УДК 621.771.2:681.513.6

А.А. Борисов, Н.В. Жукова
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк
кафедра автоматики и телекоммуникаций
E-mail: a-a-borisov@mail.ru, Zhnatka@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ ПОЛЕЙ ВАЛКА ЛИСТОПРОКАНОГО СТАНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТАППАРАТА ЗАДАЧИ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Аннотация
Борисов А.А., Жукова Н.В. Моделирование термоупругих полей валка листопрокатного стана с использованием матаппарата задачи плоской деформации. *Выполнен анализ обобщённой модели теплового профиля валка. Показана целесообразность упрощения математической модели как объекта управления с распределёнными параметрами. Предложена упрощённая модель термоупругих полей валка листопрокатного стана, использующая математический аппарат задачи плоской деформации.*
Ключевые слова: *теория термоупругости, цилиндрическая система координат, термонапряжения, температурные перемещения, функция неравномерности профиля.*

Общий анализ проблемы.

Одним из основных показателей качества листопрокатного производства является планшетность прокатанного листа. Вследствие выделения тепла при прокатке полосы внутри валка образуются температурные перепады, которые приводят к неравномерному тепловому расширению валков вдоль их бочек. Кроме того, по мере работы валка его первоначальная поверхность изнашивается и начинает существенно отличаться от цилиндрической поверхности. Хотя абсолютные значения теплового расширения и износа валка невелики, но, поскольку эти величины «интегрируются» по длине прокатываемой полосы, они оказывают существенное влияние на ее форму и могут привести к браку листа, выражающемуся в волнистости краев листа или выпучивании («коробоватости»). Для противодействия этим явлениям используют принудительный изгиб валков. Но поскольку система управления принудительным изгибом валков воздействует на шейки рабочих валков, это приводит к значительному сокращению срока службы подшипников рабочих валков. Поэтому представляется целесообразным перенести как можно большую часть корректирующих воздействий из системы управления принудительным изгибом валков на контуры автоматического управления секционированным охлаждением валков. Благодаря тому, что подачу охлаждающей жидкости можно распределять вдоль бочек валков в соответствии с любым законом распределения, автоматическое управление распределением подачи охлаждающей жидкости вдоль бочек валков может осуществляться либо в функции измеренных стрессометром искажений формы полосы, либо в соответствии с остаточной функцией искажения формы, если используются другие методы управления формой полосы. Однако управление тепловым профилем валка представляет более сложную задачу, так как в данном случае предстоит рассматривать данный профиль как объект с распределёнными параметрами и использовать теорию термоупругости. При этом, управляющим воздействием является расход охлаждающей жидкости вдоль бочки валка, т.е. управление является функцией времени t и координаты x. Основными возмущающими воздействиями является температура полосы поступающей в клеть и выделение тепла в результате её пластической деформации. При моделировании теплового профиля валка листопрокатного стана необходимо учитывать то, что математическая модель термоупругих полей должна быть относительно несложной и максимально адекватной реальным процессам, происходящим в валковой системе прокатной клети. Разработка такой модели процессов термонапряжений и температурных перемещений в валке представляет актуальную научную задачу.

Постановка задачи.

При разработке моделей и методов управления тепловым профилем валка необходимо решить следующие основные задачи:

- выполнить анализ моделей теплового профиля валка как объекта управления с распределёнными параметрами;
- оценить целесообразность упрощения математической модели;
- разработать модель термоупругих полей валка листопрокатного стана, близкую к оптимальной по критерию простота-адекватность.

Решение задач и результаты исследований.

В [1] была представлена пространственно-временная цилиндрическая система координат (x,r,φ,t) с размещенным в ней валком радиуса R, температурное поле $C(x,r,\varphi,t)$ которого удовлетворяет уравнению теплопроводности:

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial t}=\beta\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 C}{\partial \varphi^2}\right), \tag{1}$$

где C – температура, β - температуропроводность валка, x – координата вдоль длины валка, r – координата вдоль радиуса валка, φ – координата угла поворота валка.

Пренебрегая теплообменом с окружающей средой на торцах валка прокатного стана, теплообмен валка может быть описан системой уравнений теплообмена соответственно с металлической полосой, с охлаждающей жидкостью и с окружающей средой (воздухом):

$$\lambda\ \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R}=\chi_П\left[C_П(x,t)-C(x,r,\varphi,t)\right], \tag{2}$$

$$\lambda\ \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R}=\chi_Ж\left[C_Ж(x,t)-C(x,r,\varphi,t)\right], \tag{3}$$

$$\lambda\ \frac{\partial C}{\partial r}\Big|_{r=R}=\chi_C\left[C_C(x,t)-C(x,r,\varphi,t)\right], \tag{4}$$

где λ - коэффициент теплопроводности валка, χ - соответствующий коэффициент теплообмена (с металлической полосой - $\chi_П$, с охлаждающей жидкостью - $\chi_Ж$ и с окружающей средой (воздухом) - χ_C).

