УДК 621.713.13 : 621.313

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ ДЛЯ АНАЛИЗА НЕСИММЕТРИЧНЫХ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ

Сивокобыленко В.Ф., докт. техн. наук, проф.,
Донецкий национальный технический университет
Бондаренко В.И., канд. техн. наук, доц.,
Славянский государственный педагогический университет

Получены дифференциальные уравнения синхронных машин для анализа несимметричных режимов, особенностью которых является запись статорных величин в фазных координатах, а роторных в осях d,q,0 что позволяет анализировать несимметричные короткие замыкания и частотный пуск от статических преобразователей.

The differential equations of synchronous machines for the analysis of asymmetrical modes which feature is, record sizes of the stator epy in phase coordinates, and of the rotor in axes d, q,0, that allows to analyze short circuits and frequency start-up from static converters are received.

Постановка проблемы и её связь с прикладными задачами. В системах электроснабжения с синхронными генераторами и электродвигателями могут возникать длительные или кратковременные несимметричные режимы работы, вызванные асимметрией напряжений питающей сети из-за отличия по фазам сопротивлений нагрузки или места короткого замыкания, из-за обрыва фазных проводов и др. Эти режимы наблюдаются также при каскадных несимметричных повреждениях или неодновременном размыкании контактов отключающих аппаратов.

Анализ исследований и публикаций. В последнее время находят широкое применение схемы питания синхронных двигателей от преобразователей частоты, выполненных на основе выпрямительно-инверторных статических устройств [1]. Переключение в них вентилей при частотном пуске двигателей можно рассматривать как чередование двух основных несимметричных режимов. В одном из них напряжение питания подается на последовательно-соединенные одну из фазных обмоток статора с двумя другими параллельно-соединенными, а в другом - на две последовательно-соединенные фазные обмотки при разомкнутой третьей (рис.1). Анализ такого рода процессов с использованием классических уравнений Парка-Горева или рассмотренных в известных публикациях [1,2 и др.] выполнить затруднительно.

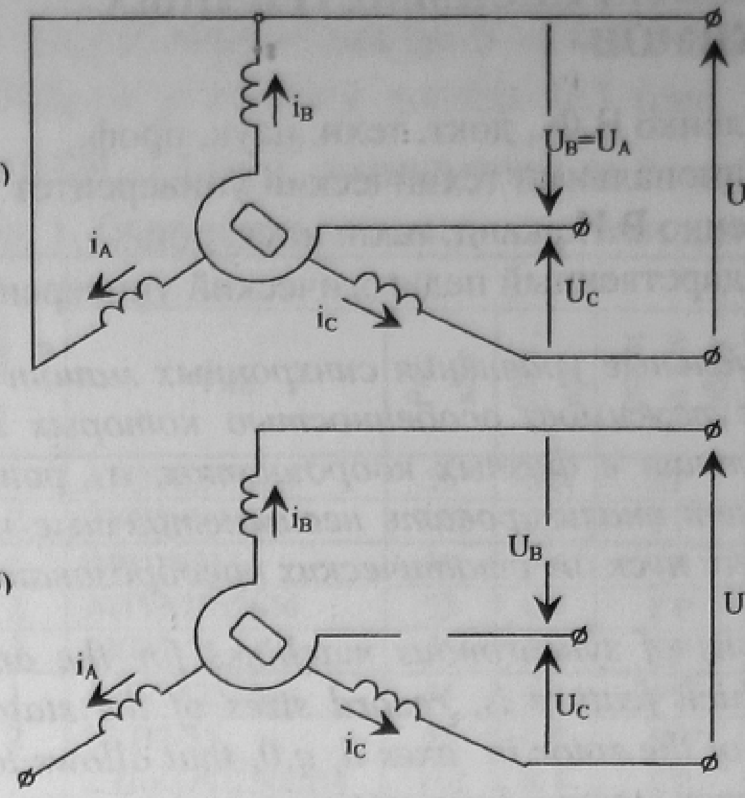

Рисунок 1. – Основные виды несимметрии на зажимах статора машины

Постановка задачи. Анализ частотного пуска синхронной машины от статического частотного инвертора и расчет несимметричных повреждений в цепи статора с учетом апериодических составляющих требуют использования полных дифференциальных уравнений машины. При этом (например, для отражения логики работы вентилей) удобно статорные переменные выразить в фазных координатах. В данной работе поставлена задача получения таких уравнений, которые были бы удобными для программирования и расчета на ПЭВМ рассматриваемых сложных переходных режимов.

