

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ.  
ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ.

РГАСНТИ 50.09

УДК 681.326.7

О.Н.Дяченко , В.А. Рудь

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИГНАТУРНОГО АНАЛИЗА  
НАД ПОЛЕМ  $GF(4)$**

Донецк 1998

## ДЕПОНИРОВАННАЯ РУКОПИСЬ

УДК 681.326.7

РГАСНТИ 50.09

Эффективность сигнатурного анализа над полем  $GF(4)$  /  
Дяченко.О.Н., Рудь.В.А.; Донец. гос. техн. ун-т. - Донецк , 1998.- 18 с.  
Библиогр. 6 назв. – Рус. - Деп. в ГНТБ Украины 02.06.98 № 264-УК98

Рассматриваются вопросы комплексной оценки эффективности сигнатурного анализа, учитывающей структурную реализацию регистров сдвига с линейными обратными связями (РСЛОС) с порождающими полиномами над полем  $GF(4)$ , используемых в качестве генераторов тестовых последовательностей (ГТП) и анализаторов тестовых реакций (АТР) при исчерпывающем тестировании комбинационных схем. Рассмотрен алгоритм определения минимальных полиномов над полем  $GF(4)$ . Выполнен сравнительный анализ эффективности применения различных сочетаний порождающих полиномов РСЛОС ГТП и АТР одинаковой и кратной степени. Приведены результаты экспериментальной оценки эффективности сигнатурного анализа над полем  $GF(4)$ . Предлагаемый способ комплексной оценки эффективности сигнатурного анализа может найти применение при реализации встроенного самотестирования или внешнего тестового оборудования средств вычислительной техники. Таблица примитивных полиномов над полем  $GF(4)$  может найти применение для построения кодирующих и декодирующих устройств обобщенного кода Хэмминга .

Авторы :

О.Н. Дяченко.

В.А. Рудь.

В арсенале контролепригодного проектирования цифровых устройств важное место принадлежит методам компактного тестирования. Устройства компактного тестирования, построенные на основе регистров сдвига с линейными обратными связями (РСЛОС), обладают рядом преимуществ: простая аппаратная реализация, высокое быстродействие, хорошая совместимость с методом сквозного сдвигового регистра. РСЛОС применяются как для генерации псевдослучайных тестовых воздействий, так и для анализа тестовых реакций (АТР). В [1-3] выполнен анализ эффективности исчерпывающего тестирования комбинационных схем (КС), при использовании в качестве генератора тестовой последовательности (ГТП) и АТР в виде РСЛОС с различными сочетаниями порождающих полиномов над полем GF (2). Однако подобные структуры РСЛОС могут быть построены на основе порождающих полиномов над полем GF (4) [4].

Данная работа посвящена анализу эффективности компактного тестирования КС для РСЛОС ГТП и АТР с различными сочетаниями порождающих полиномов над полем GF (4).

В [4] предложен алгоритм определения примитивных полиномов над полем GF(4), рассмотрена аппаратная реализация РСЛОС с порождающими полиномами над GF (4) и взаимосвязь расширений полей GF (2) и GF (4), построенных по примитивным полиномам над полями GF (2) и GF (4) соответственно. На основе результатов [1-4] рассмотрим эффективность исчерпывающего тестирования КС для РСЛОС ГТП и АТР с минимальными порождающими полиномами над полем GF (4).

Прежде всего, рассмотрим алгоритм определения минимального

полинома на примере. Согласно определению [5] минимальным полиномом некоторого элемента  $\beta = \alpha^i$  поля  $GF(p^n)$  является полином  $m_j(x)$  наименьшей степени, такой, что  $m_j(x) = 0$ . Свойства минимального полинома:  $m_j(x)$  неприводим, имеет степень не выше  $n$ , причем степень равна наименьшему числу  $i$ , для которого число  $p^i - 1$  кратно порядку элемента  $\beta$  [5].

