содержит три независимых контура с контурными токами I_I , I_{II} , I_{III} .

По второму закону Кирхгофа составляем уравнения для контурных токов:

$$\begin{cases} I_I(r_1+r_5+r_2) - I_{II}r_5 - I_{III}r_2 = E_1 - E_2; \\ I_{II}(r_6+r_4+r_5) - I_Ir_5 - I_{III}r_4 = 0; \\ I_{III}(r_2+r_4+r_3) - I_Ir_2 - I_{II}r_4 = E_2 - E_k \end{cases} \quad [1.1]$$

Подставляя числовые значения величин, получим:

$$\begin{cases} 10I_I - 6I_{II} - 2I_{III} = -6; \\ 18I_{II} - 6I_I - 6I_{III} = 0; \\ 10I_{III} - 2I_I - 6I_{II}r_4 = -6. \end{cases} \quad (1.2)$$

Решение системы уравнений (1.2) можно выполнить любым известным методом. Если применить метод подстановки, то из третьего уравнения находим:

$$I_{III} = 0,2I_I + 0,6I_{II} - 0,6.$$

После подстановки I_{III} в первые два уравнения системы, получаем

$$\begin{cases} 9,6I_I - 7,2I_{II} = -7,2 \\ -7,2I_I + 14,4I_{II} = -3,6. \end{cases} \quad (1.3)$$

Решая систему (1.3), получаем:

$$I_I = -1,5 \text{ A}, \quad I_{II} = -1 \text{ A}, \quad \text{тогда } I_{III} = -1,5 \text{ A}.$$

По контурным токам определяем токи ветвей:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_I = -1,5 \text{ A}, \\ I_2 &= I_{III} - I_I = 0, \\ I_3 &= J_k + I_{III} = 7,5 \text{ A}, \\ I_4 &= I_{II} - I_{III} = 0,5 \text{ A}, \\ I_5 &= I_I - I_{II} = -0,5 \text{ A}, \\ I_6 &= I_{II} = -1 \text{ A}. \end{aligned}$$

Правильность расчёта токов проверим составлением баланса мощностей цепи. Для этого сначала находим напряжение U_k на зажимах источника тока, используя второй закон Кирхгофа.

$$\begin{aligned} U_k - r_3 I_3 &= 0, \text{ откуда } U_k = 15 \text{ B}. \\ \Sigma P_{\text{ист}} &= E_1 I_1 + E_2 I_2 + U_k J_k = 126 \text{ Вт}. \\ \Sigma P_{\text{потр}} &= r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2 + r_6 I_6^2 = 126 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Равенство мощностей источников и приемников подтверждает правильность решения.

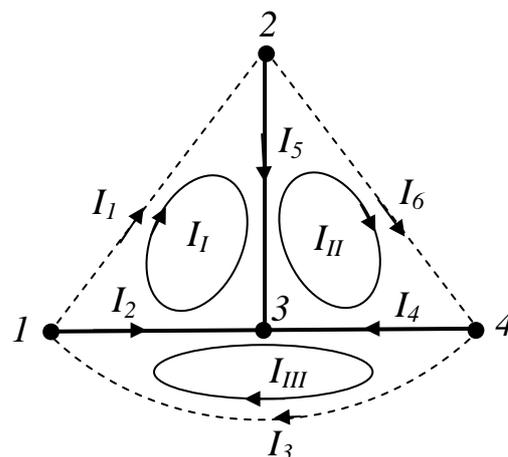


Рис. 1.6

Пример 1.2. Методом узловых потенциалов определить токи во всех ветвях схемы цепи рис.1.7. Для контура “1-2-4-1” построить потенциальную диаграмму.

Дано: $E_1 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$, $J_k = 2 \text{ А}$,
 $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 1 \text{ Ом}$.

Решение

Выполнив подготовительную работу (см. пример 1.1, а также рис.1.7), приступаем к расчету. При применении метода узловых потенциалов нужно один из узлов заземлить. Если в схеме есть ветвь, содержащая только ЭДС, то заземляется один из узлов, к которым примыкает такая ветвь. Поскольку в нашей схеме нет ветвей, содержащих только ЭДС, то заземлять можно любой узел. Пусть $\varphi_4 = 0$. Тогда система уравнений для определения потенциалов узлов 1-3 имеет вид:

$$\begin{cases} \varphi_{11} - \varphi_{12} - \varphi_{13} = J_{c1}; \\ -\varphi_{21} + \varphi_{22} - \varphi_{23} = J_{c2}; \\ -\varphi_{31} - \varphi_{32} + \varphi_{33} = J_{c3}; \end{cases} \quad (1.4)$$

где: g_{11}, g_{22}, g_{33} – собственные проводимости узлов 1-3 (суммы проводимостей всех ветвей, примыкающих к узлам 1-3 соответственно);

$g_{12} = g_{21}$ – общая проводимость узлов 1 и 2 (сумма проводимостей всех ветвей, соединяющих узлы 1 и 2);

$g_{13} = g_{31}$ – общая проводимость узлов 1 и 3 (сумма проводимостей всех ветвей, соединяющих узлы 1 и 3);

$g_{23} = g_{32}$ – общая проводимость узлов 2 и 3 (сумма проводимостей всех ветвей, соединяющих узлы 2 и 3);

$J_{c1} - J_{c3}$ – суммарные узловые токи (алгебраическая сумма произведений ЭДС на проводимости ветвей плюс алгебраическая сумма токов источников тока в ветвях, примыкающих к рассматриваемому узлу).

Для нашего примера

$$g_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6} = 3 \text{ См}; \quad g_{22} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = 3 \text{ См}; \quad g_{33} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6} = 3 \text{ См};$$

$$g_{12} = \frac{1}{r_1} = 1 \text{ См}; \quad g_{13} = \frac{1}{r_6} = 1 \text{ См}; \quad g_{23} = \frac{1}{r_3} = 1 \text{ См};$$

$$J_{c1} = -E_1 \cdot g_1 = -12 \text{ А}; \quad J_{c2} = E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_2 + J_k = 20 \text{ А}; \quad J_{c3} = -J_k = -2 \text{ А};$$

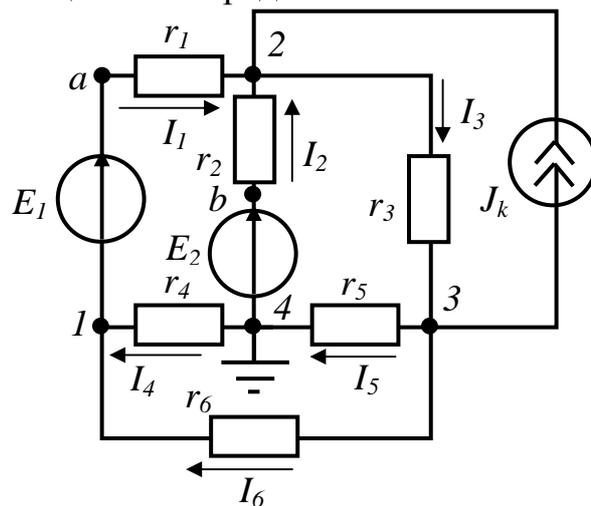


Рис. 1.7

Подставив в (1.4) числовые значения величин, получим систему уравнений, которую, в качестве примера, решим с помощью определителей.

$$\begin{cases} 3\varphi_1 - 1\varphi_2 - 1\varphi_3 = -12; \\ -1\varphi_1 + 3\varphi_2 - 1\varphi_3 = 20; \\ -1\varphi_1 - 1\varphi_2 + 3\varphi_3 = -2. \end{cases} \quad (1.5)$$

Главный определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} +3 & -1 & -1 \\ -1 & +3 & -1 \\ -1 & -1 & +3 \end{vmatrix} = 16;$$

Дополнительные определители

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -12 & -1 & -1 \\ +20 & +3 & -1 \\ -2 & -1 & +3 \end{vmatrix} = -24; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} +3 & -12 & -1 \\ -1 & +20 & -1 \\ -1 & -2 & +3 \end{vmatrix} = 104; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} +3 & -1 & -12 \\ -1 & +3 & +20 \\ -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 16;$$

Находим потенциалы узлов:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -1.5 \text{ В}, \quad \varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 6.5 \text{ В}, \quad \varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 1 \text{ В}.$$

По закону Ома определяем токи ветвей.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_1}{r_1} = \frac{-1.5 - 6.5 + 12}{1} = 4 \text{ А}, \\ I_2 &= \frac{\varphi_4 - \varphi_2 + E_2}{r_2} = \frac{0 - 6.5 + 6}{1} = -0.5 \text{ А}, \\ I_3 &= \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r_3} = \frac{6.5 - 1}{1} = 5.5 \text{ А}, \quad I_4 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1}{r_4} = \frac{0 + 1.5}{1} = 1.5 \text{ А}, \\ I_5 &= \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{r_5} = \frac{1 - 0}{1} = 1 \text{ А}, \quad I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{r_6} = \frac{1 + 1.5}{1} = 2.5 \text{ А}. \end{aligned}$$

Правильность расчёта токов можно проверить как составлением баланса мощностей цепи, так и с помощью первого закона Кирхгофа. Для узла 2 нашего примера имеем

$$-I_1 - I_2 - I_3 + I_5 = -4 + 0.5 - 5.5 + 1 = -9 \neq 0.$$

Для построения потенциальной диаграммы контура 1-2-4-1 определим потенциалы всех его точек, в том числе и точек a и b (см. рис.1.7).

По-прежнему будем считать, что $\varphi_4 = 0$, тогда

$$\varphi_1 = -I_4 r_4 = -1.5 \text{ В}; \quad \varphi_a = \varphi_1 + E_1 = -1.5 + 12 = 10.5 \text{ В}; \quad \varphi_2 = \varphi_a - I_1 r_1 = 6.5 \text{ В}; \quad \varphi_b = \varphi_2 + I_2 r_2 = 8 \text{ В}; \quad \varphi_4 = \varphi_b - E_2 = 0.$$

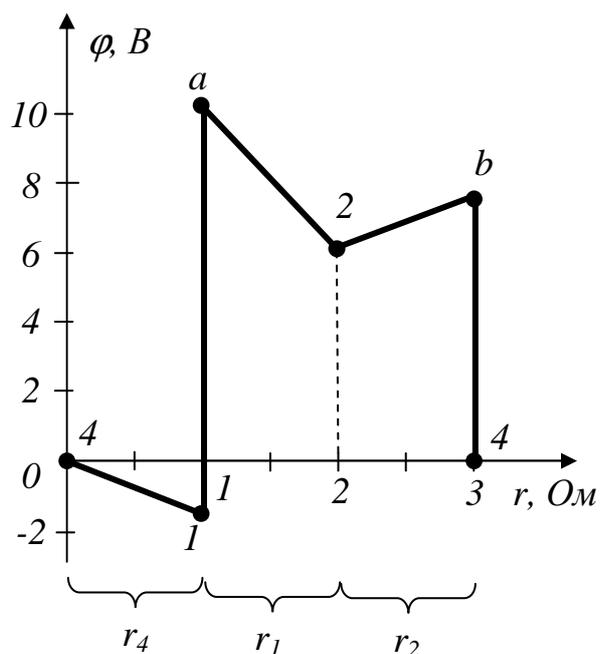


Рис. 1.8

Потенциальная диаграмма представлена на рис.1.8.

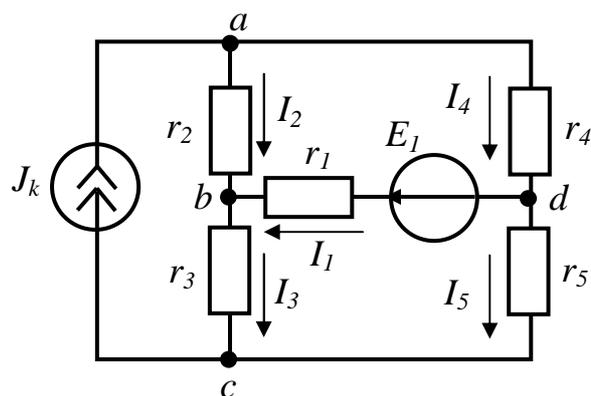


Рис. 1.9

Пример 1.3. В схеме цепи рис.1.9 определить токи во всех ветвях методом наложения. Ток в резисторе r_3 проверить методом эквивалентного

генератора.

Дано: $E_1 = 12 \text{ В}$; $J_k = 2.4 \text{ А}$; $r_1 = r_2 = r_4 = 6 \text{ Ом}$; $r_3 = 4 \text{ Ом}$, $r_5 = 10 \text{ Ом}$,

Решение

Выполнив подготовительную работу (см. рис.1.9), приступаем к расчету.

Полагаем, что в схеме действует только источник тока J_k (рис.1.10). При составлении этой схемы учитываем, что источник ЭДС не обладает внутренним сопротивлением.

Для определения токов в схеме рис.1.10 целесообразно воспользоваться преобразованием пассивных трёхполюсников и заменить треугольник сопротивлений r_1, r_2, r_4 эквивалентной звездой (рис.1.11), сопротивления которой :

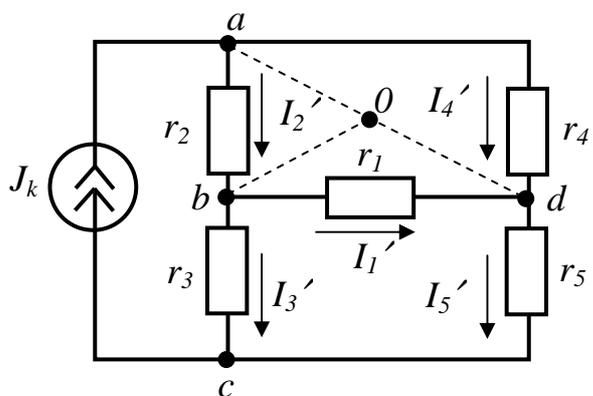


Рис. 1.10

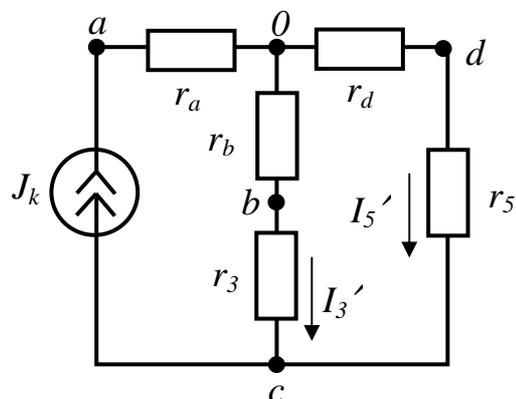


Рис. 1.11

$$r_a = \frac{r_2 \cdot r_4}{r_1 + r_2 + r_4} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6 + 6} = 2 \text{ Ом}, \quad r_b = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2 + r_4} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6 + 6} = 2 \text{ Ом},$$

$$r_d = \frac{r_1 \cdot r_4}{r_1 + r_2 + r_4} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6 + 6} = 2 \text{ Ом}.$$

После этого токи могут быть определены по правилу распределения токов в параллельные ветви.

$$I_3' = J_{\text{к}} \frac{r_d + r_5}{(r_d + r_5) + (r_6 + r_3)} = 2,4 \cdot \frac{2 + 10}{(2 + 10) + (2 + 4)} = 1,6 \text{ А},$$

$$I_5' = J_{\text{к}} \frac{r_6 + r_3}{(r_d + r_5) + (r_6 + r_3)} = 2,4 \cdot \frac{2 + 4}{(2 + 10) + (2 + 4)} = 0,8 \text{ А}.$$

Ток I_1' найдём из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа:

$$-r_1 \cdot I_1' + r_3 \cdot I_3' - r_5 \cdot I_5' = 0, \quad \text{откуда}$$

$$I_1' = \frac{r_3 I_3' - r_5 I_5'}{r_1} = \frac{4 \cdot 1,6 - 10 \cdot 0,8}{6} = -0,266 \text{ А}.$$

Токи I_2' и I_4' теперь нетрудно найти по первому закону Кирхгофа:

$$I_2' = I_1' + I_3' = -0,266 + 1,6 = 1,334 \text{ А},$$

$$I_4' = J_{\text{к}} - I_2' = 2,4 - 1,334 = 1,066 \text{ А}.$$

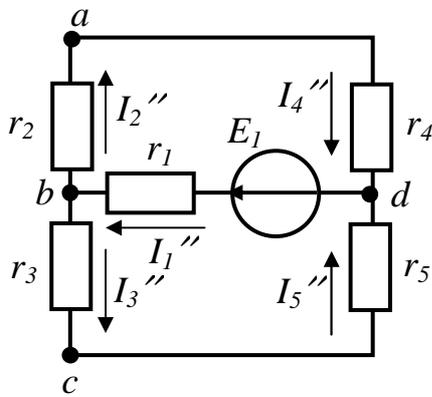


Рис. 1.12

Теперь полагаем, что в цепи действует только источник ЭДС E_1 (рис.1.12). При составлении этой схемы учитываем, что внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности, что означает разрыв ветви, в которую он был включен. Токи в схеме рис.1.12 рассчитываем по законам Ома и Кирхгофа

$$I_1'' = \frac{E_1}{r_1 + \frac{(r_2 + r_4) \cdot (r_3 + r_5)}{r_2 + r_4 + r_3 + r_5}} = \frac{12}{6 + \frac{(6 + 6) \cdot (4 + 10)}{26}} = 0,963 \text{ А},$$

$$I_2'' = I_4'' = I_1'' \frac{(r_3 + r_5)}{r_2 + r_3 + r_4 + r_5} = 0,963 \cdot \frac{4 + 10}{12 + 14} = 0,5185 \text{ А},$$

$$I_3'' = I_5'' = I_1'' \frac{(r_2 + r_4)}{r_2 + r_3 + r_4 + r_5} = 0,963 \cdot \frac{6 + 6}{26} = 0,4445 \text{ А}.$$

Фактические токи в ветвях находим по принципу наложения в соответствии со схемами рис.1.9, 1.10, 1.12.

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 0.266 + 0.963 = 1.229 \text{ A}; \quad I_2 = I_2' - I_2'' = 1.334 - 0.5185 = 0.815 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 1.6 + 0.4445 = 2.044 \text{ A}; \quad I_4 = I_4' + I_4'' = 1.066 + 0.5185 = 1.585 \text{ A};$$

$$I_5 = I_5' - I_5'' = 0.8 - 0.4445 = 0.356 \text{ A}.$$

Произведем расчёт тока I_3 (рис.1.9) методом эквивалентного генератора.

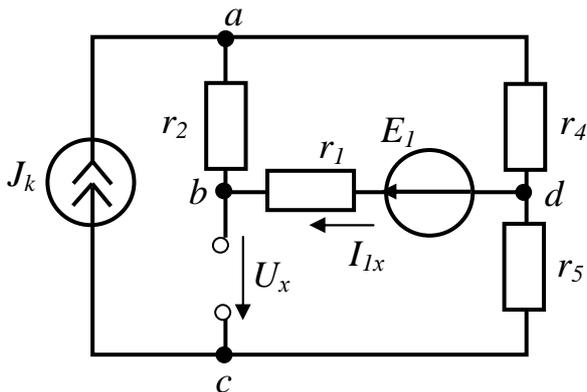


Рис. 1.13

Прежде всего размыкаем ветвь с сопротивлением r_3 и определяем напряжение холостого хода U_x эквивалентного генератора (рис.1.13).

По второму закону Кирхгофа (контур не должен содержать источника тока) запишем:

$$U_x + r_1 \cdot I_{1x} - r_5 \cdot J_k = E_1,$$

откуда

$$U_x = E_1 + r_5 \cdot J_k - r_1 \cdot I_{1x}.$$

Ток I_{1x} найдем методом узлового напряжения

$$U_{ad} = \frac{E_1 \frac{1}{r_1 + r_2} + J_k}{\frac{1}{r_1 + r_2} + \frac{1}{r_4}} = \frac{\frac{12}{6+6} + 2.4}{\frac{1}{6+6} + \frac{1}{6}} = 13.6 \text{ B},$$

$$I_{1x} = \frac{E_1 - U_{ad}}{r_1 + r_2} = \frac{12 - 13.6}{6 + 6} = -0.133 \text{ A}.$$

Тогда

$$U_x = 12 + 10 \cdot 2.4 + 6 \cdot 0.133 = 36.8 \text{ B}.$$

Определяем входное сопротивление эквивалентного генератора $r_{вх}$ относительно зажимов искомой ветви. С этой целью составляем расчетную схему (рис.1.14), в которой исключены источники энергии и учтено, что внутреннее сопротивление источника ЭДС равно нулю, а внутреннее сопротивление источника тока –

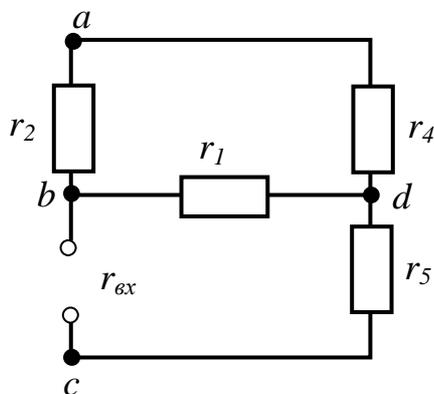


Рис. 1.14

бесконечности.

Для схемы рис.1.14

$$r_{\text{вх}} = r_5 + \frac{r_1 \cdot (r_2 + r_4)}{r_1 + r_2 + r_4} = 10 + \frac{6 \cdot (6 + 6)}{18} = 14 \text{ Ом.}$$

Зная U_x и $r_{\text{вх}}$, на основании теоремы об эквивалентном генераторе определяем искомый ток

$$I_3 = \frac{U_x}{r_3 + r_{\text{вх}}} = \frac{36.8}{4 + 14} = 2.044 \text{ А.}$$

Результат расчета I_3 методом эквивалентного генератора полностью совпадает с ответом, полученным при применении метода наложения. Это свидетельствует о правильности расчета токов.

2. ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Вопросы, подлежащие изучению

Переменный синусоидальный ток – основные понятия: частота, период, мгновенное, среднее, действующее значения. Получение синусоидальной ЭДС. Изображение синусоидального тока вращающимися векторами. Понятие о векторных диаграммах. Пассивные элементы цепи синусоидального тока: активное сопротивление, индуктивность, ёмкость. Синусоидальный ток в активном сопротивлении. Синусоидальный ток в индуктивности. Синусоидальный ток в емкости.

Последовательное соединение R , L и C . Параллельное соединение ветвей, содержащих R , L и C .

Резонансные явления в последовательном и параллельном контурах. Частотные характеристики и резонансные кривые.

Эквивалентные преобразования параллельного соединения в последовательное и наоборот.

Смешанное соединение. Метод векторных диаграмм (метод проводимостей).

Мгновенная, активная, полная и реактивная мощности цепи. Коэффициент мощности, его технико-экономическое значение и способы повышения.

Символический метод расчета сложных схем. Мощность в комплексной форме. Баланс мощностей. Топографическая диаграмма.

Цепи с взаимной индуктивностью. Последовательное и параллельное соединение индуктивно связанных элементов (согласное и встречное включение). Расчет сложных цепей с взаимной индуктивностью, эквивалентная замена («развязка») индуктивных связей. Передача энергии через индуктивную связь. Линейный (воздушный) трансформатор. Идеальный трансформатор. Трансформация сопротивлений идеальным трансформатором.