В предположении, что температурное поле в валке осесимметрично, выражения для термонапряженний по координатам x, r и φ будут иметь вид:

$$\sigma_{rr}=\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}-\frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}C+\mu\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi-\frac{\partial^3\Phi}{\partial r^2\partial x},$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}=\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}-\frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}C+\mu\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right),$$

$$\sigma_{xx}=\frac{\partial^2 F}{\partial r\partial x}-\frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}C+(2-\mu)\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi-\frac{\partial^3\Phi}{\partial x^3},$$

$$\sigma_{rx}=\frac{\partial^2 F}{\partial r\partial x}-\frac{2G(1+\mu)\alpha}{1-\mu}C+(1-\mu)\frac{\partial}{\partial r}\Delta\Phi-\frac{\partial^3\Phi}{\partial r\partial x^2},$$

$$\sigma_{r\varphi} = \sigma_{\varphi x} = 0,$$

где $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$, μ - коэффициент Пуассона, α - коэффициент линейного температурного расширения, G – модуль сдвига, F - функция, удовлетворяющая уравнению Пуассона внутри валка $\Delta F = 2G\dfrac{1+\mu}{1-\mu}\alpha C$, Ф - функция, удовлетворяющая бигармоническому уравнению $\Delta^2\Phi = 0$.

При этом выражения для температурных перемещений имеют вид:

$$w_{rr} = \frac{1}{2G}\frac{\partial F}{\partial r} - \frac{1}{2G}\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\partial x},$$

$$w_x = \frac{1}{2G}\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1-\mu}{G}\Delta\Phi - \frac{1}{2G}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2},$$

$$w_\varphi = 0.$$

Таким образом, определение термонапряжений и температурных перемещений в валке представляется довольно непростым.

При выборе управляющих воздействий, определяющих режим охлаждения (подогрева) валков, необходимо соблюсти технологические ограничения на допустимую величину температуры поверхности рабочей части бочки валка и допустимую величину термонапряжений в нем. Поэтому, в качестве выходных координат объекта управления в фазовом функциональном пространстве, необходимо иметь непосредственно температурное поле на поверхности валка и поле его термонапряжений. Данную задачу можно значительно упростить, пренебрегая температурными перемещениями по координате x и рассматривая валок как множество плоских дисков радиуса R (рис. 1).

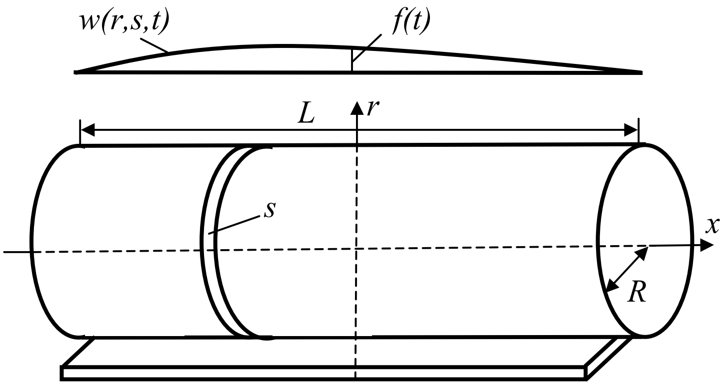

Рисунок 1 – К вопросу упрощения задачи расчёта термоперемещений в валке

Такой подход позволяет использовать математический аппарат задачи о плоской деформации [2,3] и найти для осесимметричного температурного поля $C(r,t)$ компоненты соответствующих радиальных

$$\sigma_r(r,t) = \frac{\alpha E}{1-\mu}\left(\frac{1}{R^2}\int_0^R C(r,t)rdr - \int_0^r C(r,t)rdr\right),$$

тангенциальных

$$\sigma_\varphi(r,t) = \frac{\alpha E}{1-\mu}\left(\frac{1}{R^2}\int_0^R C(r,t)rdr + \frac{1}{r^2}\int_0^r C(r,t)rdr - C(r,t)\right),$$

и осевых термонапряжений

$$\sigma_x(r,t) = \frac{\alpha E}{1-\mu}\left(\frac{2}{R^2}\int_0^R C(r,t)rdr - C(r,t)\right),$$

где E – модуль продольной упругости материала валка, радиальных термоперемещений

$$w_r(r,t) = \frac{4\alpha}{R}\int_0^R C(r,t)rdr\ .$$

Входными данными алгоритма расчёта по формулам (3)-(4) являются:

- набор прямоугольных матриц A_i, полученных из двумерной модели температурного поля валка, в которых вектор-столбцы отражают температурное поле $C(r,t)$ для отдельного радиального сечения s в момент времени t;
- ширина полосы;
- физические постоянные материала валка.