Пример 1. В таблице 1 представлено поле  $GF(4^2)$ , как расширение поля  $GF(4)$  по примитивному полиному  $x^2 + x + 2$ . Для нахождения минимального полинома  $m_3(z)$  элемента  $\beta = \alpha^3$  в поле  $GF(16)$ , определим степень этого полинома. Сначала определим порядок элемента  $\alpha^3: \{ \alpha^3, \alpha^6, \alpha^9, \alpha^{12}, \alpha^{15} = 1 \}$ , таким образом порядок элемента  $\alpha^3$  равен 5. Определим наименьшее число  $i$ , для которого число  $4^i - 1$  кратно 5:  $4^1 - 1 = 3$ ,  $4^2 - 1 = 15$ , 15 кратно 5. Следовательно, степень искомого полинома равна 2.

Предположим, что  $m_3(z) = z^2 + a_1 z + a_0$ , тогда  $\alpha^6 + a_1 \alpha^3 + a_0 = 2x + a_1(3x + 2) + a_0 = x(2 + 3a_1) + 2a_1 + a_0 = 0$ ;  $2 + 3a_1 = 0$ ;  $2a_1 + a_0 = 0$ ;  $a_1 = 3$ ,  $a_0 = 1$ .

Таким образом,  $m_3(z) = z^2 + 3z + 1$ .

Пример 2. Определим  $m_2(z)$ -минимальный полином элемента  $\alpha^2$ . Порядок элемента  $\alpha^2$  равен 15:  $\{ \alpha^2, \alpha^4, \alpha^6, \alpha^8, \alpha^{10}, \alpha^{12}, \alpha^{14}, \alpha^{16} = \alpha^1, \alpha^3, \alpha^5, \alpha^7, \alpha^9, \alpha^{11}, \alpha^{13}, \alpha^{15} \}$ ; следовательно, число  $i = 2$ :  $4^2 - 1 = 15$  кратно 15.

Предположим, что  $m_2(z) = z^2 + a_1 z + a_0$ , тогда  $\alpha^4 + a_1 \alpha^2 + a_0 = (x + 1) + a_1(x + 2) + a_0 = x(a_1 + 1) + 2a_1 + a_0 + 1 = 0$ ;  $1 + a_1 = 0$ ;  $2a_1 + a_0 + 1 = 0$ ;  $a_1 = 1$ ,  $a_0 = 3$ .

Таким образом,  $m_2(z) = z^2 + z + 3$ .

Следует отметить, что, в отличие от  $GF(2)$ , в поле  $GF(4)$   $m_1(z) \neq m_2(z)$ . Для поля  $GF(4)$  элементам  $\beta$  и  $\beta^4$  соответствуют одинаковые минимальные полиномы (в поле  $GF(2)$  элементам  $\beta$  и  $\beta^2$ ), т.е.

$m_1(z)=m_4(z)$ ,  $m_2(z)=m_8(z)$  и т.д. В таблице 1 представлены минимальные полиномы над полем GF(2) и GF(4) элементов GF(16), которое может быть построено как расширение поля GF(4) по полиному над GF(4)  $x^2+x+2$  и как расширение поля GF(2) по полиному  $x^4+x+1$ .

Таблица 1- Поле GF(16) и минимальные полиномы над GF(4) и GF(2)

В виде степени	В виде полинома	В 4-значном виде	Минимальные полиномы	
			над полем GF(4)	над полем GF(2)
0	0	00		
$\alpha^0$	1	01	Z+1	Z+1
$\alpha^1$	X	10	$Z^2+Z+2$	$Z^4+Z+1$
$\alpha^2$	X+2	12	$Z^2+Z+3$	$Z^4+Z+1$
$\alpha^3$	3X+2	32	$Z^2+3Z+1$	$Z^4+Z^3+Z^2+Z+1$
$\alpha^4$	X+1	11	$Z^2+Z+2$	$Z^4+Z+1$
$\alpha^5$	2	02	Z+2	$Z^2+Z+1$
$\alpha^6$	2X	20	$Z^2+2Z+1$	$Z^4+Z^3+Z^2+Z+1$
$\alpha^7$	2X+3	23	$Z^2+2Z+2$	$Z^4+Z^3+1$
$\alpha^8$	X+3	13	$Z^2+Z+3$	$Z^4+Z+1$
$\alpha^9$	2X+2	22	$Z^2+2Z+1$	$Z^4+Z^3+Z^2+Z+1$
$\alpha^{10}$	3	03	Z+3	$Z^2+Z+1$
$\alpha^{11}$	3X	30	$Z^2+3Z+3$	$Z^4+Z^3+1$
$\alpha^{12}$	3X+1	31	$Z^2+3Z+1$	$Z^4+Z^3+Z^2+Z+1$
$\alpha^{13}$	2X+1	21	$Z^2+2Z+2$	$Z^4+Z^3+1$
$\alpha^{14}$	3X+3	33	$Z^2+3Z+3$	$Z^4+Z^3+1$