2.2. Задачи контрольных работ

Задача 2.1. В схеме рис.2.1 заданы напряжение на участке цепи или ток в одной из ветвей. По известным параметрам цепи (см. табл. 2.1) необходимо выполнить следующее:

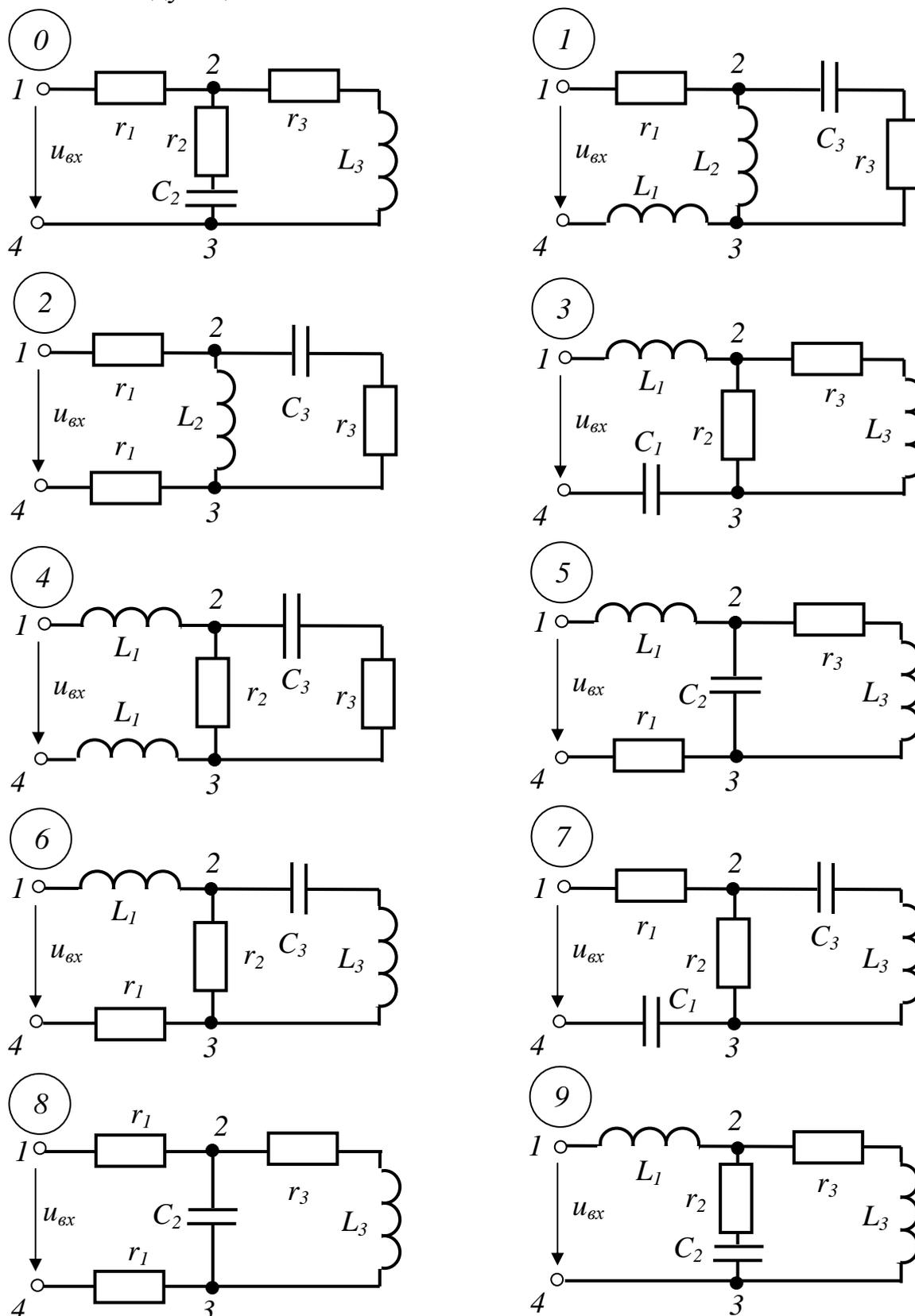


Рис. 2.1

Таблица 2.1

Первая цифра варианта	Заданное напряжение или ток, B или A	r_1 , Ом	L_1 , Гн	C_1 , мкФ	r_2 , Ом	L_2 , Гн	C_2 , мкФ	r_3 , Ом	L_3 , Гн	C_3 , мкФ	Требуется определить
0	$u_{23} = 80\sqrt{2} \sin(314t - 20^\circ)$	3	0,015	460	20	0,04	160	6	0,03	240	$i_1(t)$
1	$u_{ex} = 120\sqrt{2} \sin(314t + 20^\circ)$	3	0,024	420	18	0,03	140	7	0,02	200	$i_1(t)$
2	$i_3 = 4\sqrt{2} \sin(314t - 15^\circ)$	4	0,022	380	16	0,05	120	8	0,03	275	$u_{ex}(t)$
3	$i_2 = 5\sqrt{2} \sin(314t - 45^\circ)$	5	0,02	360	14	0,04	180	9	0,02	300	$u_{ex}(t)$
4	$u_{ex} = 220\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ)$	5	0,018	480	12	0,03	150	10	0,02	280	$i_1(t)$
5	$i_3 = 3\sqrt{2} \sin(314t - 60^\circ)$	4	0,016	450	10	0,05	160	8	0,04	280	$u_{ex}(t)$
6	$u_{23} = 60\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ)$	3	0,011	500	18	0,04	170	6	0,03	300	$i_1(t)$
7	$i_2 = 4\sqrt{2} \sin(314t + 15^\circ)$	4	0,014	480	16	0,03	180	9	0,02	260	$u_{ex}(t)$
8	$i_1 = 4\sqrt{2} \sin(314t - 30^\circ)$	2	0,01	500	12	0,04	190	10	0,03	240	$u_{ex}(t)$
9	$u_{ex} = 200\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ)$	3	0,012	400	10	0,05	200	8	0,04	200	$i_1(t)$

Примечание: Сопротивления элементов, не указанных на схеме, принять равными нулю.

- 1) рассчитать действующие значения токов во всех ветвях и напряжений на всех участках цепи (включая входное напряжение);
- 2) определить активную, реактивную и полную мощности, а также коэффициент мощности цепи;
- 3) записать мгновенное значение тока в одной из ветвей или напряжения на участке цепи (см. таблицу вариантов);
- 4) построить векторную диаграмму напряжений, совмещенную с диаграммой токов.

Задача 2.2. В схеме рис.2.2 заданы параметры цепи и ЭДС источников. Известно также, что ЭДС E_1 опережает ЭДС E_2 на угол α (см. табл. 2.2).

Необходимо:

- 1) по законам Кирхгофа составить систему уравнений для определения токов во всех ветвях цепи (систему уравнений решать не следует);
- 2) определить комплексы токов во всех ветвях методом контурных токов;
- 3) составить баланс активных и реактивных мощностей цепи;
- 4) определить показания ваттметра;
- 5) построить топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов;
- б) проверить величину токов в ветвях методом двух узлов.

Таблица 2.2

Первая цифра варианта	$E_1, В$	$E_2, В$	$\alpha, рад$	$r_1, Ом$	$L_1, мГн$	$C_1, мкФ$	$r_2, Ом$	$L_2, мГн$	$C_2, мкФ$	$r_3, Ом$	$L_3, мГн$	$C_3, мкФ$	$f, Гц$
0	50	60	$2\pi/3$	8	10	160	6	30	240	4	6	200	50
1	380	100	$\pi/2$	10	15	180	8	35	260	6	8	250	60
2	280	240	$\pi/3$	12	20	200	10	40	280	8	10	300	40
3	240	280	$\pi/4$	14	25	220	12	20	300	10	12	350	50
4	200	240	$\pi/6$	16	30	240	16	25	320	12	14	400	60
5	200	220	$2\pi/3$	18	10	160	20	10	340	14	16	200	40
6	220	200	$\pi/2$	6	15	180	6	12	220	4	18	250	50
7	100	140	$\pi/3$	8	20	200	8	15	260	6	20	300	60
8	120	160	$\pi/4$	10	25	220	10	30	300	8	22	350	40
9	127	100	$\pi/6$	12	30	240	12	40	280	10	24	400	50

Задача 2.3. Два электродвигателя переменного тока D_1 и D_2 подключены параллельно к сети с напряжением U_2 (рис.2.3) и работают с низким коэффициентом мощности $\cos \varphi$. Измерительные приборы в цепи каждого

электродвигателя показывают токи I_1 и I_2 , мощности P_1 и P_2 .

Провода линии электропередачи имеют активное сопротивление r_0 и индуктивное x_0 . Коэффициент мощности заданной установки может быть повышен путём включения параллельно двигателям батареи конденсаторов.

Численные значения всех величин для расчета приведены в табл. 2.3.

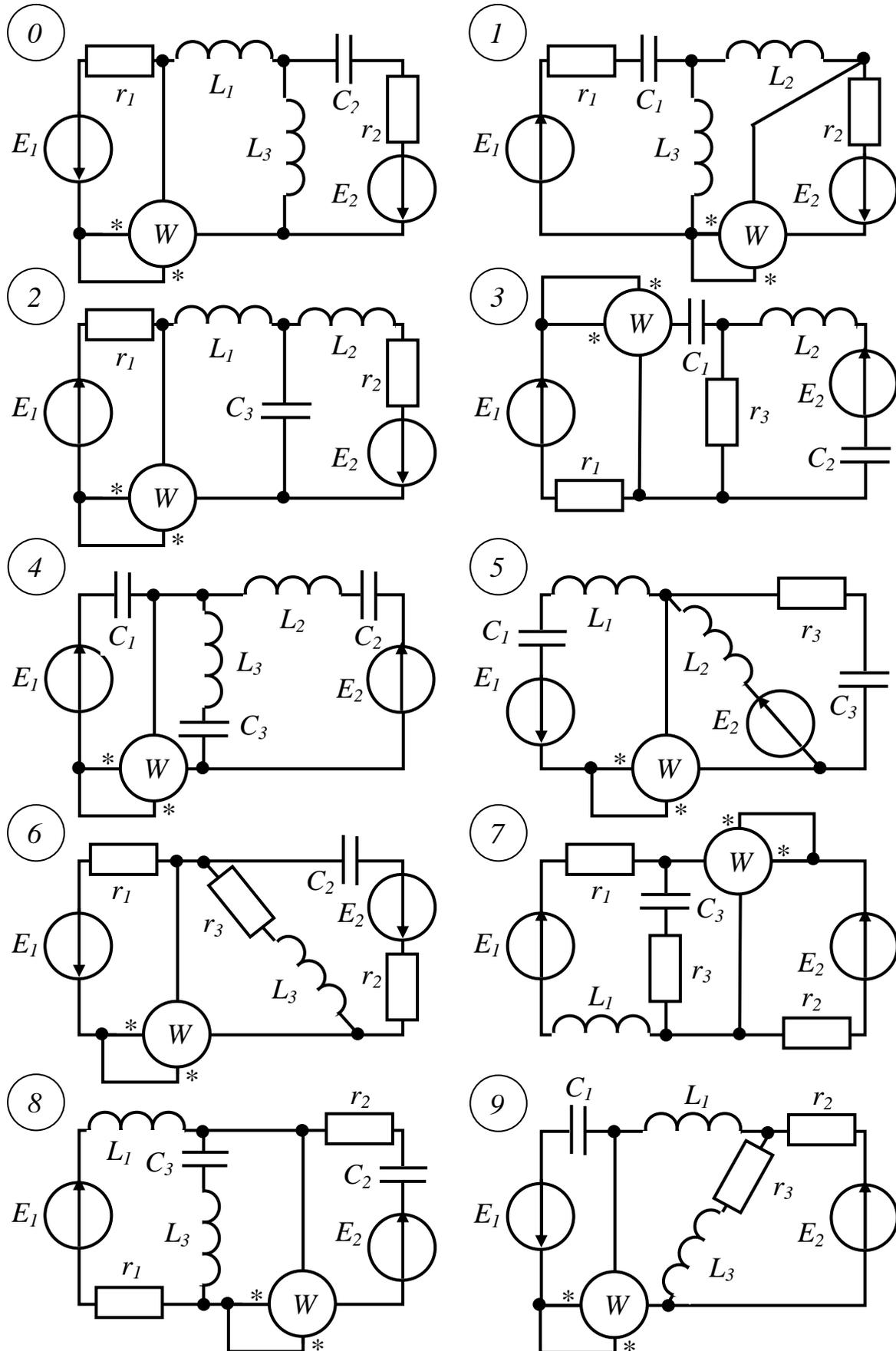


Рис. 2.2

Таблица 2.3

Первая цифра варианта	$r_o, Ом$	$x_o, Ом$	Вторая цифра варианта	$I_1, А$	$I_2, А$	$P_1, кВт$	$P_2, кВт$	$U_2, В$
0	0,02	0,03	0	82	65	20	15	380
1	0,04	0,06	1	65	80	10	5	127
2	0,06	0,04	2	75	85	12	9	220
3	0,05	0,06	3	85	95	20	24	380
4	0,06	0,08	4	95	82	35	28	660
5	0,04	0,08	5	100	60	6	8	127
6	0,05	0,1	6	90	70	15	12	220
7	0,03	0,05	7	80	75	20	25	380
8	0,05	0,08	8	70	90	30	40	660
9	0,03	0,08	9	60	100	10	20	200

Необходимо:

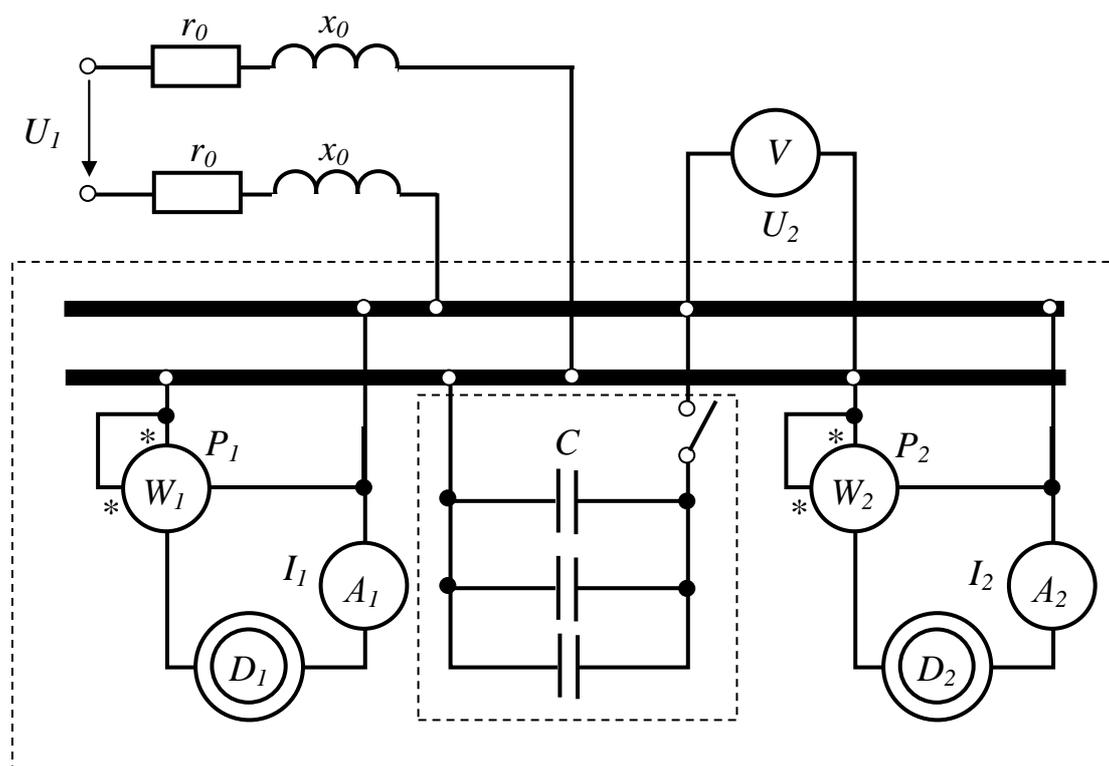


Рис. 2.3

1. Рассчитать заданную электрическую цепь и определить (до подключения конденсаторов):

- ток в линии;
- напряжение в начале линии;
- потерю и падение напряжения в линии;
- активную, реактивную и полную мощности в конце линии и мощность потерь в проводах;

- д) коэффициент мощности установки;
е) КПД линии.

2. Рассчитать компенсационную установку для получения $\cos \varphi_k = 0,95$ и определить для указанного значения коэффициента мощности емкость и мощность батареи конденсаторов.

3. Выполнить расчет цепи при условии работы компенсационной установки и найти все величины, которые были найдены до включения батареи конденсаторов.

Полученные результаты свести в табл. 2.4 и сравнить для различных режимов работы электродвигателей (до компенсации – режим А и с $\cos \varphi_k = 0,95$ – режим В). Отметить, какие выгоды дает повышение коэффициента мощности установки.

Таблица 2.4

Сравнение различных режимов работы электродвигателей

Режим работы	Без конденсаторов	С конденсаторами
Коэффициент мощности в конце линии		
Ёмкость батареи конденсаторов, <i>мкФ</i>		
Мощность батареи конденсаторов, <i>квар</i>		
Ток в линии, <i>А</i>		
Напряжение в начале линии, <i>В</i>		
Потеря напряжения в линии, %		
Падение напряжения в линии, %		
Активная мощность в начале линии, <i>кВт</i>		
Мощность потерь в линии, <i>кВт</i>		
КПД линии, %		
Реактивная мощность в конце линии, <i>квар</i>		

Указания

1. При всех расчетах напряжение в конце линии U_2 и мощности двигателей P_1 и P_2 считать неизменными.

2. Потерю напряжения и мощность потерь в линии выразить в процентах от заданных значений напряжения U_2 и мощности P_n ($P_n = P_1 + P_2$). Значение тока в линии можно найти, применив символический метод. Для этого следует ток каждого двигателя выразить в комплексной форме. Комплекс тока в линии равен сумме комплексов токов отдельных электродвигателей. Нельзя складывать арифметически модули токов электродвигателей, так как последние работают с неодинаковыми $\cos \varphi$.

При выполнении п.2 задачи рекомендуется воспользоваться следующими рассуждениями. Для получения $\cos\varphi_k=0.95$ необходимо обеспечить реактивную составляющую тока $I_{pk}=I_a \operatorname{tg}\varphi_k$, где I_a – активная составляющая тока, величина которой не изменяется при подключении конденсатора. С другой стороны $I_{pk}=I_p - I_c$, где I_p – реактивная составляющая тока до компенсации, I_c – ток конденсаторной батареи.

С учетом того, что $x_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{U_2}{I_c}$, определяется емкость батареи

$$C = \frac{I}{\omega x_c}.$$

Мощность конденсаторной батареи определяется выражением $Q_c = U_2 I_c$.

Задача 2.4. На рис.2.4 изображена схема электрической цепи, содержащая индуктивно связанные обмотки (третья обмотка в схемах 0-1-2-3 замкнута на вольтметр с очень большим внутренним сопротивлением, током которого можно пренебречь).

Напряжение сети и параметры схемы приведены в таблицах вариантов (табл. 2.5 и 2.6).

Необходимо выполнить следующее:

- 1) составить уравнения по законам Кирхгофа для определения действующих значений токов во всех ветвях;
- 2) устранить («развязать») индуктивную связь между обмотками, вычертив эквивалентную схему и определив ее параметры;
- 3) пользуясь любой схемой (исходной или эквивалентной), рассчитать действующие значения токов во всех ветвях;

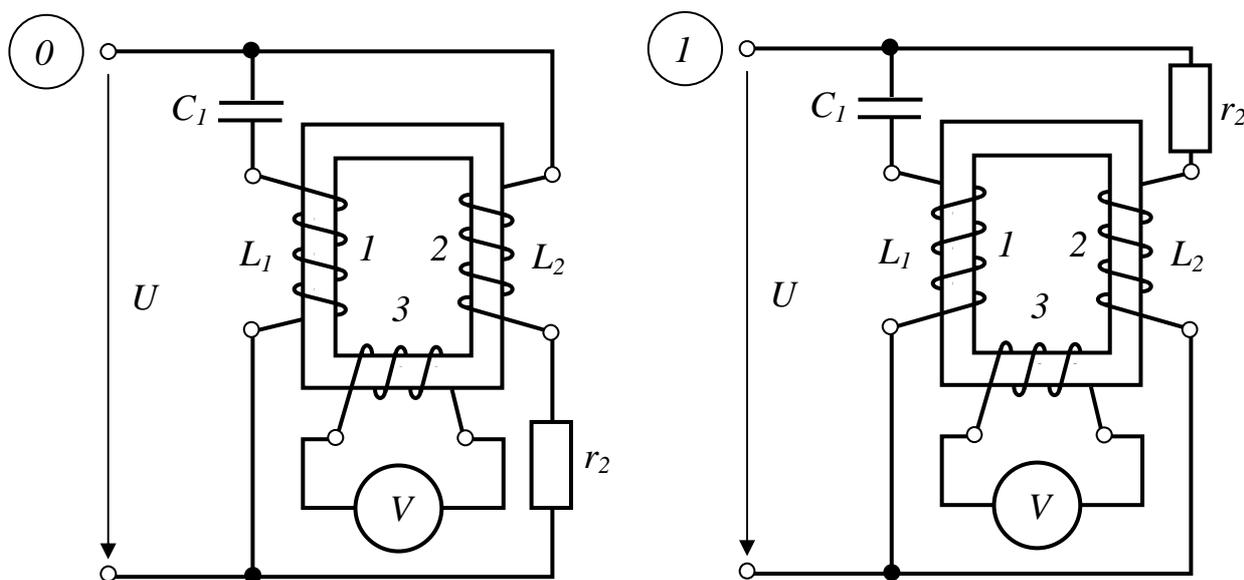


Рис. 2.4 (начало)

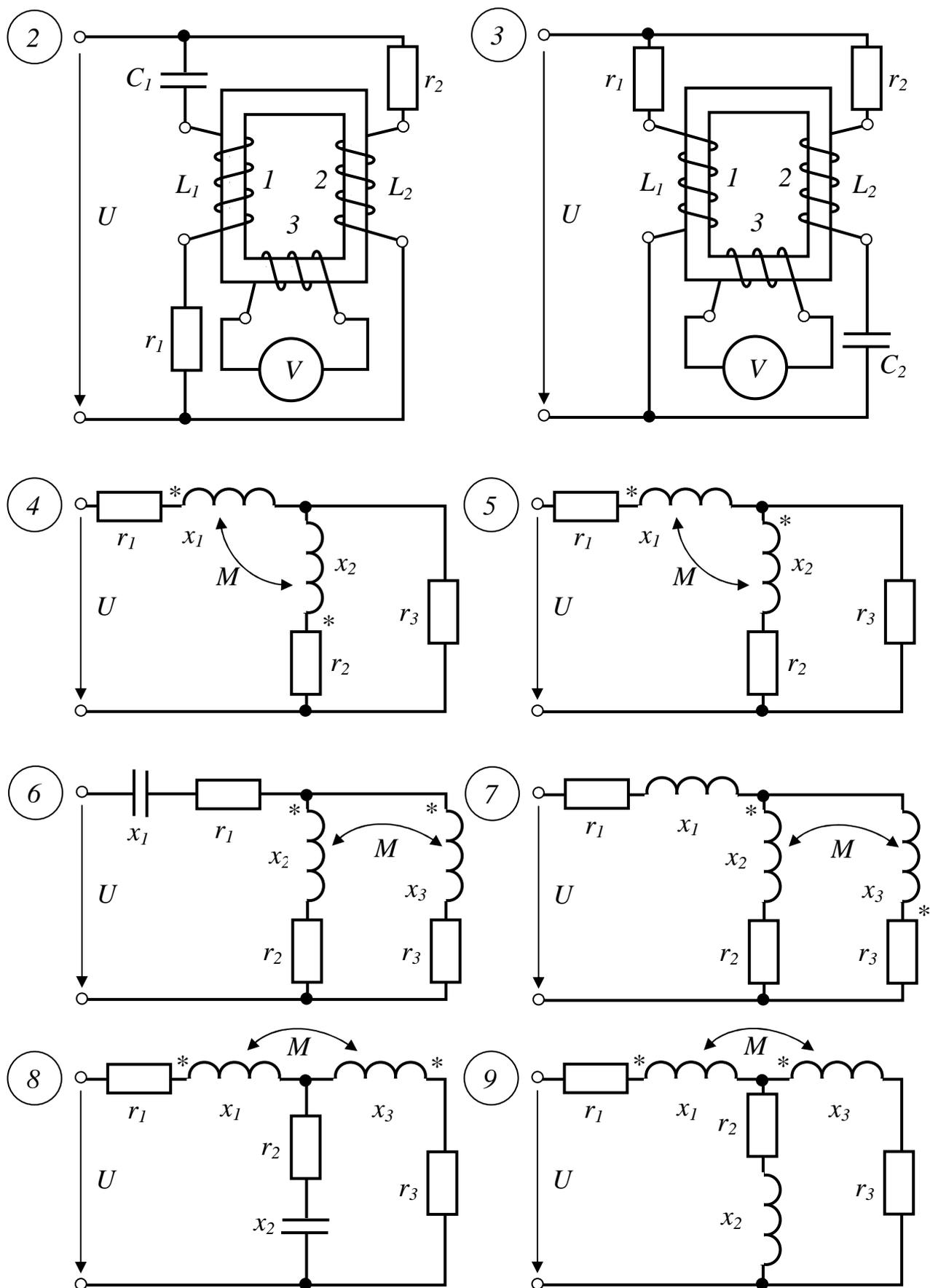


Рис. 2.4 (окончание)

- 4) определить показания вольтметра (в схемах 0-1-2-3);
 5) найти активную мощность, передаваемую через магнитное поле из одной обмотки в другую;
 6) для исходной схемы построить векторную (или топографическую) диаграмму напряжений цепи, совмещенную с векторной диаграммой токов.