Основной материал и результаты исследования.

Примем в качестве исходных известные соотношения между токами и потокосцеплениями обмоток синхронной машины в d, q, o – координатах [2]:

$$\begin{bmatrix}\overline{\Psi}_d\\ \overline{\Psi}_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k & l\\ m & n\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\bar{i}_d\\ \bar{i}_p\end{bmatrix}\quad (1a)\ ;\qquad \begin{bmatrix}\bar{i}_d\\ \bar{i}_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\overline{\Psi}_d\\ \overline{\Psi}_p\end{bmatrix}\quad (1b)$$

Здесь векторы токов и потокосцеплений записаны для обмоток статора, возбуждения и демпферных контуров ротора, расположенных в осях d и q, а элементы матриц k,l,m,n,a,b,c,d согласно [2] определяются параметрами схемы замещения машины.

Запишем уравнения Парка-Горева для синхронной машины

$$p\begin{bmatrix}\overline{\Psi}_d\\ \overline{\Psi}_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\bar{u}_d\\ \bar{u}_p\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}r & 0\\ 0 & r_p\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\bar{i}_d\\ \bar{i}_p\end{bmatrix}+\omega\cdot\begin{bmatrix}-j & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\overline{\Psi}_d\\ \overline{\Psi}_p\end{bmatrix},\quad (2)$$

где индекс d обозначает принадлежность векторов переменных или констант к обмоткам статора, а индекс р – к обмоткам ротора. Из уравнений (1б) и (2) имеем:

$$p\begin{bmatrix}\bar{i}_d\\ \bar{i}_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\cdot\left(\begin{bmatrix}-\bar{u}_d\\ \bar{u}_p\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}r & 0\\ 0 & r_p\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\bar{i}_d\\ \bar{i}_p\end{bmatrix}+\omega\begin{bmatrix}-j & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\overline{\Psi}_d\\ \overline{\Psi}_p\end{bmatrix}\right).\quad (3)$$

В качестве переменных, характеризующих электромагнитное состояние системы, примем токи обмоток статора и потокосцепления обмоток ротора. Тогда из уравнений (2) и (3) следует полная система дифференциальных уравнений синхронной машины:

$$p\bar{i}_d=-[a]\cdot\bar{u}_d+[b]\cdot\bar{u}_p-[a]\cdot[r]\cdot i_d+[b]\cdot[r_p]\cdot i_p+\omega\cdot[a]\cdot[ж]\cdot\overline{\Psi}_d,\quad (4)$$

$$p\overline{\Psi}_p=\bar{u}_p-[r_p]\cdot\bar{i}_p\ .\quad (5)$$

Из равенства (1a) определим соотношение

$$\begin{bmatrix}\overline{\Psi}_d\\ \bar{i}_p\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c}\kappa-l\cdot n^{-1}\cdot m & l\cdot n^{-1}\\ \hline -n^{-1}\cdot m & n^{-1}\end{array}\right]\cdot\begin{bmatrix}\bar{i}_d\\ \overline{\Psi}_p\end{bmatrix},\quad (6)$$

необходимое для определения правых частей на каждом шаге численного интегрирования уравнений (4) и (5).

Полученная форма записи уравнений (4,5) удобна для их совместного решения с уравнениями граничных условий при несимметрии токов и напряжений статора. Поскольку последние предполагается выражать в фазных координатах, запишем уравнение (4) также в фазных координатах. Для этого сначала представим его в виде:

$$p\bar{i}_d = -[a]\cdot \bar{u}_d + \bar{ш}_d \qquad (7)$$

Полагаем, что вектор $\bar{ш}_d$ определен на каждом шаге интегрирования.

Переход к фазным координатам осуществляется по известному соотношению:

$$\begin{bmatrix} d \\ q \\ o \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\gamma & \cos\gamma' & \cos\gamma'' \\ \sin\gamma & \sin\gamma' & \sin\gamma'' \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix},$$

где $\gamma' = \gamma - \frac{2\pi}{3}, \quad \gamma'' = \gamma + \frac{2\pi}{3}$.