Анализ таблицы 1 показывает, что между минимальными полиномами над полем GF(4) и GF(2) существует тесная взаимосвязь, хотя количество различных полиномов над GF(4) для элементов  $\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^{13}, \alpha^{14}$  в два раза больше. Действительно, полиному  $x^4+x+1$  над GF(2) соответствуют два полинома над GF(4)  $x^2+x+2$  и  $x^2+x+3$ . Первый из них получен в [4], используя поле GF(16), как расширение GF(2) по полиному  $x^4+x+1$ , а второй является двойственным полиномом по отношению к  $x^2+2x+2$ , полученного в [4], используя поле GF(16), как расширение GF(2) по полиному  $x^4+x^3+1$ , двойственного по отношению к  $x^4+x+1$ .

Кроме того, если обозначить  $Z=z_3z_2z_1z_0$  состояния РСЛОС, построенного на основе полинома над GF(4) (РСЛОС GF(4)),  $X=x_3x_2x_1x_0$  - состояния РСЛОС, построенного на основе полинома над GF(2), тогда  $Z=M*X$ , где M-матрица, строки которой представляют собой двоичное представление элементов  $\alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \alpha^3$  расширения поля GF(4) по полиному над GF(4).

Следовательно, если  $X=0$ , тогда  $Z=0$  и наоборот если  $X \neq 0$ , то и  $Z \neq 0$ , поскольку матрица M является невырожденной. Таким образом, анализ эффективности компактного тестирования КС для РСЛОС ГТП и АТР с различными сочетаниями порождающих полиномов над полем GF(4) сводится к анализу полиномов над полем GF(2) и справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. Эффективность компактного тестирования КС для РСЛОС ГТП и АТР с порождающими полиномами над полем GF(4), корни которых связаны соотношением  $\beta=\alpha^k$ , равна эффективности РСЛОС ГТП и АТР с порождающими полиномами над полем GF(2) с

такой же зависимостью корней.

На основании утверждения 1, результат, полученный в [1-3] при анализе различных сочетаний полиномов над  $GF(2)$ , распространяется в область полиномов над полем  $GF(4)$ :  $w(-k)$  – вес числа  $-k$  в двоичном представлении является численным параметром комплексной оценки эффективности сигнатурного анализа, учитывающей структурную реализацию РСЛОС ГТП и АТР при одинаковой разрядности РСЛОС.  $w(-k)$  принимает максимальное значение для одинаковых порождающих полиномов, а минимальное – для взаимобратимых.

Пусть  $h(x)$  и  $g(x)$  – порождающие полиномы ГТП и АТР соответственно:  $p_4(x)$ ,  $p_2(x)$  – примитивные полиномы над  $GF(4)$  и  $GF(2)$  с одинаковыми корнями  $\deg p_2(x) = 2 \deg p_4(x)$ ;  $p^*(x)$  – полином, двойственный по отношению к  $p(x)$ ;  $p^{**}_4(x)$  – полином над  $GF(4)$ , который получается из полинома  $p(x)$  путем замещения коэффициентов  $2(3)$  коэффициентами  $3(2)$ .

Следствие. Варианты  $h(x)$  и  $g(x)$ :

- 1)  $p_4(x)$ ,  $p_4(x)$ ;      5)  $p^{**}_4(x)$ ,  $p_4(x)$ ;
- 2)  $p_4(x)$ ,  $p^{**}_4(x)$ ;      6)  $p^{**}_4(x)$ ,  $p_2(x)$ ;
- 3)  $p_4(x)$ ,  $p_2(x)$ ;      7)  $p_2(x)$ ,  $p^{**}_4(x)$ ;
- 4)  $p_2(x)$ ,  $p_4(x)$ ;

являются наилучшими сочетаниями порождающих полиномов.