Таблица 2.5 (схемы 0-1-2-3)

Первая цифра варианта	U, V	$r_1, Ом$	$\omega L_1, Ом$	$\frac{1}{\omega C_1}, Ом$	$r_2, Ом$	$\omega L_2, Ом$	$\frac{1}{\omega C_2}, Ом$	$\omega M_{12}, Ом$	$\omega M_{23}, Ом$	$\omega M_{31}, Ом$
0	220	18	20	24	10	15	20	14	16	12
1	380	24	24	30	15	30	20	20	20	15
2	127	10	20	10	20	10	20	14	20	18
3	660	36	30	20	20	30	40	24	25	20
4	127	12	20	12	10	12	20	12	18	12
5	220	20	10	20	24	20	10	8	8	6
6	380	24	30	20	20	20	30	24	25	20
7	220	16	20	20	10	16	18	14	12	12
8	1140	24	40	20	30	40	30	30	30	20
9	660	24	30	24	20	24	20	18	16	12

Таблица 2.6 (схемы 4-5-6-7-8-9)

Первая цифра варианта	U, V	$r_1, Ом$	$x_1, Ом$	$r_2, Ом$	$x_2, Ом$	$r_3, Ом$	$x_3, Ом$	$\omega M, Ом$
0	380	8	12	12	18	18	12	10
1	220	6	10	12	18	18	20	8
2	127	4	8	10	14	15	12	8
3	1140	12	10	22	26	26	18	8
4	660	8	16	15	20	20	18	10
5	380	10	14	20	24	24	16	12
6	220	5	12	12	20	8	15	10
7	120	6	10	12	18	18	20	8
8	380	10	14	20	24	24	16	10
9	127	4	8	8	12	10	14	6

Примечание. Сопротивления элементов, не указанных на схемах, принять равными нулю.

2.3. Типовые примеры решения задач

Пример 2.1. К зажимам цепи рис.2.5 приложено напряжение $u = 120\sqrt{2} \sin \omega t$ В.

Параметры цепи заданы: $x_1 = 5 Ом$, $r_2 = 8 Ом$, $x_2 = 6 Ом$, $x_3 = 8.33 Ом$,

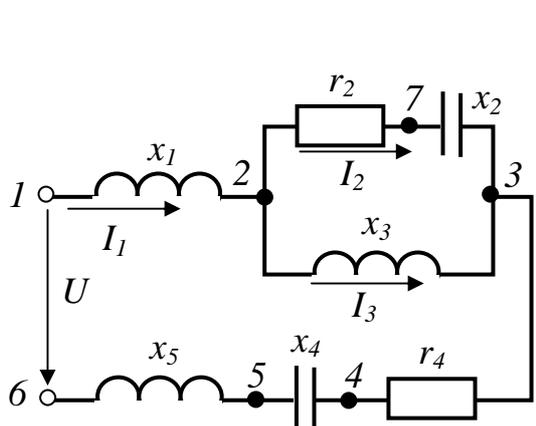


Рис. 2.5

$r_4 = 4 \text{ Ом}$, $x_4 = 5 \text{ Ом}$, $x_5 = 10 \text{ Ом}$.

Определить действующие значения токов во всех ветвях и напряжений на всех участках, записать мгновенные значения токов.

Определить также активную, реактивную и полную мощности цепи и построить полную векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение

Записываем входное напряжение

цепи в комплексной форме

$$\underline{U} = 120e^{j0^\circ} = 120 \text{ В}$$

(вектор \underline{U} совпадает с осью вещественных чисел).

Определяем комплекс сопротивления участка цепи между точками 2 и 3

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{(8 - j6)j8.33}{8 - j6 + j8.33} = \frac{j66.6 + 50}{8 + j2.33} = \frac{83.3e^{j53.1^\circ}}{8.33e^{j16.2^\circ}} = 10e^{j37^\circ} = 8 + j6 \text{ Ом.}$$

Комплекс общего сопротивления цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 = j5 + 8 + j6 + 4 - j5 + j10 = 12 + j16 = 20e^{j53.1^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплекс тока в неразветвленной части цепи определяем по закону Ома

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{120}{20e^{j53^\circ}} = 6e^{-j53^\circ} = 3.61 - j4.79 \text{ А.}$$

Действующее значение тока $I_1 = 6 \text{ А}$.

Найдем комплексы токов в параллельных ветвях

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 6e^{-j53.1^\circ} \cdot \frac{8.33e^{j90^\circ}}{8.33e^{j16^\circ}} = 6e^{j21^\circ} = 5.6 + j2.15 \text{ А.}$$

Следовательно, $I_2 = 6 \text{ А}$.

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 3.6 - j4.8 - 5.6 - j2.15 = -2 - j6.95 = 7.22e^{-j106^\circ} \text{ А, } I_3 = 7.22 \text{ А.}$$

Активная мощность цепи

$$P = \text{Re}[\underline{U} \underline{I}_1^*] = \text{Re}[120 \cdot 6e^{j53^\circ}] = 433 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = \text{Im}[\underline{U}\underline{I}_1^*] = \text{Im}[120 \cdot 6e^{j53^\circ}] = 575 \text{ вар.}$$

Комплекс полной мощности

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}_1^* = 120 \cdot 6e^{j53^\circ} = 720e^{j53^\circ} \text{ ВА},$$

следовательно, модуль этой мощности $S = 720 \text{ ВА}$,

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{433^2 + 575^2} = 720 \text{ ВА}.$$

Мгновенные значения токов

$$i_1 = 6\sqrt{2} \sin(\omega t - 53.1^\circ) \text{ А},$$

$$i_2 = 6\sqrt{2} \sin(\omega t + 21^\circ) \text{ А},$$

$$i_3 = 7,22\sqrt{2} \sin(\omega t - 106^\circ) \text{ А}.$$

Для построения полной векторной диаграммы цепи определяем комплексы падений напряжения на всех ее элементах

$$\underline{U}_{12} = \underline{I}_1 \cdot jx_1 = (3,6 - j4,8)j5 = 24 + j18 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{27} = \underline{I}_2 r_2 = (5,6 + j2,15)8 = 44,8 + j17,2 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{73} = \underline{I}_2 (-jx_2) = (15,6 + j2,15)(-j6) = 12,9 - j33,6 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{I}_3 \cdot jx_3 = (-2,11 - j6,91)j8,33 = 57,6 - j16,8 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{34} = \underline{I}_1 r_4 = (3,6 - j4,8)4 = 14,4 - j19,2 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{45} = \underline{I}_1 (-jx_4) = (3,6 - j4,8)(-j5) = -24 - j18 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{56} = \underline{I}_1 \cdot jx_5 = (3,6 - j4,8)j10 = 48 + j36 \text{ В}.$$

По результатам расчета построена векторная диаграмма на комплексной плоскости (рис.2.6).

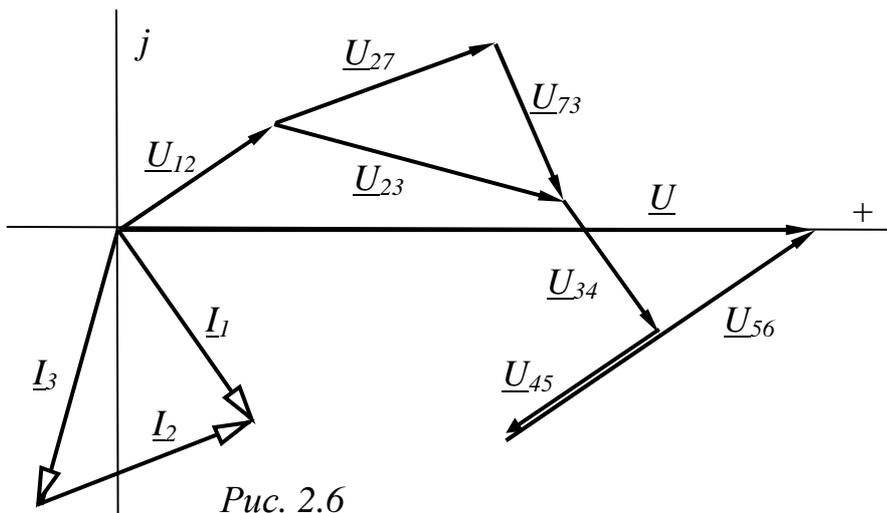


Рис. 2.6

Указания.

1. Если мгновенное напряжение имеет отличную от нуля начальную фазу, например, $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, то комплекс действующего значения напряжения будет иметь вид

$$\underline{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi}.$$

2. Задачу 2.1 и пример 2.1 можно решать и методом проводимостей (методом векторных диаграмм).

Пример 2.2. В схеме рис.2.7 ЭДС $E_1 = E_2 = 120 \text{ В}$, причем E_2 отстает по фазе от E_1 на угол 90° . Сопротивления $Z_1 = r_1 + jx_1 = Z_2 = r_2 + jx_2 = 2 + j2 \text{ Ом}$, $Z_3 = 10 \text{ Ом}$.

Определить токи во всех ветвях. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов.

Решение

Предлагаемая задача может быть решена одним из методов, которые применялись для расчета сложных цепей постоянного тока.

Воспользуемся, например, методом двух узлов.

Если совместим вектор ЭДС E_1 с осью вещественных чисел, то комплексы ЭДС будут соответственно равны

$$\underline{E}_1 = E_1 = 120 \text{ В}, \quad \underline{E}_2 = E_2 e^{-j90^\circ} = 120 e^{-j90^\circ} = -j120 \text{ В}.$$

Тогда узловое напряжение

$$\underline{U}_{ab} = \frac{\underline{E}_1 Y_1 + \underline{E}_2 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{\frac{120}{2+j2} + \frac{120e^{-j90^\circ}}{2+j2}}{\frac{1}{2+j2} + \frac{1}{2+j2} + \frac{1}{10}} = \frac{-j60}{0,6 - j0,5} = \frac{60e^{-j90^\circ}}{0,78e^{-j39,8^\circ}} = 49,2 - j59,1 \text{ В},$$

а его модуль

$$U_{ab} = \sqrt{49,2^2 + 59,1^2} = 76,9 \text{ В}.$$

Ток первого источника

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{ab}}{Z_1} = \frac{120 - 49,2 + j59,1}{2 + j2} = 32,5 - j2,9 \text{ А},$$

$$I_1 = \sqrt{32,5^2 + 2,9^2} = 32,6 \text{ А}.$$

Ток второго источника

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{ab}}{Z_2} = \frac{-j120 - 49,2 + j59,2}{2 + j2} = -27,5 - j2,9 \text{ А},$$

$$I_2 = \sqrt{27,5^2 + 2,9^2} = 27,7 \text{ А}.$$

Ток третьей ветви

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{ab}}{r_3} = \frac{49,2 - j59,2}{10} = 4,92 - j5,92 \text{ А},$$

$$I_3 = \sqrt{4,92^2 + 5,92^2} = 7,69 \text{ А}.$$

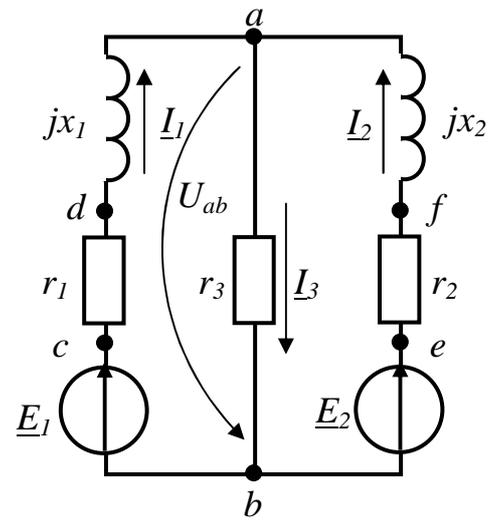


Рис. 2.7

Приняв потенциал узла b равным нулю, определяем потенциалы других характерных точек

$$\underline{\varphi}_c = \underline{\varphi}_b + \underline{E}_1 = 120 \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_d = \underline{\varphi}_c - \underline{I}_1 r_1 = 120 - (32.5 - j2.9)2 = 55 + j5.8 \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_a = \underline{\varphi}_d - \underline{I}_1 jx_1 = 55 + j5.8 - (32.5 - j2.9)j2 = 49.2 - j59.2 \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_e = \underline{\varphi}_b + \underline{E}_2 = -j120 \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_f = \underline{\varphi}_e - \underline{I}_2 r_2 = -j120 - (-27.5 - j2.9)2 = 55 - j114.2 \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_a = \underline{\varphi}_f - \underline{I}_2 jx_2 = 55 - j114.2 - (-27.5 - j2.9)j2 = 49.2 - j59.2 \text{ В}$$

и строим топографическую диаграмму цепи, совмещенную с векторной диаграммой токов (рис. 2.8).

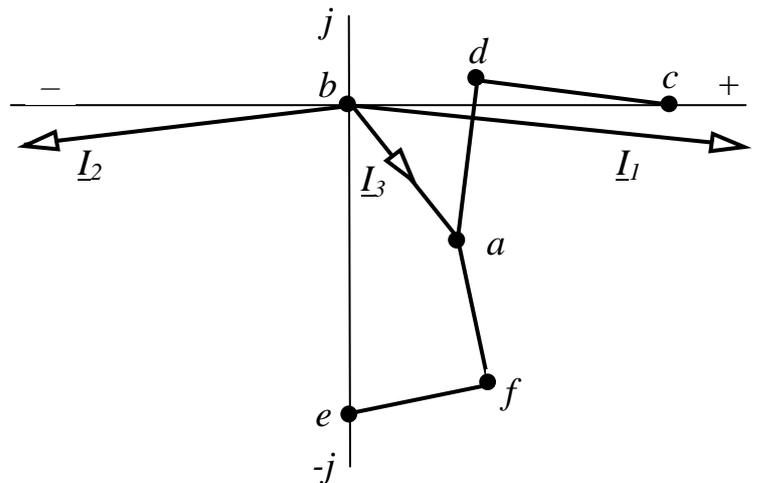


Рис. 2.8

Пример 2.3. На рис.2.9 изображена схема цепи с индуктивно связанными элементами.

Требуется рассчитать токи, построить полную векторную диаграмму, определить показания ваттметров и вольтметра, а также величину и направление передачи активной мощности через индуктивную связь, если

$$u = 300 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В}, \quad r_1 = 5 \text{ Ом},$$

$$r_2 = 10 \text{ Ом}, \quad \omega L_1 = 15 \text{ Ом},$$

$$\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_2} = 5 \text{ Ом},$$

$$\omega M_{12} = \omega M_{13} = \omega M_{23} = 8 \text{ Ом}.$$

Решение

На основании исходной схемы (рис.2.9) определяем одноименные зажимы индуктивно связанных элементов (обозначаются «*») и переходим к рассмотрению эквивалентной схемы (рис.2.10).

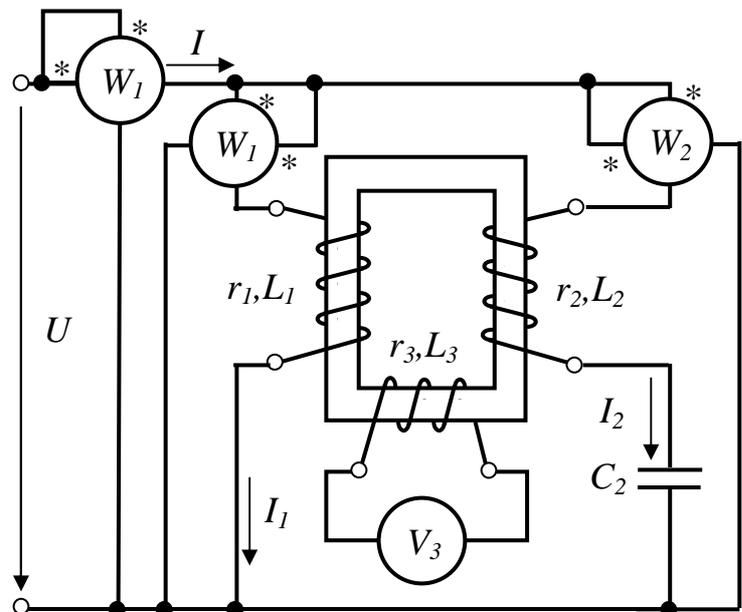


Рис. 2.9

Расчет токов выполним методом уравнений Кирхгофа.

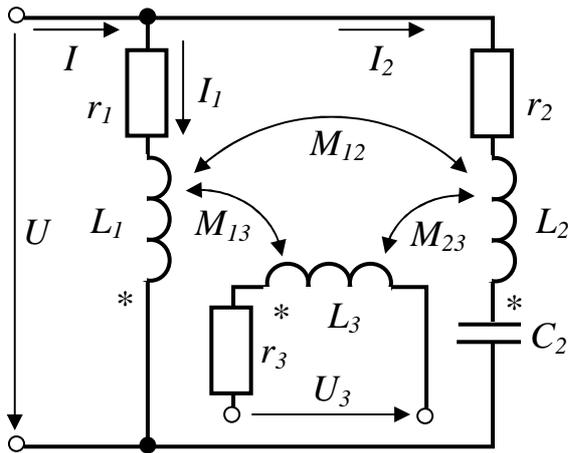


Рис. 2.10

По законам Кирхгофа имеем

$$\begin{cases} \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_M = \underline{U}, \\ \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_1 \underline{Z}_M = \underline{U}, \\ \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2, \end{cases} \quad (2.1)$$

где:

$$\underline{U} = 150 + j150 = 150\sqrt{2}e^{j45^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{Z}_1 = r_1 + j\omega L_1 = 5 + j15 = 15,81e^{j71,6^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = r_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = r_2 = 10 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M = j8 = 8e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Следует отметить, что ток \underline{I}_3 равен

нулю, так как вольтметр имеет большое внутреннее сопротивление, поэтому влияние этого тока на первый и второй элементы отсутствует.

Решая систему уравнений (2.1), получим

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \cdot \underline{U}, \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \cdot \underline{U}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Уравнение для определения показания вольтметра составляется по второму закону Кирхгофа

$$\underline{U}_3 = \underline{I}_3 \underline{Z}_3 - \underline{I}_1 \underline{Z}_M - \underline{I}_2 \underline{Z}_M \quad (2.3)$$

Подставляя числовые значения величин в уравнения (2.2) и (2.3) и учитывая (2.1), находим

$$\underline{I}_1 = 9.94 - j10.45 = 14.42e^{-j46.43^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_2 = 6.64 + j7.05 = 9.69e^{j46.7^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 16.6 - j3.4 = 16.93e^{-j11.6^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{U}_3 = 135.4e^{j78.4^\circ} \text{ В}, \quad U_3 = 135.4 \text{ В}.$$

Следовательно, вольтметр покажет 158,1 В.

Суммарная активная мощность, потребляемая из сети (показание первого ваттметра):

$$P = \operatorname{Re}[\underline{U} \underline{I}] = \operatorname{Re}[\sqrt{2} \cdot 150e^{j45^\circ} \cdot 16.93e^{-j11.6^\circ}] = \operatorname{Re}(1978 + j2997) = 1978 \text{ Вт}.$$

Активная мощность, потребляемая из сети отдельными ветвями (показания двух других ваттметров):

$$P_1 = \operatorname{Re}[\underline{U}_1 \underline{I}_1^*] = \operatorname{Re}[(150 + j150)(9.94 + j10.45)] = -76.01 \text{ Вт},$$

$$P_2 = \operatorname{Re}[\underline{U}_2 \underline{I}_2^*] = \operatorname{Re}[(150 + j150)(6.64 - j7.05)] = 2054 \text{ Вт}.$$

Баланс мощностей

$$P = P_1 + P_2 = -76.01 + 2054 = 1978 \text{ Вт}.$$

Тепловые потери мощности в первой ветви

$$\Delta P_1 = I_1^2 r_1 = (14.42)^2 \cdot 5 = 1040 \text{ Вт}.$$

Следовательно, передаваемая через взаимную индуктивность из первой ветви во вторую активная мощность

$$P_{1M} = P_1 - \Delta P_1 = -76.01 - 1040 = -1116 \text{ Вт}$$

или

$$P_{1M} = \operatorname{Re}[\underline{U}_{1M} \underline{I}_2^*] = \operatorname{Re}[j\omega M \underline{I}_2 \cdot \underline{I}_1^*] = \operatorname{Re}[j8 \cdot (6.64 + j7.05)(9.94 + j10.45)] = -1116 \text{ Вт}.$$

Тепловые потери мощности во второй ветви

$$\Delta P_2 = I_2^2 r_2 = 9.69^2 \cdot 10 = 938.1 \text{ Вт},$$

а мощность, передаваемая через магнитное поле из второй ветви в первую:

$$P_{2M} = P_2 - \Delta P_2 = 2054 - 938.1 = 1116 \text{ Вт}$$

или

$$P_{2M} = \operatorname{Re}[\underline{U}_{2M} \underline{I}_1^*] = \operatorname{Re}[j\omega M \underline{I}_1 \cdot \underline{I}_2^*] = \operatorname{Re}[j8 \cdot (9.94 - j10.45)(6.64 - j7.05)] = 1116 \text{ Вт}.$$

Знак «-» перед активной мощностью P_{1M} означает, что в действительности мощность передается не из первой ветви во вторую, а наоборот.

Для построения полной векторной диаграммы цепи определим комплексы напряжений на отдельных ее элементах

$$\underline{U}_{r_1} = \underline{I}_1 r_1 = (9.94 - j10.45) \cdot 5 = 49.7 - j55.2 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{L_1} = \underline{I}_1 \cdot j\omega L_1 = (9.94 - j10.45) j15 = 156.7 + j149.1 \text{ В},$$

$$\underline{I}_2 \underline{Z}_M = (6.64 + j7.05) j8 = -56.4 + j53.1 \text{ В},$$

$$\underline{I}_1 \underline{Z}_M = (9.94 - j10.45) j8 = 83.6 + j79.5 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{r_2} = \underline{I}_2 r_2 = (6.64 + j7.05) \cdot 10 = 66.4 + j70.50 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{L_2} = \underline{I}_2 \cdot j\omega L_2 = (6.64 + j7.05) j5 = -35.2 + j33.2 \text{ В},$$

$$\underline{U}_{C_2} = \underline{I}_2 \left(-j \frac{1}{\omega C_2}\right) = (6.64 + j7.05)(-j5) = 35.2 - j33.2 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма цепи построена на рис.2.11.

Пример 2.4. В схеме рис.2.12 $e = 208 \sin \omega t \text{ В}$, $x_1 = 4 \text{ Ом}$, $x_2 = 2 \text{ Ом}$,
 $x_M = 2 \text{ Ом}$, $r_3 = 2 \text{ Ом}$.

Требуется:

- 1) составить уравнения по законам Кирхгофа для определения действующих значений токов во всех ветвях;
- 2) устранить («развязать») индуктивную связь между элементами, вычертив эквивалентную схему и определив ее параметры;
- 3) пользуясь эквивалентной схемой, рассчитать токи во всех ветвях;
- 4) построить полную векторную диаграмму цепи.