Сокращенно прямое и обратное преобразования координат представим в виде:

$$\bar{d} = [c]\cdot \bar{A}; \quad \bar{A} = [c]^{-1}\cdot \bar{d}. \qquad (8)$$

С учетом последних равенств запишем уравнение (7) в фазных координатах:

$$p([c]\cdot \bar{i}_a) = -[a]\cdot[c]\cdot \bar{u}_a + \bar{ш}_d,$$

$$p\bar{i}_a = [c]^{-1}\cdot(-[aj\cdot[c]\cdot \bar{u}_a + \bar{ш}_d - (p[c])\cdot \bar{i}_a.$$

После перемножения матриц последнее уравнение примет вид:

$$p\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} & K_{ac} \\ K_{ba} & K_{bb} & K_{bc} \\ K_{ca} & K_{cb} & K_{cc} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ш_a \\ Ш_b \\ Ш_c \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

где коэффициенты матрицы К и вектора Ш определены на каждом шаге интегрирования при известных значениях угловой скорости ротора, напряжения на зажимах его обмоток и углов вылета δ и положения ротора γ.

С учетом типов несимметрий, представленных на рис.1, последние уравнения должны быть ограничены условиями:

а) $i_a + i_b + i_c = 0$,	б) $i_a = 0$,
$u_a = u_b$,	$i_b + i_c = 0$, (10)
$u_c = u_a + u$,	$u_c = u_b + u$.

Тогда в случае, представленном на рис.1а , уравнение (9) преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} pi_a &= (К_{ac} - Д_a \cdot К) \cdot u + (Ш_a + Д_a \cdot Ш), \\ pi_b &= (К_{bc} - Д_b \cdot К) \cdot u + (Ш_в + Д_в \cdot Ш), \\ pi_c &= -(pi_a + pi_в), \end{aligned} \qquad (11)$$

где

$$К = (К_{ac} + К_{вc} + К_{cc}) / (Д_a + Д_в + Д_c),$$
$$Ш = (Ш_a + Ш_в + Ш_c) / (Д_a + Д_в + Д_c),$$
$$Д_a = К_{aa} + К_{aв} + К_{ac}, Д_в = К_{вa} + К_{вв} + К_{вc}, Д_c = К_{ca} + К_{cв} + К_{cc}.$$

Для случая, представленного на рис.1б , уравнение (9) с учетом условий (10, б) примет вид:

$$\begin{aligned} pi_a &= 0, \\ pi_b &= (Н_в - Л_в \cdot \frac{Н_в + Н_c}{Л_в + Л_c}) \cdot u + (М_в - Л_в \cdot \frac{М_в + М_c}{Л_в + Л_c}), \\ pi_c &= -pi_в. \end{aligned} \qquad (12)$$

где

$$Л_в = К_{вв} + К_{вc} - (К_{aв} + К_{ac}) \cdot К_{вa} / К_{aa},$$
$$Л_c = К_{cc} + К_{cв} - (К_{aв} + К_{cc}) \cdot К_{ca} / К_{aa},$$
$$Н_в = К_{вc} - К_{вa} \cdot К_{ac} / К_{aa}, ...Н_c = К_{cc} - К_{ca} \cdot К_{ac} / К_{aa},$$
$$М_в = Ш_в - К_{вa} \cdot Ш_a / К_{aa}, ...М_c = Ш_c - К_{ca} \cdot Ш_a / К_{aa}.$$

Выводы и направление дальнейших исследований. Получе нные уравнения (11) и (12) в совокупности с уравнениями (5), (6) и (8) представляют собой полные дифференциальные уравнения синхронной машины для двух основных случаев несимметрии на ее зажимах. На их основе может быть составлена программа для решения задач по расчету переходного электромагнитного и электромеханического процессов при каскадной несимметрии в цепи статора с инверторно – выпрямительным статическим преобразователем.

Список источников.

1. Плахтына Е.Г. Математическое моделирование электромашинно-вентильных систем. Львов : Вища школа , 1986.-256с.
2. Сивокобыленко В.Ф. Переходные процессы в многомашинных системах электроснабжения электрических станций : Учебное пособие, Донецк, ДПИ,1984.-116с.