Варианты  $h(x)$  и  $g(x)$ :

1.  $p_4(x)$ ,  $p^*_4(x)$ ;      6.  $p^*_2(x)$ ,  $p_4(x)$ ;
2.  $p_4(x)$ ,  $p^{***}_4(x)$ ;      7.  $p^*_4(x)$ ,  $p_2(x)$ ;
3.  $p^*_4(x)$ ,  $p_4(x)$ ;      8.  $p^{***}_4(x)$ ,  $p_2(x)$ ;
4.  $p^{***}_4(x)$ ,  $p_4(x)$ ;      9.  $p_2(x)$ ,  $p^{***}_4(x)$ ;
5.  $p_4(x)$ ,  $p^*_2(x)$ ;      10.  $p_2(x)$ ,  $p^*_4(x)$ ;

являются наилучшими сочетаниями порождающих полиномов.

Рассмотрим порождающие полиномы над  $GF(4)$  РСЛОС ГТП и АТР кратной степени при компактном тестировании КС двоичной логики.

Утверждение 2. Пусть  $h(x)$  – примитивный полином  $g(x)$  – неприводимый полином,  $\deg h(x)=m$ ;  $\deg g(x)=n$ , причем  $m/n=z$ ; где  $z$ –натуральное число. Тогда корни порождающих полиномов связаны соотношением  $\beta=\alpha^k$ , причем вес  $w(-k)$  числа  $-k$  принимает максимальное значение, равное  $2m-z$  при

$$k=(4^m-1)/(4^n-1)=4^{(z-1)n}+4^{(z-2)n}+\dots+4^n+1; (1)$$

сигнатура конъюнкции с рангом  $r<z$  равна нулю;  $w(-k)$  принимает минимальное значение, равное  $z$  при  $k=-(4^m-1)/(4^n-1)$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r<2m-z$  равна нулю.

Доказательство: Поскольку  $n$  делит  $m$  нацело, поле  $GF(4^n)$  является подполем  $GF(4^m)$ , поэтому корни полиномов  $h(x)$  и  $g(x)$  связаны между собой соотношением  $\beta=\alpha^k$ .

Число  $w(-k)$  представляет собой вес числа  $-k$ , поэтому, чем меньше количество единиц в двоичном представлении  $k$ , тем  $w$  больше. Минимальное значение числа  $k$  равно при максимальном значении показателя полинома  $g(x)$ . Максимальный показатель  $g(x)$  соответствует примитивному полиному, и равен  $(4^n-1)$ .

Прежде всего докажем равенство (1) с помощью метода математической индукции.

При  $z=1$  равенство (1) очевидно.

Предположим, что равенство (1) справедливо при  $z$ . Покажем, что в таком случае оно выполняется при  $(z+1)$ :

$$(4^{(z+1)n}-1)/(4^n-1)=4^{zn}+4^{(z-1)n}+4^{(z-2)n}+\dots+4^n+1;$$

$$(4^{(z+1)n}-1)/(4^n-1)=4^{zn}+(4^{zn}-1)/(4^n-1);$$

$$4^{(z+1)n}-1=4^{(z+1)n}-4^{zn}+4^{zn}-1=4^{(z+1)n}-1.$$

Таким образом, число  $k$  в двоичном представлении при максимальном показателе  $g(x) \mid 4^n-1$  содержит  $z$  единиц. Поле  $GF(4^n)$  содержит  $4^n-1=p$  ненулевых элементов:  $\beta^0, \dots, \beta^j, \dots, \beta^{p-1}$ , количество соответствующих им минимальных полиномов равно  $4^n-1$ . Минимальные полиномы такой же степени соответствуют элементам поля  $GF(4^m)$ :  $\alpha^0, \dots, \alpha^{jk}, \dots, \alpha^{(p-1)k}$ . Поскольку  $j < 4^n-1$ , вес чисел  $jk$ , которым соответствуют полиномы степени  $n$ , учитывая (1), равен  $z w(j)$ , где  $w(j)$  вес числа  $j$  в двоичном представлении. Так как  $w(j) > 0$ ,  $w(k) \leq w(jk)$ , следовательно, для полиномов  $\deg g(x)=n$   $w(k)=z$  является минимальным.