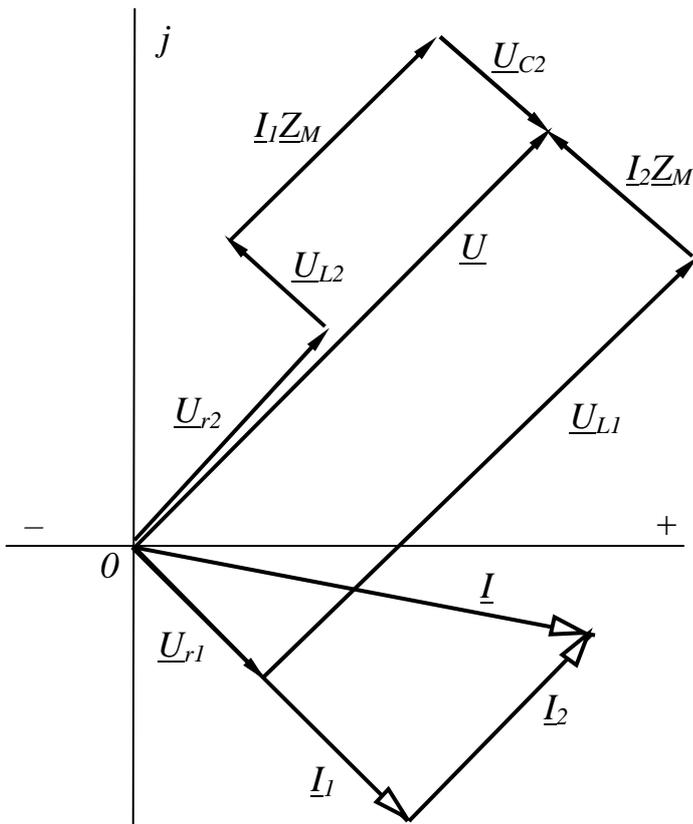


Рис. 2.11

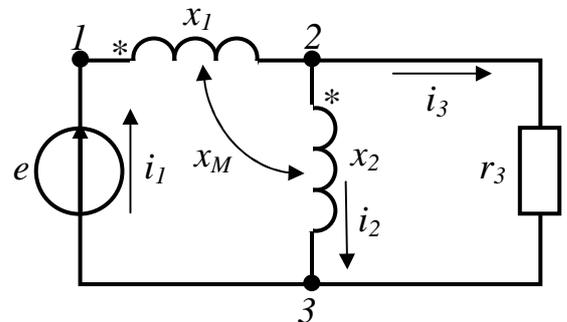


Рис. 2.12

Решение

Для исходной схемы рис.2.12 составляем уравнения на основании законов Кирхгофа

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 + \underline{I}_3, \\ \underline{E} &= j\underline{I}_1 x_1 + jx_M \underline{I}_2 + j\underline{I}_2 x_2 + j\underline{I}_1 x_M, \\ j\underline{I}_2 x_2 + j\underline{I}_1 x_M - \underline{I}_3 r_3 &= 0. \end{aligned}$$

После устранения индуктивной связи между элементами (с учетом того, что в одном и том же узле соединяются разноименные зажимы элементов) получаем эквивалентную схему рис.2.13, в которой сопротивление параллельного соединения между узлами 2 и 3:

$$\underline{Z}_{23} = \frac{j(x_2 + x_M)(r_3 - jx_M)}{j(x_2 + x_M) + (r_3 - jx_M)} = \frac{j(2+2)(2-j2)}{j(2+2) + 2 - j2} = 4 \text{ Ом},$$

а входное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_{\text{ex}} = j(x_1 + x_M) + \underline{Z}_{23} = j(4+2) + 4 = 4 + j6 \text{ Ом}.$$

Тогда ток в неразветвленной части цепи

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{ex}} = \frac{208}{4 + j6} = 16 - j24 \text{ A},$$

а токи в параллельных ветвях

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \frac{j(x_2 + x_M)}{j(x_2 + x_M) + r_3 - jx_M} = (16 - j24) \frac{j4}{j4 + 2 - j2} = 40 - j8 \text{ A},$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 - \underline{I}_3 = 16 - j24 - 40 + j8 = -24 - j16 \text{ A}.$$

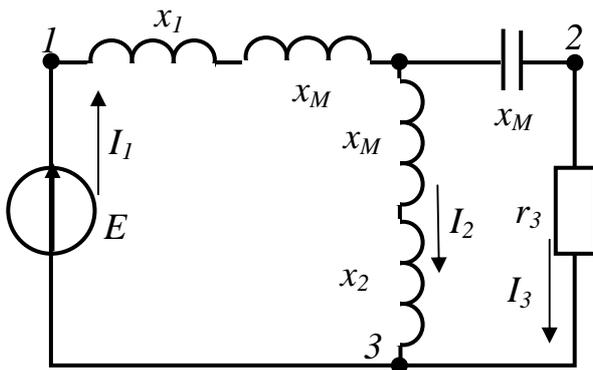


Рис. 2.13

Для построения векторной диаграммы определяем падения напряжений на отдельных элементах цепи:

$$\begin{aligned} j\underline{I}_1 x_1 &= j(16 - j24) \cdot 4 = 96 + j64 \text{ B}, \\ j\underline{I}_2 x_M &= j(-24 - j16) \cdot 2 = 32 - j48 \text{ B}, \\ j\underline{I}_2 x_2 &= j(-24 - j16) \cdot 2 = 32 - j48 \text{ B}, \\ j\underline{I}_1 x_M &= j(16 - j24) \cdot 2 = 48 + j32 \text{ B}, \\ \underline{I}_3 r_3 &= (40 - j8) \cdot 2 = 80 - j16 \text{ B}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма исходной схемы (рис.2.12) построена на рис.2.14.

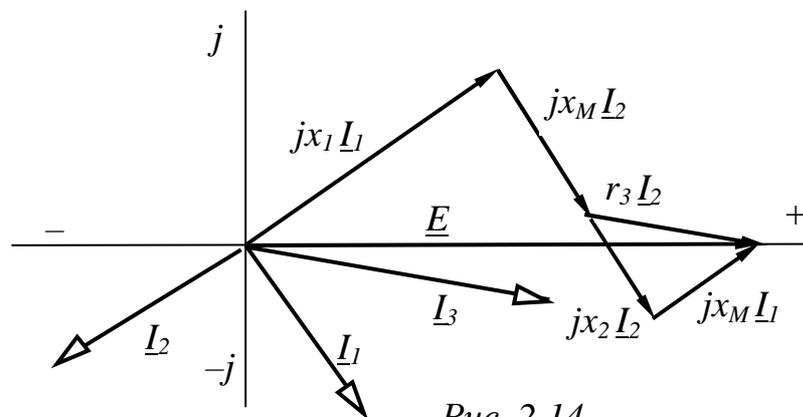


Рис. 2.14

3. ТРЁХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

3.1. Вопросы, подлежащие изучению

Получение трёхфазных ЭДС. Способы соединения обмоток трёхфазных генераторов и ветвей приёмника. Положительные направления электрических величин в трехфазной системе. Симметричный режим трехфазной цепи при соединении в звезду и в треугольник. Соотношение между линейными и фазными величинами. Векторные и топографические диаграммы. Расчет

симметричных и несимметричных трехфазных цепей. Трёхпроводные и четырехпроводные системы. Назначение нулевого провода.

Мощности трёхфазного тока. Измерение активной и реактивной мощностей (энергий) трехфазной системы.

Вращающееся магнитное поле. Принцип действия асинхронного и синхронного электродвигателей.

Основы метода симметричных составляющих и его применение к расчету симметричных и несимметричных трёхфазных систем.

3.2. Задачи контрольных работ

Задача 3.1. Три одинаковых приемника энергии с сопротивлениями r , x_L и x_C подключены к трехфазному генератору с линейным напряжением U_L . Параметры схем заданы в табл. 3.1. Определить фазные и линейные напряжения и токи, а также показания ваттметров для следующих случаев:

- 1) приемник соединен звездой (рис.3.1);
- а) нагрузка фаз симметрична;
- б) одна фаза оборвана (см. табл. 3.1);
- в) один приемник закорочен (см. табл. 3.1);
- 2) приемник соединен треугольником (рис.3.2);

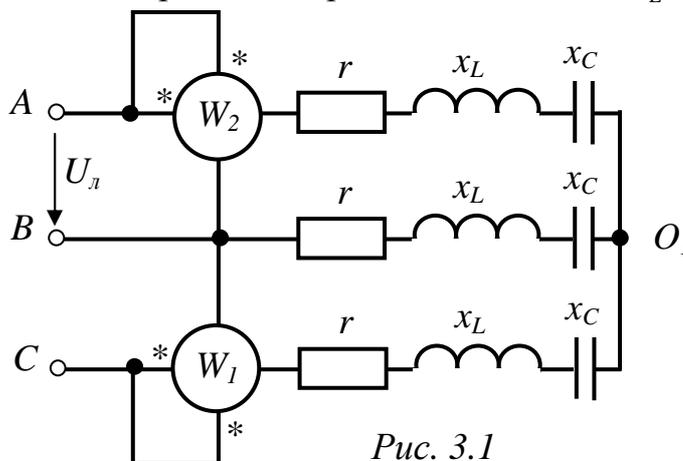


Рис. 3.1

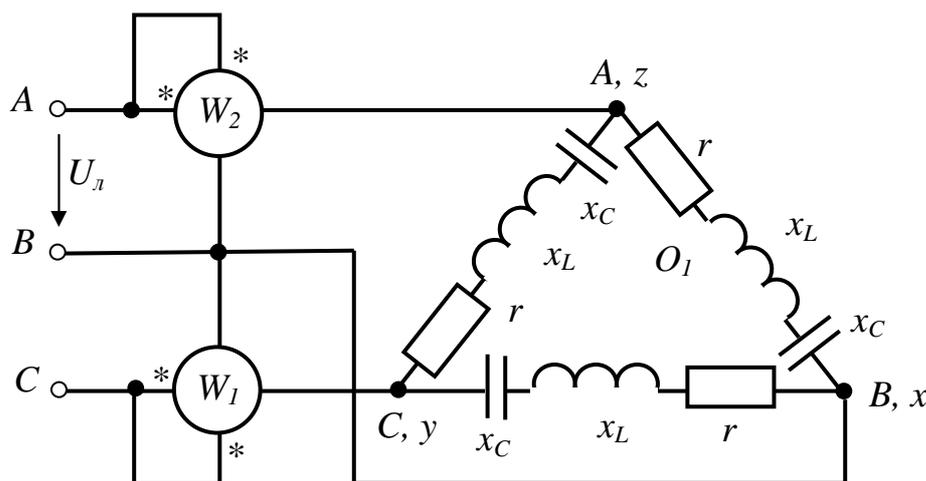


Рис. 3.2

- а) нагрузка фаз симметрична;
- б) один линейный провод оборван (см. табл. 3.1);
- в) одна фаза приемника разомкнута (см. табл. 3.1).

Для каждого из указанных случаев вычертить схему и построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Таблица 3.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_L , В	114 0	660	380	220	127	110	200	300	500	440
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r , Ом	12	16	16	12	6	8	0	0	6	6
x_L , Ом	16	0	12	0	8	6	10	20	0	8
x_C , Ом	0	12	0	16	0	0	20	10	8	0
Для звезды: закорочена фаза оборвана фаза	A B	B A	C C	A B	B A	C C	A B	B A	C C	A B
Для треугольника: оборвана фаза оборван линейный провод	AX C	BY B	CZ A	AX C	BY B	CZ A	AX C	BY B	CZ A	AX C

Задача 3.2. Три приемника с параметрами \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C соединены звездой и подключены к симметричному трехфазному генератору (рис.3.3), линейные напряжения которого $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$.

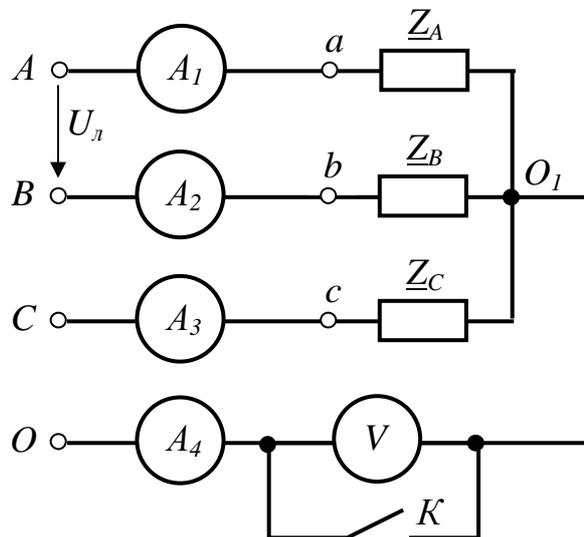


Рис. 3.3

Определить показания приборов, активную мощность, потребляемую приемниками, и построить векторные диаграммы для двух случаев:

- нулевой провод замкнут;
- нулевой провод разомкнут.

Параметры элементов схемы заданы в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_{\text{л}}, \text{В}$	1140	380	220	127	660	110	440	250	500	580
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\underline{Z}_A, \text{Ом}$	-j10	10	-j10	8+j6	20	6+j8	3+j4	10	20	-j16
$\underline{Z}_B, \text{Ом}$	13	-j13	4+j3	-j16	6+j8	10	-j10	8+j6	-j16	6+j8
$\underline{Z}_C, \text{Ом}$	12+j5	5+j12	10	20	-j10	-j20	5	-j10	8+j6	20

Задача 3.3. Трехфазный приемник, соединенный треугольником, питается от симметричного генератора с линейным напряжением $U_{\text{л}}$ (рис.3.4). Сопротивления фаз приемника \underline{Z}_{ab} , \underline{Z}_{bc} , \underline{Z}_{ca} , сопротивления проводов r и напряжение $U_{\text{л}}$ заданы в табл. 3.3.

Определить показания приборов и построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Таблица 3.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_{\text{л}}, \text{В}$	500	440	200	250	110	127	220	580	660	1140
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\underline{Z}_{ab}, \text{Ом}$	-j10	8-j6	40	-j20	5-j12	25	3+j4	20	8+j6	6+j8
$\underline{Z}_{bc}, \text{Ом}$	10	6+j8	j40	5+j12	5+j12	j20	10	5-j12	6-j8	10-j10
$\underline{Z}_{ca}, \text{Ом}$	6+j8	20	-j20	13	13	12-j16	-j10	j20	10	-j20
$r, \text{Ом}$	3	2	2	2	1	3	2	2	1	2

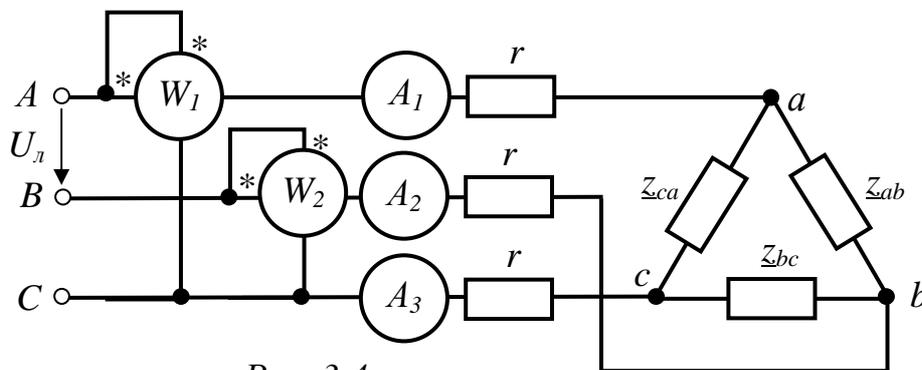


Рис. 3.4

3.3. Типовые примеры решения задач

Пример 3.1. Симметричный приемник имеет сопротивления фаз

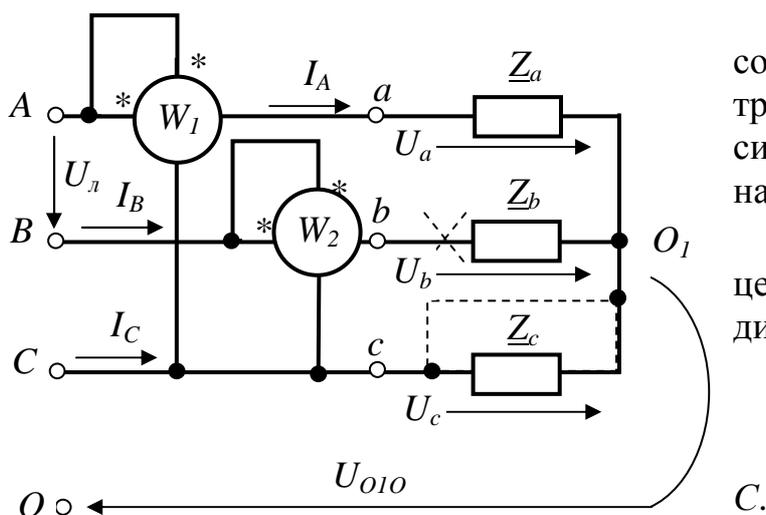


Рис. 3.5

$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = 27.51e^{j30^\circ} \text{ Ом,}$
соединен в звезду и подключен к трехфазному генератору с симметричным линейным напряжением $U_{\text{Л}} = 127 \text{ В}$ (рис.3.5).

Рассчитать токи и мощности цепи, построить ее векторные диаграммы для случаев:

- симметричная нагрузка;
- обрыв фазы *B*;
- короткое замыкание фазы *C*.

Решение

А. Нагрузка симметрична.

Если предположить, что обмотки генератора соединены звездой, то фазное напряжение генератора

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{127}{\sqrt{3}} = 73.3 \text{ В.}$$

Совместим вектор фазного напряжения генератора \underline{U}_A с осью вещественных чисел. Тогда комплексы фазных напряжений генератора равны

$$\underline{U}_A = 73.3 \text{ В,} \quad \underline{U}_B = \underline{U}_A e^{-j120^\circ} = 73.3e^{-j120^\circ} \text{ В,} \quad \underline{U}_C = \underline{U}_A e^{j120^\circ} = 73.3e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Так как нагрузка симметрична, то фазные напряжения нагрузки будут равны соответствующим фазным напряжениям генератора (из-за равенства нулю напряжения смещения нейтрали $U_{0,0}$).

По закону Ома определяем ток фазы *A*

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{73.3}{27.51e^{j30^\circ}} = 2.66e^{-j30^\circ} \text{ А,}$$

после чего определяем токи в двух других фазах

$$\underline{I}_B = \underline{I}_A e^{-j120^\circ} = 2.66e^{-j150^\circ} \text{ А,} \quad \underline{I}_C = \underline{I}_A e^{j120^\circ} = 2.66e^{j90^\circ} \text{ А.}$$

Активная мощность цепи

$$P = 3P_\phi = 3 \operatorname{Re} \left[\underline{U}_A \cdot \underline{I}_A^* \right] = 3I_A^2 r = 3 \cdot 2.66^2 \cdot 23.8 = 505.2 \text{ Вт.}$$

Показания ваттметров

$$P_1 = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^* \right] = \operatorname{Re} \left[127e^{-j30^\circ} \cdot 2.66e^{j30^\circ} \right] = 337.1 \text{ Вт,}$$

где $\underline{U}_{AC} = -\underline{U}_{CA} = \underline{U}_A - \underline{U}_C = 73.3 - 73.3e^{j120^\circ} = 127e^{-j30^\circ} \text{ В.}$

$$P_2 = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_A^* \right] = \operatorname{Re} \left[127e^{-j90^\circ} \cdot 2.66e^{j150^\circ} \right] = 168.1 \text{ Вт,}$$

где $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = 73.3e^{-j120^\circ} - 73.3e^{j120^\circ} = 127e^{-j90^\circ} \text{ В.}$

Сумма показаний ваттметров

$$P_1 + P_2 = 505.2 \text{ Вт.}$$

Векторную диаграмму цепи строим на комплексной плоскости по результатам расчета (рис.3.6).

Построение векторной диаграммы начинаем с системы фазных напряжений источника $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$, затем линейных напряжений $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ и, наконец, системы токов $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$. Масштабы по напряжению и току выбираем произвольно. На комплексной плоскости указываются положения точек A, B, C, O и O_1 , которые выражают собой комплексные потенциалы соответствующих точек схемы рис.3.5.

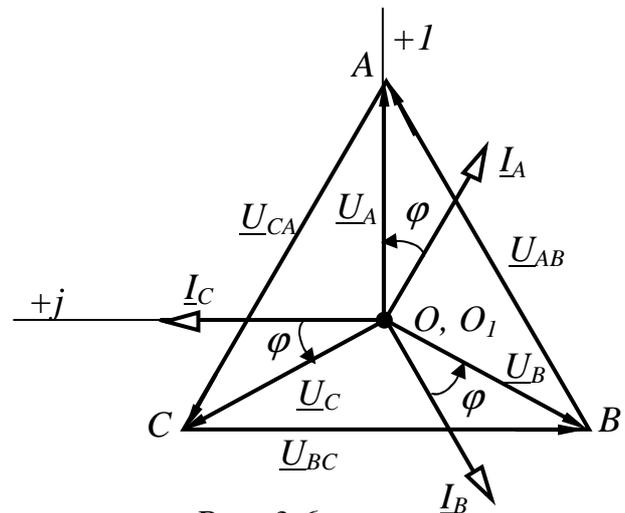


Рис. 3.6

Б. Обрыв фазы B ($Z_B = \infty$).

Находим комплексы проводимостей фаз приемника

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{23.8 + j13.8} = 0.031 - j0.018 \frac{1}{\text{Ом}},$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{\infty} = 0, \quad \underline{Y}_C = \underline{Y}_A = 0.031 - j0.018 \frac{1}{\text{Ом}}.$$

Определяем напряжение смещения нейтрали

$$\underline{U}_{0,0} = \frac{\underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = -\frac{\underline{U}_B}{2}$$

$$= \frac{73.3(0.031 - j0.018) + 73.3e^{j120^\circ}(0.031 - j0.018)}{0.031 - j0.018 + 0.031 - j0.018} = 18.31 + j31.75 \text{ В.}$$

Определяем фазные напряжения приемника

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U}_A - \underline{U}_{0,0} = 73.3 - 18.31 - j31.75 = 54.99 - j31.75 = 63.5e^{-j30^\circ} \text{ В,} \\ \underline{U}_b &= \underline{U}_B - \underline{U}_{0,0} = -36.65 - j63.48 - 18.31 - j31.75 = -54.96 - j95.23 = 110e^{-j120^\circ} \text{ В,} \\ \underline{U}_c &= \underline{U}_C - \underline{U}_{0,0} = -36.65 + j63.48 - 18.31 - j31.75 = -54.96 + j31.75 = 63.5e^{j150^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Токи вычисляем по закону Ома

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{63.5e^{-j30^\circ}}{27.51e^{j30^\circ}} = 2.31e^{-j60^\circ} = 1.155 - j2 \text{ А,} \\ \underline{I}_B &= 0, \\ \underline{I}_C &= \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{63.5e^{j150^\circ}}{27.51e^{j30^\circ}} = 2.31e^{j120^\circ} = -1.155 + j2 \text{ А.} \end{aligned}$$

Векторную диаграмму цепи строим на комплексной плоскости по результатам расчета (рис.3.7).

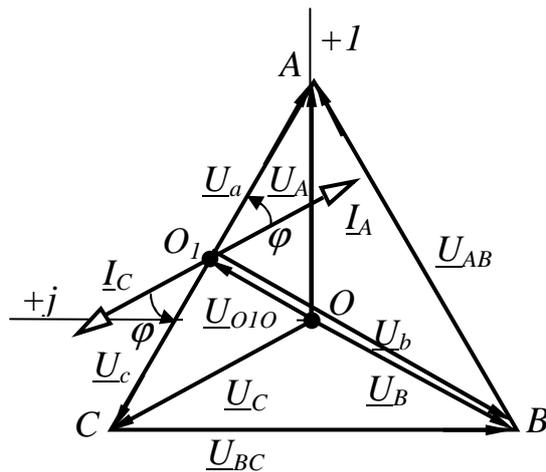


Рис. 3.7

Активная мощность цепи

$$\begin{aligned} P &= P_A + P_C = I_A^2 r + I_C^2 r = 2.31^2 \cdot 23.8 + \\ &+ 2.31^2 \cdot 23.8 = 254 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Показания ваттметров

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{Re} \left[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^* \right] = \text{Re} \left[127e^{-j30^\circ} \cdot 2.31e^{j60^\circ} \right] = \\ &= 254 \text{ Вт,} \end{aligned}$$

$$P_2 = \text{Re} \left[\underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_B^* \right] = 0.$$

Сумма показаний ваттметров

$$P = P_1 + P_2 = 254 \text{ Вт.}$$

В. Короткое замыкание фазы C.