Аппроксимируя определённые интегралы по формулам прямоугольников, простейший алгоритм моделирования компонент термоперемещений полей валка может быть представлен в виде компактного алгебраического выражения:

$$w_r(r,s,t) = k\sum_{i=1}^{n}\left[A_i r_i(r_{i+1} - r_i)\right], \text{ где } k = \frac{\alpha E}{1-\mu}.$$

В качестве управляемой координаты выступает либо непосредственно тепловой профиль валка длиной L, либо определяемая им функция его неравномерности (рис.1)

$$f(t) = \max_{s\in[-L,L]}\left|w_r(r,s,t) - \min_{s\in[-L,L]} w_r(r,s,t)\right|.$$

При симметрии относительно середины валка выражение (3) примет вид

$$f(t) = \left|w_r(r,s,t)\right|_{s=0} - \left|w_r(r,s,t)\right|_{s=L}.$$

Характерной задачей управления, когда в качестве управляемой координаты выступает функция неравномерности теплового профиля валка, является задача стабилизации теплового профиля валка. Процесс управления рассчитывается так, чтобы наилучшим образом по выбранному критерию оптимальности добиться наилучшего приближения функции неравномерности профиля к желаемой при соблюдении естественных ограничений на управление и состояние объекта.

Типичной задачей управления, в которой в качестве управляемой координаты процесса выступает непосредственно тепловой профиль валка, является задача оптимальной компенсации износа валков. В этом случае тепловой профиль следит за изменением износа валка, задаваемым его математической моделью, так, чтобы компенсировать его, а оптимальность управления понимается в смысле минимизации суммарного искажения планшетности листопроката от действия этих двух «противофазных» процессов с учетом ограничений.

Структурное определение описанных координат процесса является общим для всех типов станов, учитывая существующую взаимосвязь температурного поля и полей термонапряжений и термоперемещений в валке. Отличительной чертой такой структуры модели валка является то, что возмущение и управление передаются на вход блока расчёта термоупругих полей не непосредственно, а через некоторый «фильтр» в виде блока температурного поля, который в общем случае представляет собой решение системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих процесс теплопроводности и теплообмена в системе соприкасающихся и взаимоперемещающихся тел, например, прокатываемый металл - рабочий валок - опорный валок (для четырехвалковых клетей).

Выводы.

1. Существующая математическая модель теплового профиля валка, в которой определение полей перемещений напряжений в теле под действием поля температур сводится к задаче теории упругости при наличии поля объемных сил и внешнего нормального поверхностного давления, является сложной для автоматизации управления термоперемещениями в валковой системе.

2. Модель можно упростить, пренебрегая температурными перемещениями вдоль длины валка, т.е. рассмотреть валок как множество плоских дисков. При этом возможно применение математического аппарата задачи о плоской деформации.

3. Процесс управления рассчитывается так, чтобы наилучшим образом по выбранному критерию оптимальности добиться приближения функции неравномерности профиля к желаемой при соблюдении естественных ограничений на управление и состояние объекта.

Литература

1. Борисов А.А. Математическая модель теплового профиля валка прокатного стана как объекта с распределенными параметрами и постановка задачи управления планшетностью проката // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Обчислювальна техніка та автоматизація, випуск 15 (130).-Донецьк: ДонНТУ,- 2008.- С.18-22.
2. Коваленко А.Д. Основы термоупругости. – Киев: Наукова думка, 1970. - 307 с.
3. Бутковский А.Г. Теория управления системами с распределенными параметрами. - М.:Машиностроение, 2000., - 688 с.
4. Кушнір Р. М., Ясінський А. В. Обернена задача термопружності для неоднорідного циліндра за неповної інформації про теплове навантаження // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – 50, № 3. – С. 140–145.

Abstract

Borisov A.A., Zhukova N.V. Modeling of thermoelasticity fields of the roller of a sheet-rolling mill with use of the mathematical device of a task of flat deformation. *The analysis of the generalized model of a thermal structure of the roller is executed, the expediency of simplification of mathematical model as object of control with the distributed parameters is shown. The simplified model of thermoelasticity fields of the roller of a sheet-rolling mill using the mathematical device of a task of flat deformation is offered.*

Keywords *The theory of thermoelasticity, cylindrical system of coordinates, thermostress, temperature movings, function of non-uniformity of a structure.*

Анотація

Борисов О.О. Моделювання термопружних полів валка листопрокатного стана з використовуванням матапарату задачі плоскої деформації*. Виконаний аналіз узагальненої моделі теплового профілю валка. Показана доцільність спрощення математичної моделі як об'єкту управління з розподіленими параметрами. Запропонована спрощена модель термопружних полів валка листопрокатного стана, що використовує математичний апарат задачі плоскої деформації.*

Ключові слова*: теорія термопружності, циліндрова система координат, термонапруга, температурні переміщення, функція нерівномірності профілю.*

Здано в редакцію: 25.03.2010 р.

Рекомендовано до друку: д.т.н, проф. Зорі А.А.