Итак,  $k=(4^m-1)/(4^n-1)$  в двоичном представлении содержит минимальное количество единиц. При этом  $w(-k)$  принимает минимальное значение. Ч.т.д.

На основании приведенных утверждений можно выполнить простую сравнительную оценку различных сочетаний порождающих полиномов РСЛОС ГТП и АТР.

Например, для  $h(x)=x^8+x^6+x^4+x^3+x^2+x+2$  над полем  $GF(4)$ :

1) при  $g(x)=x^8+x^6+x^4+x^3+x^2+x+2$   $z=1$ ,  $k=1$  сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 1$  равна нулю;

2) при  $g(x)=x^8+3x^7+3x^6+3x^5+3x^4+3x^2+3$  или при  $g(x)=x^8+2x^7+2x^6+2x^5+2x^4+2x^2+2$   $z=0$ ,  $k=-1$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 2m-z=15$  равна нулю;

3) при  $g(x)=x^4+3x^3+x+2$  или  $g(x)=x^4+2x^3+x+3$   $z=2$ ,  $k=(4^8-1)/(4^4-1) = =257_{10}=00010001_4=0000000100000001_2$ , поэтому  $w$  принимает

максимальное значение для  $\deg g(x)=4$  и  $\deg h(x)=8$ , равно  $16-2=14$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 2$  равна нулю.

4) при  $g(x)=x^4+2x^3+3x+2$  или  $g(x)=x^4+3x^3+2x+3$   $z=2$ ,  $k=-(4^8-1)/(4^4-1)=-257_{10} = 3332_{3332_4}=1111\ 1110\ 1111\ 1110_2$ , поэтому  $w$  принимает минимальное значение для  $\deg g(x)=4$  и  $\deg h(x)=8$ , равно  $2$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 16-2=14$  равна нулю.

5) при  $g(x)=x^4+3x^2+3x+2$  или  $g(x)=x^4+2x^2+2x+3$   $z=2$ ,  $k=257_{10} * 19 = 4883_{10} = 0103\ 0103_4 = 0001\ 0011\ 0001\ 0011_2$ , поэтому  $w$  принимает значение для  $\deg g(x)=4$  и  $\deg h(x)=8$ , равно  $2m-zw(j) = 16-2w(19)=10$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 6$  равна нулю.

6) при  $g(x)=x^2+x+2$  или  $g(x)=x^2+x+3$   $z=4$ ,  $k=(4^8-1)/(4^2-1)=4369_{10} = 01010101_4 = 0001000100010001_2$ , поэтому  $w$  принимает максимальное значение для  $\deg g(x)=2$  и  $\deg h(x)=8$ , равно  $16-4=12$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 4$  равна нулю.

7) при  $g(x)=x^2+2x+2$  или  $g(x)=x^2+3x+3$   $z=4$ ,  $k=-(4^8-1)/(4^2-1)=-4369_{10} = 32323232_4 = 1110111011101110_2$ , поэтому  $w$  принимает минимальное значение для  $\deg g(x)=2$  и  $\deg h(x)=8$ , равно  $4$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 12$  равна нулю.

8) при  $g(x)=x+2$  или  $g(x)=x+3$ ;  $z=8$   $k=(4^8-1)/(4^1-1)=21845_{10} = 11111111_4$  или  $k=-(4^8-1)/(4^1-1)=-21845_{10} = 22222222_4$ , поэтому  $w$  принимает максимальное и минимальное значение (т.е. единственное) для  $\deg g(x)=1$  и  $\deg h(x)=8$ , равно  $8$ , сигнатура конъюнкции с рангом  $r < 8$  равна нулю.

Из приведенных вариантов сочетаний порождающих полиномов наилучшим с точки зрения обеспечения сигнатурной тестируемости является первый, наихудшим второй, при этом разрядность РСЛОС GF(4) АТР равна 8. При разрядности РСЛОС GF(4) АТР равной 4 из

рассмотренных трех вариантов примитивных полиномов наилучшим является третий, причем четвертый и пятый варианты хуже шестого, для которого разрядность РСЛОС GF(4) АТР равна 2; четвертый вариант хуже восьмого, для которого разрядность РСЛОС GF(4) АТР равна 1.