При коротком замыкании фазы C $\underline{Z}_C = 0$, $\underline{Y}_C = \infty$. В этом случае напряжение смещения нейтрали

$$\underline{U}_{0,0} = \frac{\underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \underline{U}_C = -36.65 + j63.48 = 73.3e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Тогда фазные напряжения приемника

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U}_A - \underline{U}_{0,0} = 73.3 + 36.65 - j63.48 = 109.9 - j63.48 = 127e^{-j30^\circ} \text{ В,} \\ \underline{U}_b &= \underline{U}_B - \underline{U}_{0,0} = -36.65 - j63.48 + 36.65 - j63.48 = -j127 = 127e^{-j90^\circ} \text{ В,} \end{aligned}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{0,0} = 0 \text{ В.}$$

Токи \underline{I}_A и \underline{I}_B определяем по закону Ома

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{127e^{-j30^\circ}}{27.51e^{j30^\circ}} = 4.62e^{-j60^\circ} = 2.31 - j4 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{127e^{-j90^\circ}}{27.51e^{j30^\circ}} = 4.62e^{-j120^\circ} = -2.31 - j4 \text{ А.}$$

Ток в короткозамкнутой фазе находим по первому закону Кирхгофа

$$\underline{I}_C = -(\underline{I}_A + \underline{I}_B) = -(2.31 - j4 - 2.31 - j4) = j8 = 8e^{j90^\circ} \text{ А.}$$

Векторная диаграмма представлена на рис.3.8.

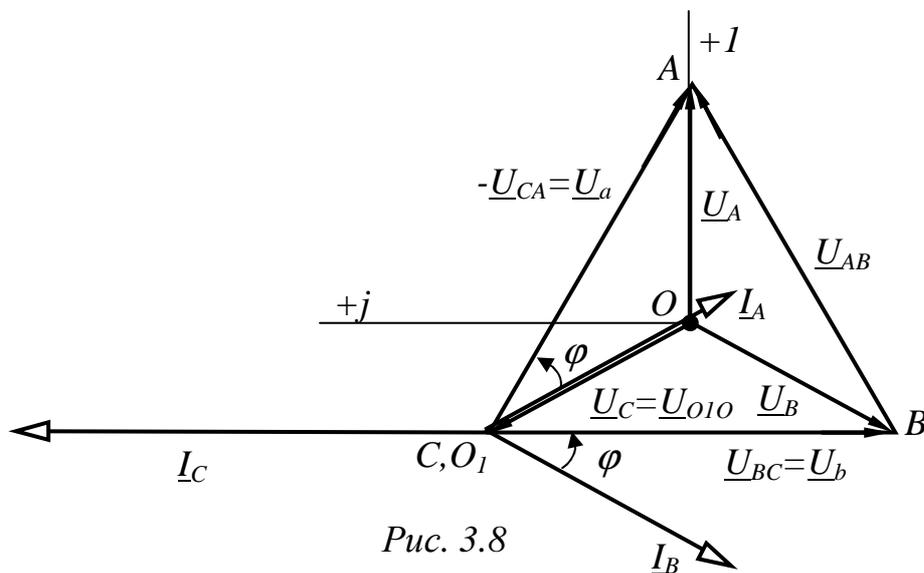


Рис. 3.8

Активная мощность цепи

$$P = P_A + P_C = I_A^2 r + I_C^2 r = 4,62^2 \cdot 23,8 + 4,62^2 \cdot 23,8 = 1016 \text{ Вт.}$$

Показания ваттметров

$$P_1 = \text{Re} \left[\underline{U}_{AC} \cdot \underline{I}_A^* \right] = \text{Re} \left[127e^{-j30^\circ} \cdot 4,62e^{j60^\circ} \right] = 508 \text{ Вт,}$$

$$P_2 = \text{Re} \left[\underline{U}_{BC} \cdot \underline{I}_B^* \right] = \text{Re} \left[127e^{-j90^\circ} \cdot 4,62e^{j120^\circ} \right] = 508 \text{ Вт.}$$

Сумма показаний ваттметров $P = P_1 + P_2 = 508 + 508 = 1016 \text{ Вт.}$

Пример 3.2. Три одинаковых приемника энергии с сопротивлениями $\underline{Z}_\phi = 8 + j6 \text{ Ом}$ соединены треугольником и подключены к трехфазному генератору с симметричными линейными напряжениями $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$ (рис.3.9).

Рассчитать фазные и линейные токи для случаев:

а) симметричная нагрузка;

- б) обрыв линейного провода B ;
в) выключена фаза C приемника.

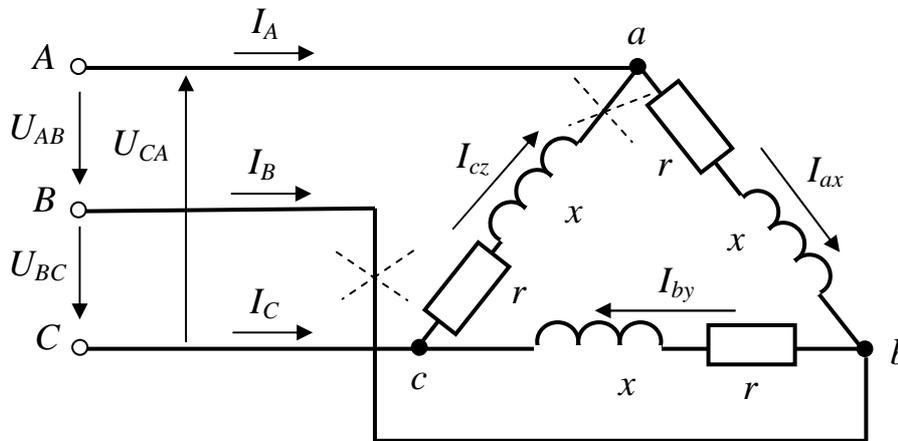


Рис. 3.9

Решение

А. Симметричный режим.

При соединении нагрузки в треугольник фазные напряжения равны линейным

$$\underline{U}_{ax} = \underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB} = 220 \text{ В}, \quad \underline{U}_{by} = \underline{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_{cz} = \underline{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Ток \underline{I}_{ax} определяем по закону Ома

$$\underline{I}_{ax} = \frac{\underline{U}_{ax}}{\underline{Z}_\phi} = \frac{220}{8 + j6} = 22e^{-j37^\circ} \text{ А}.$$

Токи в двух других фазах равны

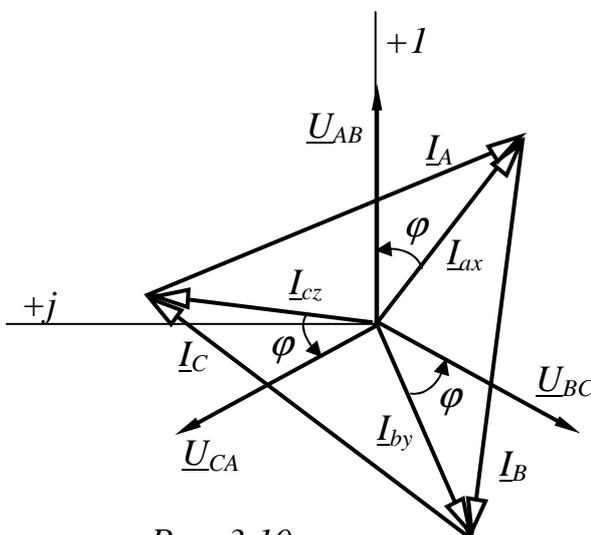


Рис. 3.10

$$\underline{I}_{by} = \underline{I}_{ax} e^{-j120^\circ} = 22e^{-j157^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_{cz} = \underline{I}_{ax} e^{j120^\circ} = 22e^{j83^\circ} \text{ А}.$$

Определяем линейные токи

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ax} - \underline{I}_{cz} = 22e^{-j37^\circ} - 22e^{j83^\circ} = 38e^{-j67^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{by} - \underline{I}_{ax} = 22e^{-j157^\circ} - 22e^{-j37^\circ} = 38e^{j173^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{cz} - \underline{I}_{by} = 22e^{j83^\circ} - 22e^{-j157^\circ} = 38e^{j53^\circ} \text{ А}.$$

По результатам расчета строим векторную диаграмму цепи (рис.3.10).

Б. Обрыв линейного провода В.

При обрыве линейного провода трехфазная цепь превращается в однофазную с параллельным соединением ветвей с сопротивлениями \underline{Z}_ϕ и $2\underline{Z}_\phi$.

По закону Ома и первому закону Кирхгофа определяем токи

$$\underline{I}_{ax} = \underline{I}_{by} = \frac{U_{ac}}{2\underline{Z}_\phi} = \frac{-U_{cz}}{2\underline{Z}_\phi} = \frac{-220e^{j120^\circ}}{2(8+j6)} = -1.32 - j10.9 = 11e^{-j97^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_{cz} = \frac{U_{cz}}{\underline{Z}_\phi} = \frac{220e^{j120^\circ}}{8+j6} = 2.64 + j21.8 = 22e^{j83^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ax} - \underline{I}_{cz} = -1.32 - j10.9 - 2.64 - j21.8 = -3.96 - j32.7 = 32.9e^{-j97^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{by} - \underline{I}_{ax} = 0,$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{cz} - \underline{I}_{by} = 2.64 + j21.8 + 1.32 + j10.9 = 3.96 + j32.7 = 32.9e^{j83^\circ} \text{ A}.$$

В. Фаза cz выключена.

В этом случае $\underline{I}_{cz} = 0$,

$$\underline{I}_{ax} = \frac{U_{ax}}{\underline{Z}_\phi} = \frac{220}{8+j6} = 22e^{-j36.9^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_{by} = \frac{U_{by}}{\underline{Z}_\phi} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{8+j6} = 22e^{-j156.9^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ax} - \underline{I}_{cz} = 22e^{-j36.9^\circ} - 0 = 22e^{-j36.9^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{by} - \underline{I}_{ax} = 22e^{-j156.9^\circ} - 22e^{-j36.9^\circ} = 38e^{j173.1^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{cz} - \underline{I}_{by} = 0 - 22e^{-j156.9^\circ} = 22e^{j23.1^\circ} \text{ A}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис.

3.11.

Пример 3.3. Трехфазная нагрузка соединена

в звезду и подключена к симметричному генератору с линейным напряжением $\underline{U}_л = 220 \text{ В}$ (рис.3.12).

Определить фазные напряжения и токи и построить векторную диаграмму для двух случаев:

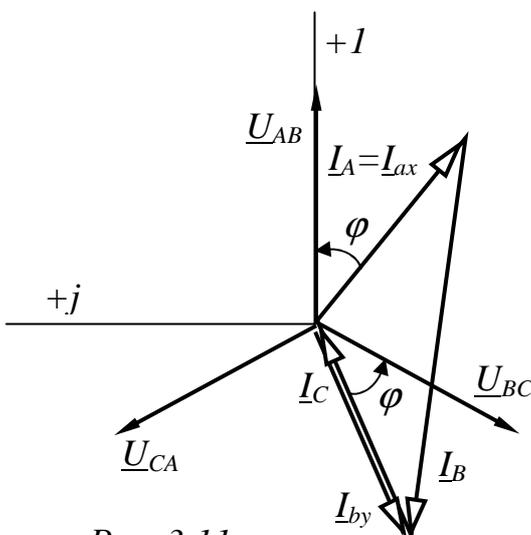


Рис. 3.11

- а) нулевой провод замкнут;
 б) нулевой провод разомкнут,
 если: $\underline{Z}_A = 15 + j8,66 = 17,32e^{j30^\circ} \text{ Ом}$; $\underline{Z}_B = 15 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_C = j15 \text{ Ом}$.

Решение

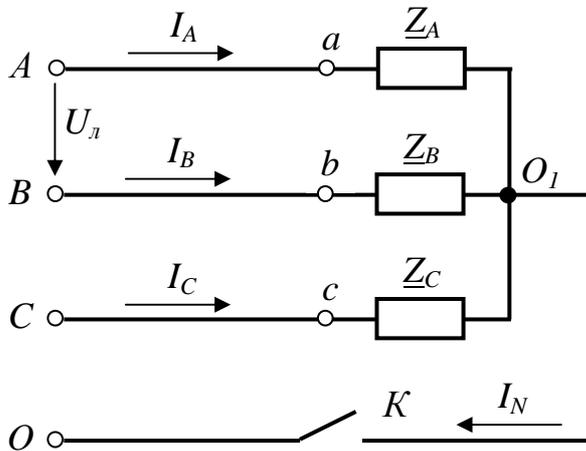


Рис. 3.12

А. Нулевой провод замкнут.

Фазное напряжение генератора

$$U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В.}$$

Если совместить вектор напряжения \underline{U}_A с осью вещественных чисел, то

$$\underline{U}_A = U_\phi = 127 \text{ В.}$$

Комплексы напряжений двух других фаз генератора равны

$$\underline{U}_B = \underline{U}_A e^{-j120^\circ} = 127e^{-j120^\circ} = (-63,5 - j110) \text{ В}, \quad \underline{U}_C = 127e^{j120^\circ} = (-63,5 + j110) \text{ В.}$$

Так как $\underline{Z}_N = 0$, то смещение нейтрали отсутствует, фазные напряжения приемника равны соответствующим фазным напряжениям генератора

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A = 127 \text{ В}, \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B = 127e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C = 127e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Определяем токи по закону Ома

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_A} = \frac{127}{17,32e^{j30^\circ}} = 7,33e^{-j30^\circ} = 6,35 - j3,66 \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_B} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{15} = 8,47e^{-j120^\circ} = -4,23 - j7,34 \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_C} = \frac{127e^{j120^\circ}}{j15} = 8,47e^{j30^\circ} = 7,34 + j4,23 \text{ А}.$$

Ток в нулевом проводе определяем из первого закона Кирхгофа

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 9,46 - j6,76 = 11,62e^{-j35,6^\circ} \text{ А}.$$

Векторная диаграмма, построенная по результатам расчета, приведена на рис.3.13.

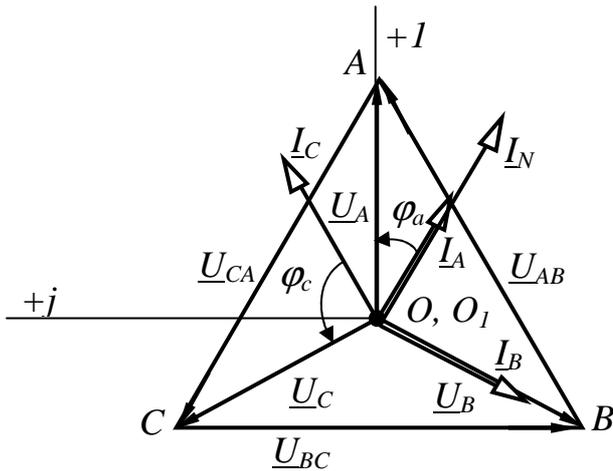


Рис. 3.13

Б. Нулевой провод разомкнут.

Так как нагрузка несимметрична и нулевой провод разомкнут, то между нейтральными точками генератора и нагрузки возникает узловое напряжение смещения $U_{0,0}$

$$\underline{U}_{0,0} = \frac{\underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}$$

где \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C - фазные напряжения генератора.

Проводимости фаз приемника

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{17.32e^{j30^\circ}} = 0.0577e^{-j30^\circ} = 0.05 - j0.0288 \frac{1}{\text{Ом}},$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{15} = 0.0667 \frac{1}{\text{Ом}}, \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{j15} = -j0.0667 \frac{1}{\text{Ом}}.$$

Тогда напряжение смещения нейтрали равно

$$\begin{aligned} \underline{U}_{0,0} &= \frac{127(0.05 - j0.0288) + (-63.5 - j110) \cdot 0.0667 + (-63.5 + j110)(-j0.0667)}{0.05 - j0.0288 + 0.0667 - j0.0667} = \\ &= 77.3 + j5 = 77.46e^{j3.7^\circ} \text{ В}, \end{aligned}$$

а фазные напряжения нагрузки определяем из второго закона Кирхгофа

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{0,0} = 127 - 77.3 - j5 = 49.7 - j5 = 49.95e^{-j5.7^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{0,0} = -63.5 - j110 - 77.3 - j5 = -140.8 - j115 = 181.8e^{-j140.7^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{0,0} = -63.5 + j110 - 77.3 - j5 = -140.8 + j105 = 175.6e^{j143.3^\circ} \text{ В}.$$

Фазные токи вычисляем по закону Ома

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_A} = \underline{U}_a \underline{Y}_A = 49.95e^{-j5.7^\circ} \cdot 0.0577e^{-j30^\circ} = 2.88e^{-j35.7^\circ} = 2.34 - j1.68 \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_B} = \underline{U}_b \underline{Y}_B = 181.8e^{-j140.7^\circ} \cdot 0.0667 = 12.1e^{-j140.7^\circ} = -9.38 - j7.66 \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_C} = \underline{U}_c \underline{Y}_C = 175.6e^{j143.3^\circ} \cdot 0.0667e^{-j90^\circ} = 11.71e^{j53^\circ} = 7 + j9.39 \text{ А}.$$

Проверка: на основании первого закона Кирхгофа

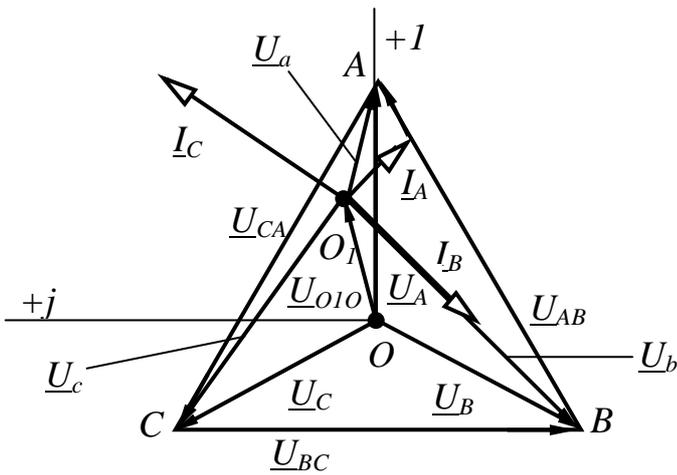


Рис. 3.14

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C \approx 0,$$

что свидетельствует о правильности решения задачи.

Векторная диаграмма цепи представлена на рис.3.14.

Пример 3.4.

Определить показания приборов электродинамической системы, включенных в цепь, показанную на рис.3.15, если линейное напряжение симметричного генератора $U_{\text{л}} =$

$=220 \text{ В}$, сопротивления фаз приемника $\underline{Z}_{ab} = 10 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{bc} = 8 + j6 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{ca} = 8 - j6 \text{ Ом}$. Сопротивления проводов линии передачи $\underline{Z}_{\text{л}} = 1 + j \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

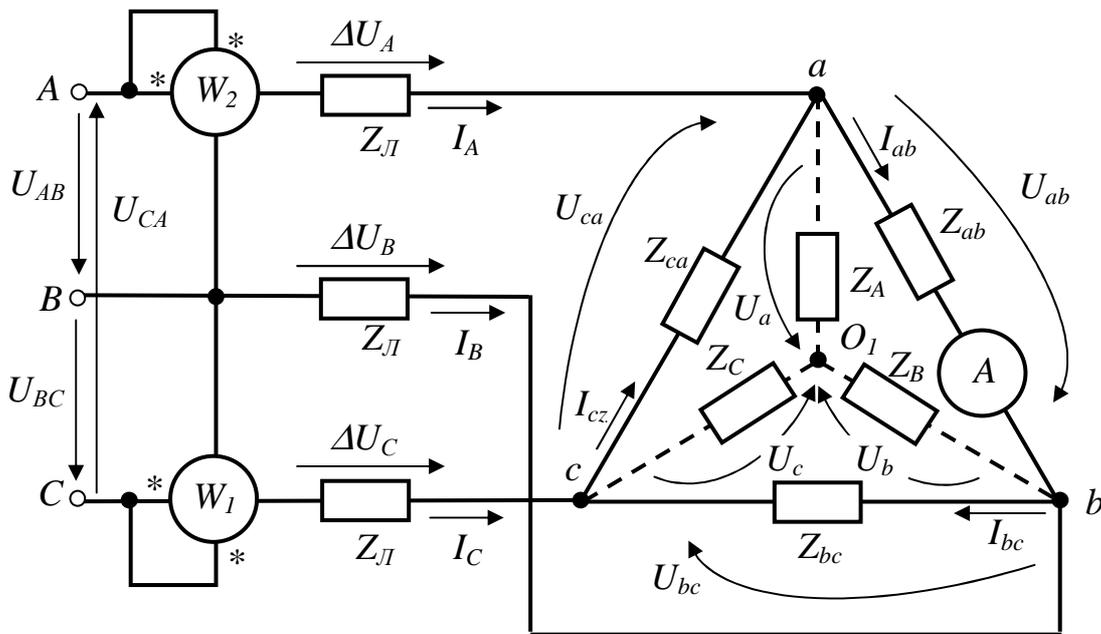


Рис. 3.15

Решение

Задачу решаем методом узлового напряжения. Заменяем треугольник сопротивлений $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$ эквивалентной звездой

$$\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{ab} \cdot \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{10(8 - j6)}{10 + 8 + j6 + 8 - j6} = 3.08 - j2.31 = 3.85e^{-j36.8^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_B = \frac{\underline{Z}_{bc} \cdot \underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{10(8 + j6)}{10 + 8 + j6 + 8 - j6} = 3.08 + j2.31 = 3.85e^{j36.8^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_{ca} \cdot \underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(8 + j6)(8 - j6)}{10 + 8 + j6 + 8 - j6} = 3.85 \text{ Ом}.$$

Определяем проводимости фаз

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_Л} = \frac{1}{3.08 - j2.31 + 1 + j} = 0.23e^{j17.8^\circ} \frac{1}{\text{Ом}},$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B + \underline{Z}_Л} = \frac{1}{3.08 + j2.31 + 1 + j} = 0.91e^{-j39^\circ} \frac{1}{\text{Ом}},$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_Л} = \frac{1}{3.85 + 1 + j} = 0.2e^{-j11.8^\circ} \frac{1}{\text{Ом}}.$$

Величина фазного напряжения генератора

$$U_\phi = \frac{U_\text{Л}}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}.$$

Вектор напряжения фазы A генератора направим по вещественной оси, тогда

$$\underline{U}_A = U_\phi = 127 \text{ В}, \quad \underline{U}_B = \underline{U}_A e^{-j120^\circ} = 127e^{-j120^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_C = \underline{U}_A e^{j120^\circ} = 127e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Напряжение смещения нейтрали

$$\begin{aligned} \underline{U}_{0,0} &= \frac{\underline{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{127 \cdot 0.23e^{j17.8^\circ} + 127e^{-j120^\circ} \cdot 0.19e^{-j39^\circ} + 127e^{j120^\circ} \cdot 0.2e^{j11.8^\circ}}{0.23e^{j17.8^\circ} + 0.19e^{-j39^\circ} + 0.2e^{j11.8^\circ}} = j42.7 \text{ В}. \end{aligned}$$

Линейные токи

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_A - \underline{U}_{0,0}) \cdot \underline{Y}_A = (127 - j42.7) \cdot 0.23e^{j17.8^\circ} = 30.3e^{-j1^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = (\underline{U}_B - \underline{U}_{0,0}) \cdot \underline{Y}_B = (-63.5 - j110 - j42.7) \cdot 0.19e^{-j39^\circ} = 31.4e^{-j151.5^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = (\underline{U}_C - \underline{U}_{0,0}) \cdot \underline{Y}_C = (-63.5 + j110 - j42.7) \cdot 0.2e^{-j11.8^\circ} = 18.8e^{j121^\circ} \text{ А}.$$

Проверку правильности решения задачи выполним на основании первого закона Кирхгофа

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0.$$

Фазные напряжения эквивалентной звезды приемника

$$\underline{U}_a = \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_A = 30.3e^{-j1^\circ} (3.08 - j2.31) = 116.6e^{-j37.9^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_b = \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_B = 31.4e^{-j151.5^\circ} (3.08 + j2.31) = 120.8e^{-j114.7^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_c = \underline{I}_C \cdot \underline{Z}_C = 18.8e^{j121^\circ} \cdot 3.85 = 72.4e^{j121^\circ} \text{ В}.$$

Фазное напряжение приемника, включенного по схеме треугольник:

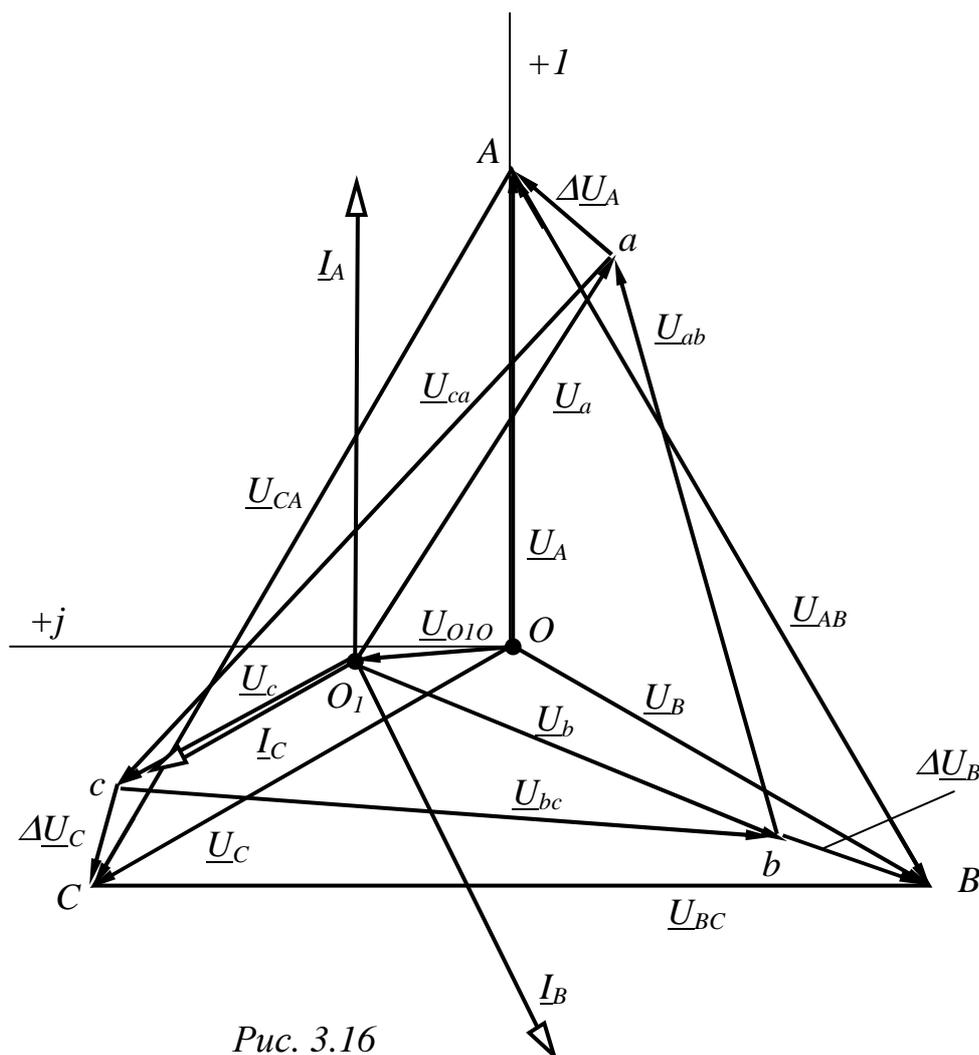
$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_a - \underline{U}_b = 116.6e^{-j37.9^\circ} - 120.8e^{-j114.7^\circ} = 147.5e^{j15^\circ} \text{ В}.$$

Фазный ток приемника

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{147.5e^{j15^\circ}}{10} = 14.75e^{j15^\circ} \text{ А}.$$

Амперметр электродинамической системы покажет действующее значение тока $I_{ab} = 14,75 \text{ А}$.

Векторная диаграмма цепи представлена на рис.3.16.



Показания ваттметров

$$P_1 = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_A^* \right] = \operatorname{Re} \left[220e^{j30^\circ} \cdot 30,3e^{j1^\circ} \right] = 5710 \text{ Вт},$$

где $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = 220e^{j30^\circ} \text{ В}.$

$$P_2 = \operatorname{Re} \left[\underline{U}_{CB} \cdot \underline{I}_B^* \right] = \operatorname{Re} \left[220e^{j90^\circ} \cdot 18,8e^{-j121^\circ} \right] = 3490 \text{ Вт},$$

где $\underline{U}_{CB} = \underline{U}_C - \underline{U}_B = 220e^{j90^\circ} \text{ В}.$

4. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ И ЧАСТОТНЫЕ ФИЛЬТРЫ

4.1. Вопросы, подлежащие изучению

Пассивные четырехполюсники. Системы основных уравнений. Определение коэффициентов и параметров четырехполюсника. Схемы замещения. Рабочий режим и КПД четырехполюсника. Характеристические параметры. Коэффициенты передачи по напряжению и по току.

Принципы работы, классификация и рабочие характеристики фильтров. Фильтры типа “ k ” (низкочастотные, высокочастотные, полосовые и заграждающие). Понятие о фильтрах типа “ m ”, полиномиальных фильтрах Баттерворта и Чебышева, об активных (с операционным усилителем) R, C -фильтрах.

4.2. Задачи контрольных работ

Задача 4.1. Определить коэффициенты четырехполюсника рис. 4.1 в формах \underline{A} , \underline{H} и \underline{Z} . Рассчитать параметры и вычертить Т- или П-образную схему замещения. Числовые значения параметров схемы четырехполюсника заданы в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r , Ом	10	20	30	40	50	60	50	40	30	20
x_L , Ом	60	20	70	30	50	10	40	80	90	15
x_C , Ом	10	60	10	80	20	70	90	25	30	70
Схема замещ.	Т	П	Т	П	Т	П	Т	П	Т	П

Задача 4.2. Определить коэффициенты четырехполюсника рис.4.1 в формах \underline{A} и \underline{H} . Рассчитать его характеристические параметры a , b , \underline{Z}_{1C} и \underline{Z}_{2C} , определить коэффициенты передачи по напряжению $\underline{K}_u = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$ и по току

$K_i = I_2/I_1$ при сопротивлении нагрузки Z_2 , равном Z_{2C} . Числовые значения параметров схемы четырехполюсника заданы в табл. 4.1.

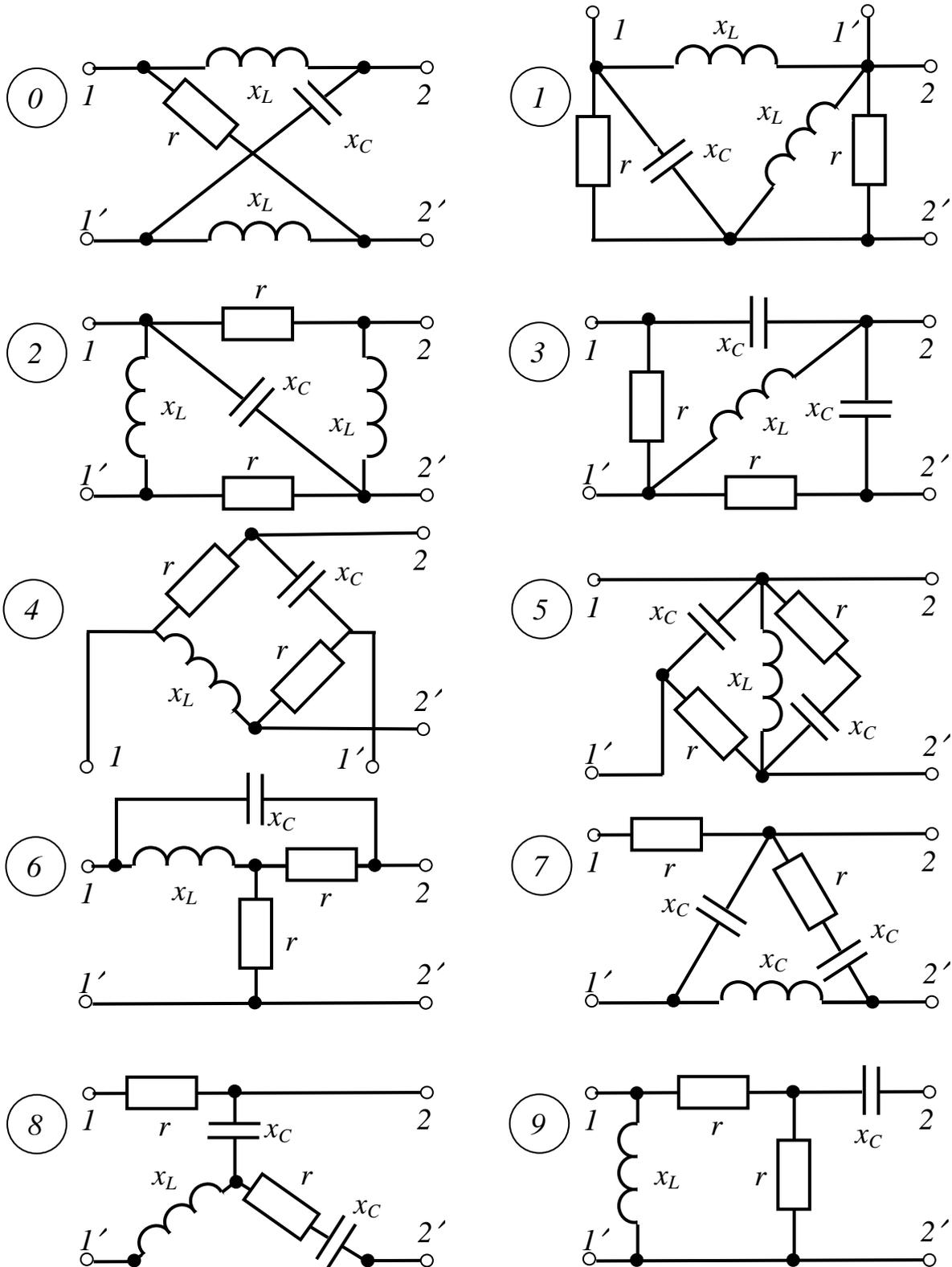


Рис. 4.1

Задача 4.3. Для низкочастотного (НЧ) или высокочастотного (ВЧ) (в зависимости от варианта) реактивного L, C -фильтра типа “ k ” заданы частота

среза f_{cp} и номинальное характеристическое сопротивление ρ (см. табл. 4.2). Необходимо:

а) рассчитать конструктивные параметры и построить рабочие характеристики фильтра $a(\omega)$, $b(\omega)$, $Z_c(\omega)$;

б) определить, сколько потребуется звеньев, чтобы на частоте f_1 при согласованной нагрузке коэффициент затухания a_1 был не менее 32 дБ;

в) путём введения корректирующего звена (А – последовательное, Б – параллельное) получить фильтр типа “ m ”, вычертить его схему и определить параметры элементов.

- Таблица 4.2

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Схема фильтра	Т	П	П	Т	Т	П	П	Т	Т	П
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тип фильтра	НЧ	ВЧ	НЧ	ВЧ	НЧ	НЧ	ВЧ	НЧ	ВЧ	НЧ
f_{cp} , Гц	60	60	80	50	250	75	75	120	120	100
ρ , Ом	75	75	120	120	180	180	60	60	100	200
f_1 , Гц	120	20	150	20	450	50	225	50	240	150
Вид коррекции	Б	А	А	Б	А	А	Б	Б	А	А
Глуб.коррекции m	0.6	0.65	0.45	0.5	0.8	0.7	0.6	0.5	0.65	0.55

Задача 4.4. В соответствии с вариантом вычертить схему низкочастотного (НЧ) или высокочастотного (ВЧ) реактивного LC-фильтра типа “ k ”.

Тип фильтра, вид схемы и параметры её элементов заданы в табл. 4.3.

На вход фильтра подаётся напряжение широкого диапазона частот:

$$u_1(t) = 1.414 \sin(0.5\omega_{cp} t) + 1.414 \sin(\omega_{cp} t) + 1.414 \sin(2\omega_{cp} t) + 1.414 \sin(3\omega_{cp} t), B.$$

По заданным параметрам определить частоту среза f_{cp} , номинальное характеристическое сопротивление ρ фильтра, сопротивления Z_c согласованной нагрузки и коэффициент затухания a на каждой из частот входного напряжения.

Построить графики зависимости $U_2(f)$ для случаев:

а) фильтр согласован с нагрузкой во всём диапазоне частот;

б) фильтр нагружен на неизменное сопротивление $r_{нr} = \rho$.

Таблица 4.3

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L , Гн	0.2	0.3	0.4	0.5	0.15	0.25	0.35	0.45	0.6	0.1
C , мкФ	9	8	7	6	5	4	3	2	1	10
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тип фильтра	НЧ	ВЧ	НЧ	ВЧ	НЧ	ВЧ	НЧ	ВЧ	НЧ	ВЧ
Схема фильтра	П	Т	П	П	Т	Т	П	П	Т	Т

Указание. При выполнении п.б задания целесообразно исходить из уравнения четырехполосника $\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{U}_2 / \rho$, из которого и получаются выражения для коэффициента передачи по напряжению $\underline{K}_u = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$.

$$\text{НЧФ: Т-схема } \underline{K}_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4\xi^4 + 4\xi^6}}; \quad \text{П-схема } \underline{K}_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\xi^4}};$$

$$\text{ВЧФ: Т-схема } \underline{K}_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4/\xi^4 + 4/\xi^6}}; \quad \text{П-схема } \underline{K}_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4/\xi^4}},$$

где $\xi = \frac{\omega}{\omega_{cp}} = \frac{f}{f_{cp}}$ - частота в относительных единицах.

Задача 4.5. Из двух конденсаторов ёмкостью C каждый и резистора r собран, в зависимости от варианта, низкочастотный или высокочастотный безындукционный фильтр. Тип схемы фильтра и числовые значения параметров заданы в табл. 4.4.

Необходимо вычертить схему фильтра, определить частоту среза f_{cp} , характеристическое сопротивление на двух частотах $\underline{Z}_c(0,5 f_{cp})$ и $\underline{Z}_c(2 f_{cp})$, и построить график зависимости коэффициента затухания фильтра $a(f)$ в диапазоне $0 \leq f \leq 4 f_{cp}$ при согласованной нагрузке.

Таблица 4.4

Первая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$r, \text{ Ом}$	250	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Вторая цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тип фильтра	ВЧ	НЧ								
$C, \text{ мкФ}$	25	40	20	20	15	10	10	50	5	25

Указание. Величины коэффициента затухания $a(f)$ и характеристического сопротивления $\underline{Z}_c(f)$ фильтра рассчитываются так же, как это делается для четырехполосника:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{Z}_x \cdot \underline{Z}_k}; \quad th \underline{\Gamma} = \sqrt{\underline{Z}_k / \underline{Z}_x}; \quad \frac{1 + th \underline{\Gamma}}{1 - th \underline{\Gamma}} = e^{2g} = e^{2a} \cdot e^{j2b}.$$

4.3. Типовые примеры решения задач

Пример 4.1. Определить коэффициенты четырехполосника (рис.4.2,а) в формах \underline{A} , \underline{H} и \underline{Z} , если $r=20 \text{ Ом}$, $x_L=50 \text{ Ом}$, $x_C=50 \text{ Ом}$. Рассчитать параметры Т и П схем замещения. Определить характеристические параметры a , b , \underline{Z}_{C1} и \underline{Z}_{C2} . При сопротивлении нагрузки \underline{Z}_2 , равном \underline{Z}_{C2} , определить коэффициенты передачи по напряжению $\underline{K}_u = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$ и по току $\underline{K}_i = \underline{I}_2 / \underline{I}_1$.

Решение

Вычислим входные комплексные сопротивления со стороны первичных зажимов четырехполюсника при холостом ходе и при коротком замыкании на его выходе

$$\underline{Z}_{1x} = \frac{jx_L \cdot \left(\frac{2r(-jx_C)}{2r - jx_C} + jx_L \right)}{jx_L + \frac{2r(-jx_C)}{2r - jx_C} + jx_L} = \frac{j50 \left(\frac{40(-j50)}{40 - j50} + j50 \right)}{j50 + \frac{40(-j50)}{40 - j50} + j50} = 23.2e^{j68.2^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{1к} = \frac{jx_L \cdot \left(\frac{r(-jx_C)}{r - jx_C} + jx_L \right)}{jx_L + \frac{r(-jx_C)}{r - jx_C} + jx_L} = \frac{j50 \left(\frac{20(-j50)}{20 - j50} + j50 \right)}{j50 + \frac{20(-j50)}{20 - j50} + j50} = 24.5e^{j78.7^\circ} \text{ Ом}.$$

Определяем входное комплексное сопротивление со стороны вторичных зажимов четырехполюсника при коротком замыкании его первичных зажимов

$$\underline{Z}_{2к} = \frac{r \cdot \left(\frac{jx_L(-jx_C)}{jx_L - jx_C} + r \right)}{r + \frac{jx_L(-jx_C)}{jx_L - jx_C} + r} = \frac{20 \left(\frac{j50(-j50)}{j50 - j50} + 20 \right)}{20 + \frac{j50(-j50)}{j50 - j50} + 20} = 20 \text{ Ом}.$$

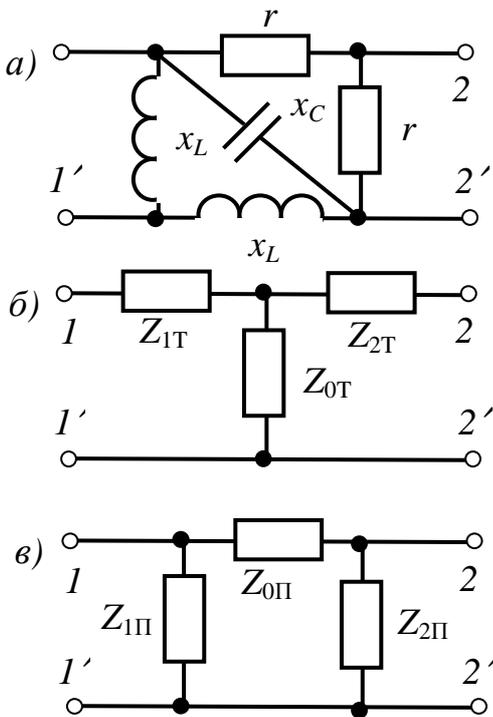


Рис. 4.2

Основные уравнения четырехполюсника в форме \underline{A}

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2, \end{cases}$$

где:

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1x} \cdot \underline{Z}_{1к}}{\underline{Z}_{2к} \cdot (\underline{Z}_{1x} - \underline{Z}_{1к})}} = 2.5e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{B} = \underline{A} \cdot \underline{Z}_{2к} = 50e^{-j90^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1x}} = 0.108e^{-j158.2^\circ} \text{ См},$$

$$\underline{D} = \underline{A} \frac{\underline{Z}_{2к}}{\underline{Z}_{1к}} = 2.04e^{-j168.7^\circ}.$$

Проверка: $\underline{AD} - \underline{BC} = 1$

$$1e^{-j39.8^\circ} \cdot 0.554e^{-j20.6^\circ} - 0.0431e^{-j107.4^\circ} \cdot 20e^{-j39.2^\circ} = 0.999 - j0.003 \approx 1.$$

Основные уравнения четырехполюсника в форме \underline{H}

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{H}_{11}\underline{I}_1 + \underline{H}_{12}\underline{U}_2, \\ \underline{I}_2 = \underline{H}_{21}\underline{I}_1 + \underline{H}_{22}\underline{U}_2, \end{cases}$$

где \underline{H} -параметры (см. табл. 4.2):

Таблица 4.2

Форма уравнений	\underline{A}		\underline{H}		\underline{Z}	
\underline{A}	\underline{A}	\underline{B}	$-\frac{\Delta \underline{H}}{\underline{H}_{21}}$	$-\frac{\underline{H}_{11}}{\underline{H}_{21}}$	$\frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{21}}$	$\frac{\Delta \underline{Z}}{\underline{Z}_{21}}$
	\underline{C}	\underline{D}	$-\frac{\underline{H}_{22}}{\underline{H}_{21}}$	$\frac{-1}{\underline{H}_{21}}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{21}}$	$\frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{21}}$
	\underline{B}	$\frac{\Delta \underline{A}}{\underline{D}}$	\underline{H}_{11}	\underline{H}_{12}	$\frac{\Delta \underline{Z}}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{22}}$
	\underline{D}	\underline{D}	\underline{H}_{21}	\underline{H}_{22}	$\frac{-\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{22}}$
\underline{Z}	\underline{A}	1	$\frac{\Delta \underline{H}}{\underline{H}_{22}}$	$\frac{\underline{H}_{12}}{\underline{H}_{22}}$	\underline{Z}_{11}	\underline{Z}_{12}
	\underline{C}	\underline{C}	\underline{H}_{22}	\underline{H}_{22}	\underline{Z}_{21}	\underline{Z}_{22}
	1	\underline{D}	$-\frac{\underline{H}_{21}}{\underline{H}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{H}_{22}}$		
	\underline{C}	\underline{C}	\underline{H}_{22}	\underline{H}_{22}		

$$\underline{H}_{11} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}} = 24.52e^{j78.7^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{H}_{12} = \frac{\underline{AD} - \underline{BC}}{\underline{D}} = \frac{1}{\underline{D}} = 0.49e^{j168.7^\circ},$$

$$\underline{H}_{21} = \frac{-1}{\underline{D}} = 0.49e^{-j11.3^\circ},$$

$$\underline{H}_{22} = \frac{\underline{C}}{\underline{D}} = 0.053e^{j10.5^\circ} \text{ См}.$$

Система основных уравнений четырехполюсника в форме \underline{Z}

$$\begin{cases} U_1 = \underline{Z}_{11}I_1 + \underline{Z}_{12}I_2, \\ U_2 = \underline{Z}_{21}I_1 + \underline{Z}_{22}I_2, \end{cases}$$

где Z -параметры (см. табл. 4.2):

$$\underline{Z}_{11} = \frac{A}{C} = 23.2e^{j68.2^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{AD - BC}{C} = \frac{1}{C} = 9.29e^{j158.2^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{21} = \frac{1}{C} = 9.29e^{j158.2^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{22} = \frac{D}{C} = 18.94e^{-j10.5^\circ} \text{ Ом}.$$

Рассчитаем параметры Т-образной схемы замещения четырехполюсника (рис.4.2,б):

$$\underline{Z}_{0T} = \frac{1}{C} = -8.62 + j3.45 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{1T} = \frac{A-1}{C} = 17.24 + j18.1 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{2T} = \frac{D-1}{C} = 27.24 - j6.9 \text{ Ом}.$$

Т-схема физически нереализуема, т.к. \underline{Z}_{0T} содержит отрицательную вещественную часть.