В таблице 2 приведены результаты экспериментальной проверки эффективности наилучших сочетаний  $h(x)$  и  $g(x)$  над GF(4) при исчерпывающем тестировании КС (четырёхразрядного комбинационного сумматора с последовательным переносом, реализованного в базисе полинома Жегалкина).

Таблица 2 - Результаты экспериментальной проверки эффективности РСЛОС GF(4).

Deg $g(x)$	Необнаруженные неисправности		Эталонная сигнатура
	Количество	%	
8	0	0	251
4	0	0	202
2	9	8.5	8
1	22	20.8	3

В приложении 1 приведена таблица примитивных полиномов над полем GF(4).

Полученные результаты могут найти применение при реализации самотестирования цифровых схем, проектировании схем встроенного контроля и диагностирования, при компактном тестировании КС. Кроме того таблица примитивных полиномов над полем GF(4) может быть использована для построения обобщенных кодов Хэмминга [6] и соответствующим им кодирующим и декодирующим устройствам.

## Литература

1. Ярмолик В.Н. , Калоша Е.П. Эффективность сигнатурного анализа в самотестирующихся СБИС //Электронное моделирование .-1992.- 14.№23.-с.51-56.
2. Дяченко О.Н. Сравнительная оценка эффективности методов компактного тестирования комбинационных схем // Сборник трудов факультета вычислительной техники и информатики. -Выпуск 1.- Донецкий государственный технический университет . –Донецк , ДонГТУ, 1995. с .103-110 .
3. Дяченко О.Н. Эффективность псевдоисчерпывающего тестирования комбинационных схем // Информатика , кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-97) Сборник научных трудов Донецкого государственного технического университета . Выпуск 1. Донецк : ДонГТУ ,1997.-с.188-192.
4. Дяченко О.Н. Герасимов А.Н. Компактное тестирование на основе четырехзначной логики // Информатика , кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-97) Сборник научных трудов Донецкого государственного технического университета . Выпуск 1. Донецк : ДонГТУ ,1997.-с.193-197.
5. Гилл А. Линейные последовательностные машины .-М.:Наука, 1974,- 288с.
6. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки.–М.: Мир, 1986. –576с.

## Приложение А

### Примитивные полиномы над полем GF(4)

#### *Степень 1*

12

#### *Степень 2*

112

122

#### *Степень 3*

1132      1322      1222

1112      1232      1312

#### *Степень 4*

11222      11302      11012      10222      11122      13202

10132      11102      10332      10322      13232      13302

13132      13012      12032      12022

#### *Степень 5*

113202      102112      133002      131022

112312      110032      132232      120332

100012      111112      133202      120202

113302      110222      122222      120312

100022	110232	123122	131132
101012	103232	133312	131002
101322	103322	123012	
101332	103212	133222	
112102	110302	130012	
101212	111232	121302	
112012	111332	120002	
100332	132332	120122	
100232	122102	120032	
111022	122022	131302	
102122	123232	130022	
110112	133132	121202	
110002	133012	131312	
103022	123332	131222	

***Степень 6***

1000112	1031032	1222302
1011202	1021022	1222132
1133112	1101222	1332332
1123022	1101312	1332212
1122122	1020022	1223232
1011322	1030032	1231322
1123112	1021102	1321232
1133232	1031112	1333032
1011012	1032322	1223322
1122332	1112032	1320112
1132312	1112022	1312102

1122232	1102322	1313322
1010012	1032302	1313212
1132202	1103302	1300012
1133332	1102102	1301222
1132222	1033002	1200032
1011132	1022112	1212212
1000322	1112302	1300022
1000232	1022102	1312132
1131302	1023002	1200022
1121212	1033022	1212322
1003102	1112332	1213012
1131212	1023012	1201312
1121312	1103122	1213232
1012232	1322012	1301132
1002122	1221102	1201132
1012202	1331122	1200202
1130312	1322032	1313112
1002212	1331002	1300302
1003302	1221012	1312222
1121122	1331332	1212122
1003202	1232022	1302302
1013032	1220002	1211002
1131022	1232102	1302232
1130002	1220132	1310222
1013002	1221332	1311122
1002332	1322202	1203212