Параметры П-образной схемы замещения (рис.4.2,в):

$$\underline{Z}_{0\Pi} = \underline{B} = 50e^{-j90^\circ} = -j50 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{1\Pi} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}-1} = 2.18 + j16.38 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{2\Pi} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}-1} = 17.24 + j6.9 \text{ Ом}.$$

Рассчитаем характеристические сопротивления четырехполюсника:

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\frac{\underline{A} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{D}}} = 23.85e^{j73.4^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{C2} = \sqrt{\frac{\underline{D} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{A}}} = 19.46e^{-j5.2^\circ} \text{ Ом}.$$

Постоянная передачи $\underline{\Gamma} = a + jb$,

$$e^{\underline{\Gamma}} = \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} = 2.73 + j3.67 = 4.57e^{j53.3^\circ},$$

$$e^{\underline{\Gamma}} = e^{(a+jb)} = e^a \cdot e^{jb}, \quad e^a = 4.57, \quad b = 53.3^\circ + 2\pi \cdot n.$$

Следовательно, коэффициент затухания

$$a = \ln(4.57) = 1.52 \text{ Нн},$$

а коэффициент фазы (если принять $n=0$)

$$b = 53.3^\circ = 0.93 \text{ рад}$$

и постоянная передачи четырехполюсника

$$\underline{\Gamma} = 1.52 + j0.93.$$

В режиме согласованной нагрузки ($\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{C2}$) уравнения четырехполюсника имеют вид

$$\underline{U}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}} \cdot \underline{U}_2 \cdot e^{\underline{\Gamma}}, \quad \underline{I}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{C1}}} \cdot \underline{I}_2 \cdot e^{\underline{\Gamma}},$$

откуда определяем коэффициенты передачи четырехполюсника

$$\underline{K}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{C1}}} \cdot \frac{1}{e^{\underline{\Gamma}}} = 0.197e^{-j92.7^\circ},$$

$$\underline{K}_i = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}} \cdot \frac{1}{e^{\underline{\Gamma}}} = 0.242e^{-j13.97^\circ}.$$

Пример 4.3. Рассчитать параметры (L и C) низкочастотного Т-образного L, C -фильтра (рис.4.3), построить его рабочие характеристики $a(\omega)$, $b(\omega)$, $\underline{Z}_c(\omega)$ и определить необходимое число звеньев таких фильтров, чтобы на частоте f_1 при согласованной нагрузке коэффициент затухания a_1

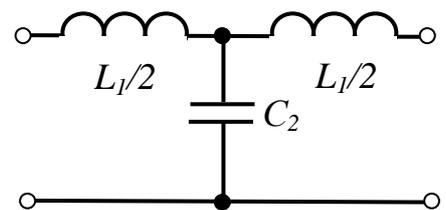


Рис. 4.3

был не менее 36 дБ. Путём введения корректирующего звена получить фильтр типа “ m ”, вычертить его схему и определить параметры элементов.

Дано: $f_{\text{ср}} = 100 \text{ Гц}$, $\rho = 158 \text{ Ом}$, $f_1 = 250 \text{ Гц}$, $a_1 = 36 \text{ дБ}$, $m = 0.6$.
Определить L_k , L , C .

Решение

1. Зная частоту среза $f_{\text{ср}}$ и номинальное сопротивление $\rho = r_{\text{нг}}$, рассчитаем граничную угловую частоту и параметры фильтра:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_{\text{ср}} = 2\pi \cdot 100 = 628 \text{ рад/с}$$

$$L = \frac{2\rho}{\omega_0} = \frac{2 \cdot 158}{628} = 0.503 \text{ Гн}; \quad C = \frac{2}{\rho \cdot \omega_0} = \frac{2}{158 \cdot 628} 10^6 = 20.2 \text{ мкФ};$$

Это расчётные значения индуктивности и ёмкости НЧ-фильтра, поэтому в заданной Т-схеме конструктивно должны быть установлены две индуктивности по 0.25 Гн и один конденсатор ёмкостью 20.2 мкФ.

2. Частота $f_1 = 250 \text{ Гц}$ приходится на зону затухания фильтра. С учетом этого рассчитываем характеристическое сопротивление $\underline{Z}_{\text{ст}}(f_1)$ и коэффициент затухания a_1 .

$$\xi = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f_1}{f_0} = 250/100 = 2.5 ;$$

$$\underline{Z}_{\text{ст}}(f_1) = \rho \cdot \sqrt{1 - \xi^2} = 158 \sqrt{1 - 2.5^2} = j 362 \text{ Ом},$$

$$\text{ch } a(f_1) = 2\xi^2 - 1 = 2 \cdot 2.5^2 - 1 = 11.5 ;$$

$$a_1 = \text{arcch}(11.5) = 3.134 \text{ Нн} = 27.22 \text{ дБ} \quad (1 \text{ дБ} = 0.115 \text{ Нн}).$$

Как видим, чтобы на этой частоте обеспечить затухание в 36 дБ, необходим двухзвенный фильтр.

3. Рабочие характеристики $a(\omega)$ и $b(\omega)$ в зоне прозрачности и в зоне затухания описываются выражениями:

$$\text{зона прозрачности} \quad a(\omega) = 0; \quad \cos b(\omega) = 1 - 2\xi^2;$$

$$\text{зона затухания} \quad \text{ch } a(\omega) = 2\xi^2 - 1; \quad b(\omega) = \pi$$

Зависимость характеристического сопротивления $\underline{Z}_{\text{ст}}(\omega)$ для $0 \leq f \leq \infty$:

$$\underline{Z}_{\text{ст}}(\omega) = \rho \cdot \sqrt{1 - \xi^2};$$

Расчёты по этим выражениям сводим в табл. 4.5

Таблица 4.5

Величина	Зона прозрачности фильтра						Зона затухания фильтра				
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	5
$\xi = f/f_0$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	5
$\cos b$	1	0.92	0.68	0.28	-0.28	-1	-1	-1	-1	-1	-1
$b, \text{рад}$	0	0.40	0.82	1.29	1.85	$+\pi$	$+\pi$	$+\pi$	$+\pi$	$+\pi$	$+\pi$
cha	1	1	1	1	1	1	3.5	7.0	11.5	17	49
a, Hn	0	0	0	0	0	0	1.925	2.634	3.134	3.525	4.59
$\underline{Z}_{\text{CT}}(\xi), \text{Ом}$	158	154.8	144.8	126	94.8	0	$+j177$	$+j274$	$+j362$	$+j447$	$+j774$

Графики рабочих характеристик $a(\omega)$, $b(\omega)$, $\underline{Z}_{\text{CT}}(\omega)$ по данным табл. 4.5 построены на рис.4.4,а,б.

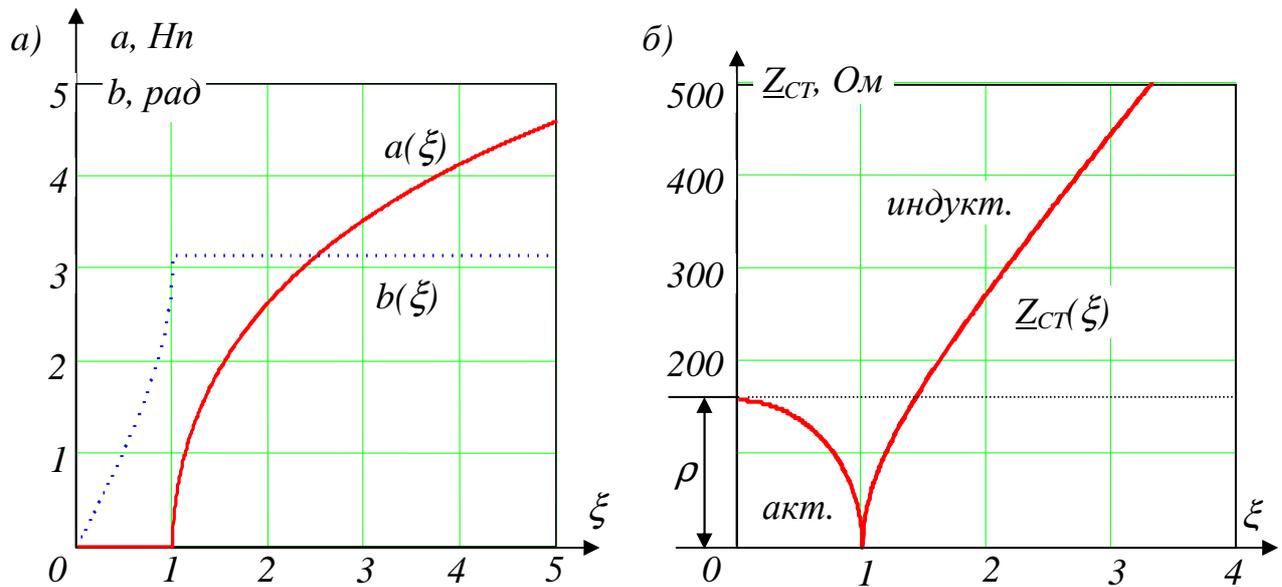


Рис. 4.4

На рис.4.5 представлены Т-схемы “ m ”- фильтра, полученные введением последовательного L_K и параллельного $2C_K$ корректирующих элементов. Аналогично, с помощью одного элемента C_K или двух элементов $2L_K$ получают П-схему фильтра типа “ m ”.

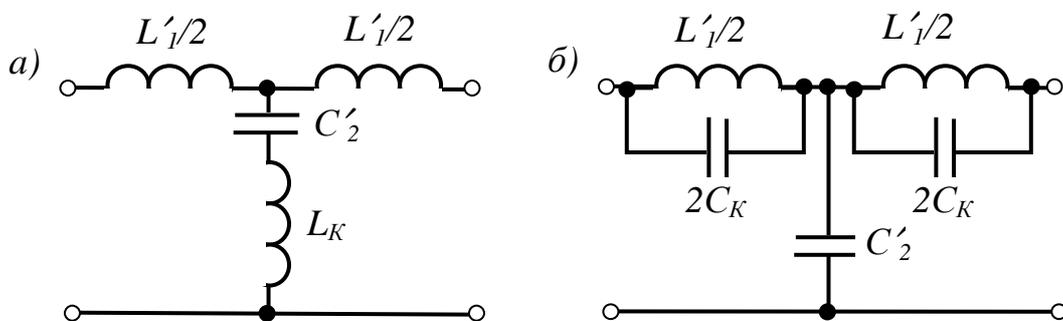


Рис. 4.5

Величины корректирующих элементов L_K и C_K для обеих схем определяются одинаковыми формулами:

$$L_k = L_1 \cdot \frac{1-m^2}{4m};$$

$$C_k = C_2 \cdot \frac{1-m^2}{4m},$$

где m - глубина коррекции.

Таким образом, при последовательной коррекции “ m ”- фильтр (рис.4.5а) должен иметь следующие конструктивные параметры:

$$L_k = L_1 \cdot \frac{1-m^2}{4m} = 0.503 \cdot \frac{1-0.6^2}{4 \cdot 0.6} = 0.134 \text{ Гн},$$

$$L_1/2 = m \cdot L_1/2 = 0.15 \text{ Гн}, \quad C_2' = m \cdot C_2 = 12.094 \text{ мкФ};$$

при параллельной коррекции (рис.4.5.б) – соответственно:

$$2C_k = 2C_2 \cdot \frac{1-m^2}{4m} = 2 \cdot 20.156 \cdot 0.267 = 10.75 \text{ мкФ},$$

$$L_1/2 = m \cdot L_1/2 = 0.15 \text{ Гн}, \quad C_2' = m \cdot C_2 = 12.094 \text{ мкФ}.$$

Указание. Величины корректирующих элементов L_k и C_k для схем высокочастотных фильтров определяются выражениями:

$$L_k = L \cdot \frac{4m}{1-m^2}; \quad C_k = C \cdot \frac{4m}{1-m^2}; \quad L' = L/m, \quad C' = C/m.$$

Пример 4.4. Напряжение $u_1(t) = 14.14 \sin(157t) + 7.07 \sin(471t) + 2.83 \sin(942t)$, B подаётся на вход Т-образного высокочастотного фильтра типа “ k ” (рис.4.6).

По заданным параметрам определить частоту среза f_{cp} , номинальное характеристическое сопротивление ρ фильтра, сопротивления Z_c согласованной нагрузки и коэффициент затухания a на каждой из частот входного напряжения, если $L = 126.7 \text{ мГн}$; $C = 5 \text{ мкФ}$.

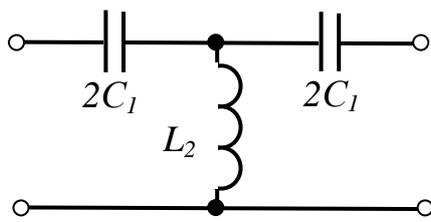


Рис. 4.6

Построить графики зависимости $U_2(f)$ для случаев:

- а) фильтр согласован с нагрузкой во всём диапазоне частот;
 б) фильтр нагружен на неизменное сопротивление $r_{нг} = \rho$.

Решение

1. Определяем частоту среза f_{cp} и номинальное сопротивление ρ фильтра

$$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\sqrt{0.1267 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}} = 628 \text{ рад/с}, \quad f_{cp} = \omega_0/2\pi = 100 \text{ Гц},$$

$$\rho = Z_{cT(\omega=\infty)} = \sqrt{L/C} = \sqrt{0.1267/5 \cdot 10^{-6}} = 159.2 \text{ Ом}.$$

2. Входное напряжение фильтра содержит гармоники 25 Гц, 75 Гц, 150 Гц. Первые две приходятся на зону затухания, а третья – на зону прозрачности заданного фильтра. Выражения рабочих характеристик ВЧ-фильтра

$$\text{в зоне затухания: } \operatorname{ch} a = \frac{2}{\xi^2} - 1, \quad b = -\pi, \quad (4.2)$$

$$\text{в зоне прозрачности: } a = 0, \quad \cos b = 1 - 2/\xi^2, \quad (4.3)$$

$$\text{а также } \underline{Z}_{\text{сГ}} = \rho \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}} \quad \text{и} \quad U_2 = U_1 \cdot e^{-a}. \quad (4.4)$$

По (4.2) - (4.4) рассчитываем все необходимые величины, сводя их в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Частота	ξ	$\underline{Z}_{\text{нГ}} = \underline{Z}_{\text{сГ}}, \text{ Ом}$	$a, \text{ Нп}$	$a, \text{ дБ}$	$b, \text{ град}$	$U_1, \text{ В}$	$U_2, \text{ В}$
25 Гц	0.25	-j 616.6	4.13	35.85	$-\pi = -180^0$	10	0.16
75 Гц	0.75	-j 140.4	1.59	13.82	$-\pi = -180^0$	5	1.02
150 Гц	1.5	118.66	0	0	-83.62^0	2	2

В таблице рассчитан также сдвиг выходного сигнала по фазе b , что позволяет записать мгновенное значение напряжения $u_2(t)$.

3. При неизменном сопротивлении нагрузки, например, при $\underline{Z}_{\text{нГ}} = \rho = \text{const}$, целесообразно исходить из уравнения четырехполюсника в форме \underline{A} :

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_{\text{нГ}}} \underline{U}_2,$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{\underline{A} + \underline{B} / \underline{Z}_{\text{нГ}}} \cdot \underline{U}_1, \quad \underline{K}_u = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{\underline{A} + \underline{B} / \underline{Z}_{\text{нГ}}}.$$

Окончательное выражение K_u для Т-схемы ВЧ-фильтра сводится к виду:

$$K_u = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - 4/\xi^4 + 4/\xi^6}}. \quad (4.1)$$

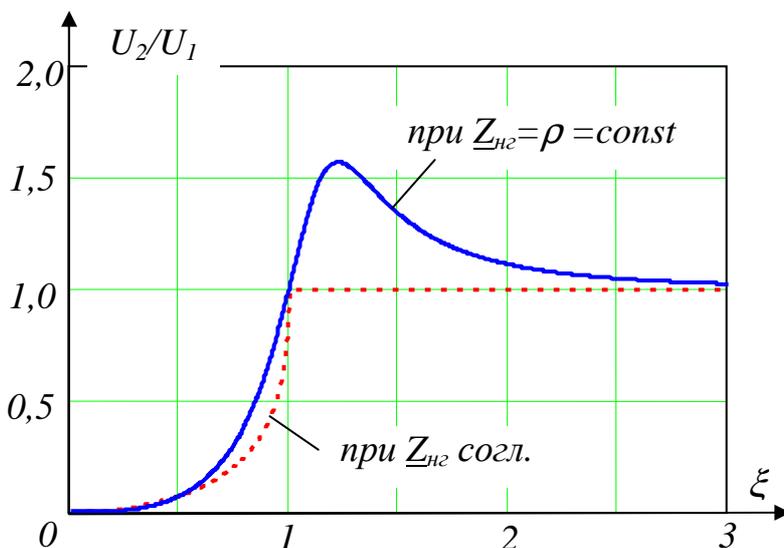


Рис. 4.7

На рис.4.7 построены графики зависимостей U_2/U_1 как по данным табл. 4.6, для случая согласованной нагрузки, так и по выражению (4.1) для случая несогласованной нагрузки $\underline{Z}_{\text{нГ}} = \rho = \text{const}$. Во втором случае при $\xi = \omega/\omega_0 = 1.225$ напряжение на выходе фильтра имеет всплеск до $1.57U_1$.

Пример 4.5. Из двух резисторов по 200 Ом каждый и конденсатора ёмкостью 4 мкФ построить высокочастотный фильтр, определить частоту среза $f_{\text{ср}}$, характеристическое сопротивление на двух частотах $Z_c(0,5 f_{\text{ср}})$ и $Z_c(2f_{\text{ср}})$. Полагая нагрузку согласованной, построить график зависимости коэффициента затухания фильтра $a(f)$ в диапазоне частот $0 \leq f \leq 4 f_{\text{ср}}$.

Решение

1. Схема фильтра при заданных условиях представлена на рис.4.8.

Здесь $2r = 200 \text{ Ом}$, $C = 4 \text{ мкФ}$. Это конструктивные параметры. Частоту среза фильтра считаем через расчётные параметры:

$$r = 100 \text{ Ом}, \quad C = 4 \text{ мкФ}:$$

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{4rC} = \frac{1}{4 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 625 \text{ рад/с},$$

$$f_{\text{ср}} = \omega_{\text{ср}} / 2\pi \approx 100 \text{ Гц}.$$

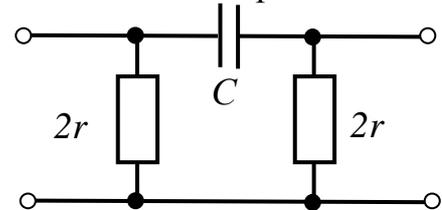


Рис. 4.8

2. Выражения для рабочих характеристик фильтра $a(\omega)$, $b(\omega)$, $Z_c(\omega)$ получаем так же, как и у L, C -фильтров, через запись A -коэффициента конкретной схемы четырехполюсника. Приведём конечные выражения [4]:

$$\text{ВЧ-фильтр} \quad sh a = \sqrt{\frac{1}{8(\omega r C)^2} + \frac{1}{2\omega r C}} \sqrt{1 + \frac{1}{(4\omega r C)^2}}, \quad \text{или} \quad sh a \approx \sqrt{\frac{1}{2\omega r C}}; \quad (4.2)$$

Графики зависимости $a(f)$ фильтра, построенные по (4.2), представлены на рис.4.9 (1 – по точному выражению; 2 – по приближенному выражению).

Для симметричного П-образного фильтра:

$$Z_{\text{сп}} = \sqrt{Z_x \cdot Z_k} = \sqrt{j\omega C} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4j\omega r C}}}; \quad (4.4)$$

По (4.4) для частот 50 Гц и 200 Гц рассчитаем сопротивления согласованной нагрузки фильтра:

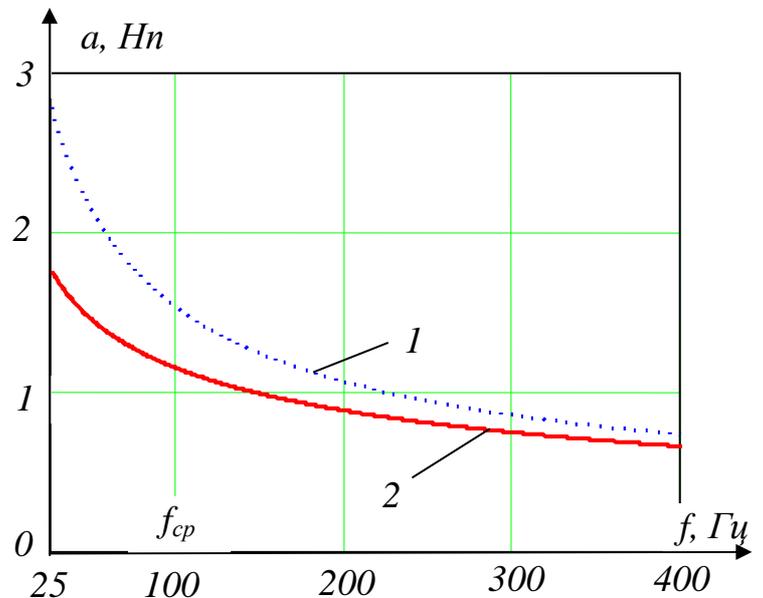


Рис. 4.9

$$\begin{aligned} Z_{\text{сп}(50 \text{ Гц})} &= \sqrt{\frac{100}{j314 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4j314 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}}} = \\ &= 189.06 \cdot e^{-j13.34} = 183.96 - j 43.61 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

$$Z_{\text{сп}(200 \text{ Гц})} = 133.4645 e^{-j31.775} = 113.46 - j 70.28 \text{ Ом}.$$

Указание: для НЧ-фильтра

$$\text{sh } a = \sqrt{\frac{(\omega r C)^2}{8} + \frac{\omega r C}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega r C}{4}\right)^2}, \quad \text{или} \quad \text{sh } a \approx \sqrt{\frac{\omega r C}{2}};$$

ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

5.1. Вопросы, подлежащие изучению

Несинусоидальные периодические напряжения и токи, аналитическое и графо-аналитическое разложение в ряд Фурье. Особенности разложения в ряд Фурье кривых, обладающих симметриями.

Максимальные, средние и действующие значения несинусоидальных величин. Коэффициенты, характеризующие форму несинусоидальных кривых. Мощности несинусоидального тока. Понятие об эквивалентных синусоидах.

Расчет однофазных цепей несинусоидального тока.

Резонансные явления при несинусоидальных напряжениях и токах.

Высшие гармоники в трехфазных системах. Особенности трехфазных цепей, вызванные наличием гармоник, кратных трем. Расчет симметричных и несимметричных трехфазных цепей при питании от симметричного источника несинусоидальной ЭДС.

5.2. Задачи контрольных работ

Задача 5.1. К зажимам цепи рис.2.1 приложено напряжение $u = U_o + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3)$.

Рассчитать мгновенные и действующие значения токов во всех ветвях цепи, а также мгновенные значения напряжений u_{12} и u_{23} . Определить коэффициент мощности цепи. Построить график тока в неразветвленной части схемы в функции времени t , если основная частота тока $f = 50 \text{ Гц}$.

Амплитуды и начальные фазы напряжений отдельных гармоник приведены в табл. 5.1, а параметры цепи – в табл. 2.1.

Таблица 5.1

Первая цифра варианта	U_0, B	U_{1m}, B	U_{3m}, B	$\Psi_1, град$	$\Psi_3, град$
0	60	$220\sqrt{2}$	$70\sqrt{2}$	-20	90
1	55	$200\sqrt{2}$	$65\sqrt{2}$	45	-90
2	50	$180\sqrt{2}$	$60\sqrt{2}$	-45	60
3	48	$160\sqrt{2}$	$50\sqrt{2}$	20	-60
4	40	$140\sqrt{2}$	$48\sqrt{2}$	60	-20
5	36	$127\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$	-60	20
6	32	$120\sqrt{2}$	$36\sqrt{2}$	15	-30
7	30	$110\sqrt{2}$	$32\sqrt{2}$	-15	30
8	24	$100\sqrt{2}$	$30\sqrt{2}$	30	-100
9	20	$127\sqrt{2}$	$25\sqrt{2}$	-30	100

Задача 5.2. Фазное напряжение фазы A симметричного трехфазного генератора, обмотки которого соединены в звезду, изменяется по закону $u_A = U_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + U_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3)$.

Нагрузка, соединенная в звезду (рис.5.1), несимметрична. Определить показания приборов электромагнитной систем при: 1) нулевой провод включен;

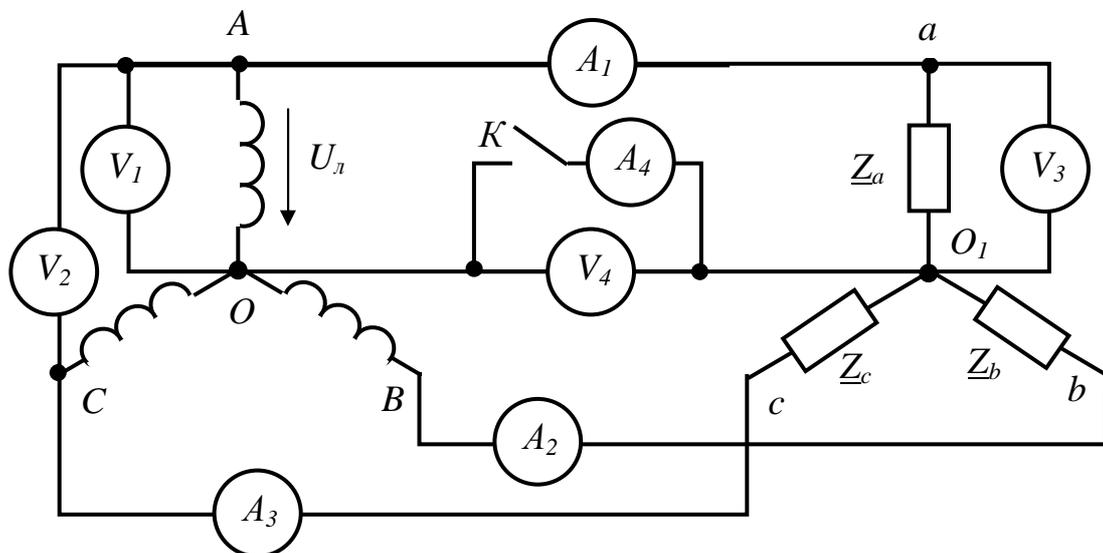


Рис. 5.1

2) нулевой провод выключен. Для первого случая построить график линейного тока i_A в функции времени t .

Амплитуды и начальные фазы напряжений отдельных гармоник, а так же комплексы сопротивлений приемника для основной гармоники приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Первая цифра варианта	U_{1m}, B	$\Psi_1, град$	U_{3m}, B	$\Psi_3, град$	Вторая цифра варианта	$Z_a=Z_b, Ом$	$Z_c, Ом$
0	$220\sqrt{2}$	15	110	-90	0	$12+j5$	$-j10$

Продолжение таблицы 5.2							
1	300	-15	$100\sqrt{2}$	90	1	$4-j27$	$j10$
2	$127\sqrt{2}$	30	100	-60	2	$6+j9$	$3-j4$
3	200	-30	$80\sqrt{2}$	60	3	$6-j8$	$j5$
4	$200\sqrt{2}$	45	90	-30	4	$-j12$	$8+j6$
5	250	-45	$70\sqrt{2}$	30	5	$5-j12$	$j6$
6	$110\sqrt{2}$	60	80	-45	6	$4+j3$	$6-j27$
7	150	-60	$60\sqrt{2}$	45	7	$-j15$	$9+j5$
8	$150\sqrt{2}$	90	70	-15	8	$8+j8$	$-j18$
9	220	-90	$50\sqrt{2}$	15	9	$j10$	$5-j12$

5.3. Типовые примеры решения задач

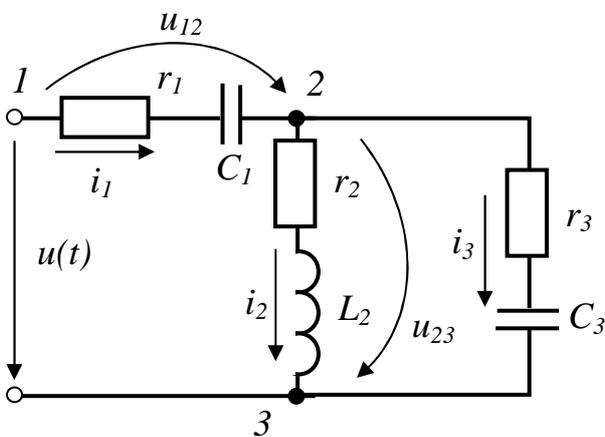


Рис. 5.2

Пример 5.1.

На вход цепи рис.5.2 подано напряжение $u=50+200\sin(\omega t+45^\circ)+100\sin(3\omega t-60^\circ)$ В. Сопротивления элементов цепи токам основной гармоники, соответственно, равны $r_1=r_2=r_3=8$ Ом;

$$\frac{1}{\omega C_1} = 15 \text{ Ом};$$

$$\omega L_2 = 3 \text{ Ом}; \quad \frac{1}{\omega C_3} = 15 \text{ Ом}.$$

Определить мгновенные и действующие значения всех токов, а также напряжений u_{12} и u_{23} . Рассчитать коэффициент мощности цепи и построить график $i_1(t)$, если основная частота тока $f=50$ Гц.

Решение

Решение

Расчет произведем методом наложения по отдельным гармоникам.

1. Расчет нулевой гармоники (постоянной составляющей). Так как для нулевой гармоники $\frac{1}{\omega C_1} = \infty$, то токи этой гармоники замыкаться в цепи не смогут, а всё напряжение питания будет приложено к конденсатору C_1 :

$$I_1^{(0)} = 0, \quad I_2^{(0)} = 0, \quad I_3^{(0)} = 0, \quad U_{12}^{(0)} = 50 \text{ В}, \quad U_{23}^{(0)} = 0.$$

2. Расчет первой (основной) гармоники.

Определяем комплексные сопротивления ветвей и входное комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_1^{(1)} = r_1 - \frac{j}{\omega C_1} = 8 - j15 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2^{(1)} = r_2 + j\omega L_2 = 8 + j3 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_3^{(1)} = r_3 - \frac{j}{\omega C_3} = 8 - j15 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}^{(1)} = \underline{Z}_1^{(1)} + \frac{\underline{Z}_2^{(1)} \cdot \underline{Z}_3^{(1)}}{\underline{Z}_2^{(1)} + \underline{Z}_3^{(1)}} = 15.24 - j15.57 = 21.79e^{-j45.6^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексные амплитуды токов и напряжений

$$\underline{I}_{1m}^{(1)} = \frac{\underline{U}_m^{(1)}}{\underline{Z}^{(1)}} = \frac{200e^{j45^\circ}}{21.79e^{-j45.6^\circ}} = 9.18e^{j90.6^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{2m}^{(1)} = \underline{I}_{1m}^{(1)} \frac{\underline{Z}_3^{(1)}}{\underline{Z}_2^{(1)} + \underline{Z}_3^{(1)}} = 7.8e^{j65.6^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{3m}^{(1)} = \underline{I}_{1m}^{(1)} \frac{\underline{Z}_2^{(1)}}{\underline{Z}_2^{(1)} + \underline{Z}_3^{(1)}} = 3.92e^{j148^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{U}_{12m}^{(1)} = \underline{I}_{1m}^{(1)} \cdot \underline{Z}_1^{(1)} = 156.1e^{j28.7^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{23m}^{(1)} = \underline{I}_{2m}^{(1)} \cdot \underline{Z}_2^{(1)} = 66.7e^{j86.1^\circ} \text{ В.}$$

3. Расчет третьей гармоники.

Определяем комплексные сопротивления ветвей и входное комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}_1^{(3)} = r_1 - \frac{j}{3\omega C_1} = 8 - j5 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2^{(3)} = r_2 + j3\omega L_2 = 8 + j9 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3^{(3)} = r_3 - \frac{j}{3\omega C_3} = 8 - j5 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}^{(3)} = \underline{Z}_1^{(3)} + \frac{\underline{Z}_2^{(3)} \cdot \underline{Z}_3^{(3)}}{\underline{Z}_2^{(3)} + \underline{Z}_3^{(3)}} = 14.9 - j4.72 = 15.61e^{-j17.6^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексные амплитуды токов и напряжений

$$\underline{I}_{1m}^{(3)} = \frac{\underline{U}_m^{(3)}}{\underline{Z}^{(3)}} = \frac{100e^{j60^\circ}}{15.61e^{-j17.6^\circ}} = 6.41e^{j77.6^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{2m}^{(3)} = \underline{I}_{1m}^{(3)} \frac{\underline{Z}_3^{(3)}}{\underline{Z}_2^{(3)} + \underline{Z}_3^{(3)}} = 3.66e^{j31.6^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{3m}^{(3)} = \underline{I}_{1m}^{(3)} \frac{\underline{Z}_2^{(3)}}{\underline{Z}_2^{(3)} + \underline{Z}_3^{(3)}} = 4.68e^{j111.9^\circ} \text{ А,}$$

$$\underline{U}_{12m}^{(3)} = \underline{I}_{1m}^{(3)} \cdot \underline{Z}_1^{(3)} = 60.42e^{j45.6^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{23m}^{(3)} = \underline{I}_{2m}^{(3)} \cdot \underline{Z}_2^{(3)} = 44.12e^{j79.9^\circ} \text{ В.}$$

4. Рассчитываем действующие значения токов и напряжений

$$I_1 = \sqrt{I_1^{(0)^2} + \frac{I_{1m}^{(1)^2} + I_{1m}^{(3)^2}}{2}} = 7.92 \text{ A},$$

$$I_2 = \sqrt{I_2^{(0)^2} + \frac{I_{2m}^{(1)^2} + I_{2m}^{(3)^2}}{2}} = 6.1 \text{ A},$$

$$I_3 = \sqrt{I_3^{(0)^2} + \frac{I_{3m}^{(1)^2} + I_{3m}^{(3)^2}}{2}} = 4.32 \text{ A},$$

$$U_{12} = \sqrt{U_{12}^{(0)^2} + \frac{U_{12m}^{(1)^2} + U_{12m}^{(3)^2}}{2}} = 128.5 \text{ B},$$

$$U_{23} = \sqrt{U_{23}^{(0)^2} + \frac{U_{23m}^{(1)^2} + U_{23m}^{(3)^2}}{2}} = 56.5 \text{ B}.$$

Мгновенные значения токов и напряжений

$$i_1(t) = i_1^{(0)} + i_1^{(1)} + i_1^{(3)} = 9.18 \sin(314t + 90.6^\circ) + 6.41 \sin(942t + 77.6^\circ) \text{ A},$$

$$i_2(t) = i_2^{(0)} + i_2^{(1)} + i_2^{(3)} = 7.8 \sin(314t + 65.6^\circ) + 3.66 \sin(942t + 31.6^\circ) \text{ A},$$

$$i_3(t) = i_3^{(0)} + i_3^{(1)} + i_3^{(3)} = 3.92 \sin(314t + 148^\circ) + 4.68 \sin(942t + 111.9^\circ) \text{ A},$$

$$u_{12}(t) = u_{12}^{(0)} + u_{12}^{(1)} + u_{12}^{(3)} = 50 + 156.1 \sin(314t + 28.7^\circ) + 60.42 \sin(942t + 45.6^\circ) \text{ B},$$

$$u_{23}(t) = u_{23}^{(0)} + u_{23}^{(1)} + u_{23}^{(3)} = 66.7 \sin(314t + 86.1^\circ) + 44.12 \sin(942t + 79.9^\circ) \text{ B}.$$

5. Определяем коэффициент мощности цепи, для чего сначала рассчитаем её активную и полную мощности

$$P = P^{(0)} + P^{(1)} + P^{(3)} = U^{(0)} I_1^{(0)} + \operatorname{Re}[\underline{U}^{(1)} \underline{I}_1^{*(1)}] + \operatorname{Re}[\underline{U}^{(3)} \underline{I}_1^{*(3)}] = 0 + 642.1 + 305.3 = 947.4 \text{ Bm},$$

$$S = UI_1 = \sqrt{U^{(0)^2} + \frac{U_m^{(1)^2} + U_m^{(3)^2}}{2}} \cdot I_1 = 1313 \text{ BA},$$

$$\cos \theta = \frac{P}{S} = 0.722.$$

График тока $i_1(t)$ построен на рис.5.3.

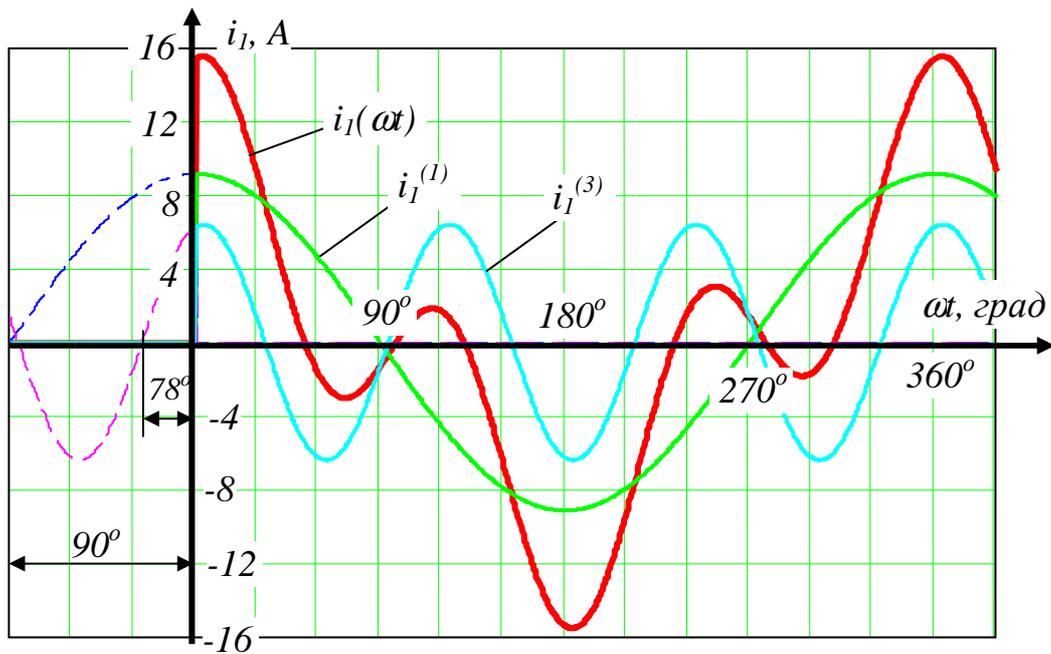


Рис. 5.3

Пример 5.2. Симметричный генератор (рис.5.4) с фазным напряжением $u_A=310\sin(\omega t-30^\circ)+93\sin(3\omega t+45^\circ)$, B питает нагрузку с сопротивлением фаз для токов основной гармоники $Z_A^{(1)}=15 \text{ Ом}$, $Z_B^{(1)}=j15 \text{ Ом}$, $Z_C^{(1)}=-j15 \text{ Ом}$.

Определить показания приборов электродинамической системы при включенном и выключенном нулевом проводе.

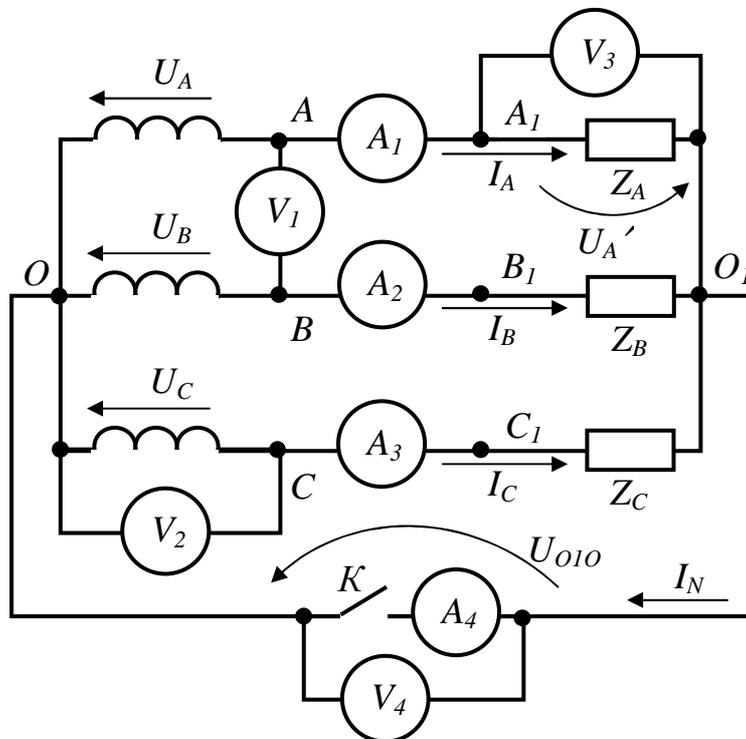


Рис. 5.4

Решение

1. Нулевой провод включен.

1.1. Расчет токов и напряжений первой гармоники.

Действующие значения комплексов фазных напряжений генератора

$$\underline{U}_A^{(1)} = \frac{U_{Am}^{(1)} \cdot e^{j\psi_1}}{\sqrt{2}} = 220e^{-j30^\circ} \text{ В}, \quad \underline{U}_B^{(1)} = \underline{U}_A^{(1)} \cdot e^{-j120^\circ} = 220e^{-j150^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_C^{(1)} = \underline{U}_A^{(1)} \cdot e^{j120^\circ} = 220e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

При включенном нулевом проводе напряжение смещения нейтрали $U_{0,0}$ отсутствует, поэтому фазные напряжения потребителя равны фазным напряжениям источника питания и токи в фазах определяем по закону Ома

$$\underline{I}_A^{(1)} = \frac{\underline{U}_A^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = 12.7 - j7.33 = 14.67e^{-j30^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B^{(1)} = \frac{\underline{U}_B^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = -7.33 + j12.7 = 14.67e^{j120^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C^{(1)} = \frac{\underline{U}_C^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = -14.67 \text{ А}.$$

Ток первой гармоники в нулевом проводе

$$\underline{I}_N^{(1)} = \underline{I}_A^{(1)} + \underline{I}_B^{(1)} + \underline{I}_C^{(1)} = -9.3 + j5.37 = 10.74e^{j150^\circ} \text{ А}.$$

1.2. Рассчитываем напряжения и токи третьей гармоники.

Комплексы фазных напряжений генератора с учетом того, что третья гармоника образует систему нулевой последовательности

$$\underline{U}_A^{(3)} = \underline{U}_B^{(3)} = \underline{U}_C^{(3)} = \frac{U_{Am}^{(3)} \cdot e^{j\psi_3}}{\sqrt{2}} = \frac{93e^{j45^\circ}}{\sqrt{2}} = 65.76e^{j45^\circ} \text{ В}.$$

Токи в фазах определяем по закону Ома

$$\underline{I}_A^{(3)} = \frac{\underline{U}_A^{(3)}}{\underline{Z}_A^{(3)}} = \frac{56.76e^{j45^\circ}}{15} = 3.2 - j3.1 = 4.38e^{j45^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B^{(3)} = \frac{\underline{U}_B^{(3)}}{\underline{Z}_B^{(3)}} = \frac{56.76e^{j45^\circ}}{j3 \cdot 15} = 1.03 - j1.03 = 1.46e^{-j45^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C^{(3)} = \frac{\underline{U}_C^{(3)}}{\underline{Z}_C^{(3)}} = \frac{56.76e^{j45^\circ}}{-j15/3} = -9.3 + j9.3 = 13.15e^{j135^\circ} \text{ A.}$$

Ток третьей гармоники в нулевом проводе

$$\underline{I}_N^{(3)} = \underline{I}_A^{(3)} + \underline{I}_B^{(3)} + \underline{I}_C^{(3)} = -5.17 + j11.37 = 12.49e^{j114.4^\circ} \text{ A.}$$

1.3. Определяем показания приборов.

Линейное напряжение генератора U_{AB} (показание вольтметра V_1) с учетом того, что в линейных напряжениях отсутствуют составляющие гармоник, кратных трем

$$U_{AB} = U_{AB}^{(1)} = \sqrt{3}U_A^{(1)} = \sqrt{3} \cdot 220 = 380 \text{ B.}$$

Фазное напряжение U_C генератора (показание вольтметра V_2) содержит все имеющиеся гармоники

$$U_C = \sqrt{U_C^{(1)^2} + U_C^{(3)^2}} = 229.6 \text{ B.}$$

Фазное напряжение U'_A приемника (показание вольтметра V_3)

$$U'_A = \sqrt{(I_A^{(1)}Z_A^{(1)})^2 + (I_A^{(3)}Z_A^{(3)})^2} = 229.6 \text{ B.}$$

Напряжение смещения нейтрали (показание вольтметра V_4) $U_{o,0} = 0$.

Действующие значения токов в проводах

$$I_A = \sqrt{I_A^{(1)^2} + I_A^{(3)^2}} = 15.31 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_1);$$

$$I_B = \sqrt{I_B^{(1)^2} + I_B^{(3)^2}} = 14.74 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_2);$$

$$I_C = \sqrt{I_C^{(1)^2} + I_C^{(3)^2}} = 19.7 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_3);$$

$$I_N = \sqrt{I_N^{(1)^2} + I_N^{(3)^2}} = 16.47 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_4).$$

2. Нулевой провод выключен.

2.1. Расчет напряжений и токов первой гармоники.

Определяем напряжение смещения нейтрали

$$\underline{U}_{o_1o}^{(1)} = \frac{\underline{U}_A^{(1)} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \underline{U}_B^{(1)} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \underline{U}_C^{(1)} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_C^{(1)}}}{\frac{1}{\underline{Z}_A^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_B^{(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_C^{(1)}}} = 161e^{j150^\circ} = -139.43 + j80.5 \text{ B.}$$

Токи в проводах линии рассчитаем по закону Ома

$$\underline{I}_A^{(1)} = \frac{U_A^{(1)} - U_{o_1o}^{(1)}}{\underline{Z}_A^{(1)}} = 22 - j12.7 = 25.4e^{-j30^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_B^{(1)} = \frac{U_B^{(1)} - U_{o_1o}^{(1)}}{\underline{Z}_B^{(1)}} = -12.7 + j3.4 = 13.15e^{j165^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_C^{(1)} = \frac{U_C^{(1)} - U_{o_1o}^{(1)}}{\underline{Z}_C^{(1)}} = -9.3 + j9.3 = 13.1e^{j135^\circ} \text{ A}.$$

Проверка:

$$\underline{I}_A^{(1)} + \underline{I}_B^{(1)} + \underline{I}_C^{(1)} = 0.$$

2.2. Расчет напряжений и токов третьей гармоники.

Токи в линейных проводах отсутствуют, так как для замыкания токов нулевой последовательности (токов гармоник, кратных трем) необходим нулевой провод

$$\underline{I}_A^{(3)} = \underline{I}_B^{(3)} = \underline{I}_C^{(3)} = 0.$$

Напряжение смещения нейтрали равно фазному напряжению генератора

$$\underline{U}_{o_1o}^{(3)} = \underline{U}_A^{(3)} = 65.76e^{j45^\circ} \text{ B}.$$

2.3. Определяем показания приборов.

Линейное и фазное напряжения генератора (показания вольтметров V_1 и V_2 соответственно) останутся такими же, как и в предыдущем случае.

Фазное напряжение U'_A приемника (показание вольтметра V_3)

$$U'_A = I_A^{(1)} Z_A^{(1)} = 380 \text{ B}.$$

Напряжение смещения нейтрали (показание вольтметра V_4)

$$U_{o_1o} = \sqrt{U_{o_1o}^{(1)2} + U_{o_1o}^{(3)2}} = 174 \text{ B}$$

Действующие значения токов в проводах

$$I_A = I_A^{(1)} = 25.4 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_1),$$

$$I_B = I_B^{(1)} = 13.15 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_2),$$

$$I_C = I_C^{(1)} = 13.15 \text{ A} \quad (\text{показание амперметра } A_3),$$

Ток в нулевом проводе отсутствует $I_N=0$ (показание амперметра A_4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рибалко М.П., Есауленко В.О., Костенко В.І. Теоретичні основи електротехніки: Лінійні електричні кола: Підручник. – Донецьк: Новий світ, 2003. – 513 с.
2. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи – М.:Гардарика, 1999. – 637 с.
4. Атабеков Г.И., Тимофеев А.В., Хухриков С.С. Теоретические основы электротехники: В 2 ч. – М.: Энергия, 1978. – Ч.1. Линейные электрические цепи. – 592 с.