## *Степень 7*

11230312	11323132	10123312	11311222	10303132
11331002	11333312	11202332	10022022	11000122
10112112	10110022	10021102	11211322	10212212
11331012	10003012	11203222	10131232	10203102
11231332	10002112	11313002	10033022	11011112
10010122	10101112	11312122	10120212	11011002
10103032	11333332	11203232	10120202	10212302
11221112	11223202	11312032	11200022	10213322
10103022	10013002	10132322	10130212	11010002
10001012	11222232	11202212	10032002	11112312
11321332	11322122	10123322	10120302	10213332
10011132	11332212	11202102	11310232	11113302
10113022	10110102	11302022	10033102	11102222
11320332	10110012	10031332	10121312	11112212
10112132	10002022	11202002	10022002	11112102
11330112	10002032	11213232	11300132	10213012
10000132	10100032	11302132	10023322	11001222
11221022	10003132	10122112	11310022	11102022
11220012	10111012	11313202	11210032	11010312
11231302	10110232	11213222	10121132	10302322
11320222	10013222	10133002	10032322	10303312
10102102	11233232	11213212	10131122	10313122
10011002	10100302	11212322	11311112	10302332
11330002	11332012	10132132	10023222	10312102
10103222	10101202	11203112	10022332	10202202

11331232	11322332	10031302	10120132	11011212
11221322	10111322	10123132	11301312	11010222
11231012	10111332	10021202	10120022	11010322
10112302	11232302	10030302	11210122	11011332
10011222	11332102	10122032	10022232	10313112
11221232	10002212	11302002	10023302	11103102
11230132	11232312	10030312	11200302	10203212
11231102	11322202	11202122	10131012	11001202
10010332	11322212	11313332	10121002	11103012
10010322	10100232	11213302	11211032	11112032
10010232	11332032	10020302	11200212	11113122
11330322	10003322	11203012	10033202	10201132

***Степень 8***

113311102	101021122	100003312	112331302	113330302
113300322	100110132	112203312	100031212	101003002
113212232	101031132	112213012	100021312	101003112
113301312	101030132	100112112	100131032	113232032
112303022	113203312	112310302	112330322	112221332
113202032	100001332	113200022	100131122	101102212
101030212	100001222	101132222	100031302	112220312
113203102	100100122	100013222	100021202	101103302
100001012	113310332	101032012	112320032	113321132
100001102	101120202	112310222	112321012	113331232
101021212	113211102	112311202	113322002	112322002
112312202	112203122	113200132	113333332	100033202
101031302	112300232	113312122	112222222	112323322
100100212	100102302	100003232	113332312	112332102

101031212	112212212	100112032	112233032	100023302
112200302	100103312	100112022	113230012	113320302
112302122	100102202	100113122	112321022	101102132
101130102	100013112	112310232	100130112	113331022
112211032	101133002	113201112	112232002	113233202
112303102	100003102	101011112	100121112	101103032
100011022	101033332	101010112	101001332	113330002
100110222	112212302	113333012	101000322	100122032
112210002	101022232	112223022	112331222	100133032
113203122	101022332	113221032	113220212	101012332
113212302	101132102	113323312	113221232	100122122
113203022	101033232	100130222	112232112	101113032
101021332	101132112	101101212	113322122	101012222
112312322	113303022	101001102	101010332	112323232
112211122	112301322	113230212	101010322	112221122
100101232	100103332	101111202	101011232	112332012
100101222	112202022	113332132	100033012	113223012
113212212	101123122	113220112	112231102	101102002
113310112	113303132	101101322	100032112	101103012
113213222	113302102	112320332	101112322	113320232
100100322	100113322	100131312	113223332	100033322
100011202	100003022	100121212	113320122	112221112
112211232	101133022	100021122	100023012	113321202
101020012	112311132	100130312	113233132	100032232
112201132	101122022	101011032	113320022	112230332
101021002	112202232	113332102	112323112	112322232
113202202	101023022	100120312	101102222	112332032