

УДК 621.313

Е.Б. КОВАЛЕВ<sup>1</sup> (д-р техн.наук, проф.), П.И. ЗАХАРЧЕНКО<sup>2</sup>,  
Л.А. ВАСИЛЬЕВ<sup>1</sup> (канд.техн.наук, доц.)

<sup>1</sup> Донецкий национальный технический университет

<sup>2</sup> Первомайский электромеханический завод им. К.Маркса

## РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЗУБЦОВОЙ ЗОНЕ ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ СКАЛЯРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

*Определено распределение магнитной индукции в полюсах статора и ротора и в межполюсном пространстве вентильного электродвигателя на основе моделирования вихревого магнитного поля скалярными магнитными потенциалами при малом перекрытии полюсов. Показана высокая неравномерность индукции в полюсах и ее максимальные значения.*

**Постановка проблемы.** Вентильные индукторные двигатели, благодаря конструктивной простоте, находят все большее применение в различных сферах производства. Характеристики вентильных реактивных электродвигателей определяются энергией магнитного поля в воздушном зазоре. Эта энергия определяется геометрией активных частей, магнитодвижущей силой обмоток статора и законами управления токами в обмотках статора. Поэтому для выбора оптимальной геометрии таких двигателей необходимо иметь картину магнитного поля.

**Анализ публикаций.** Как показано в [1, 2], поле в магнитной системе двигателя содержит области потенциального поля и области вихревого поля, поэтому для моделирования этого поля в [1, 3, 4, 5] применен векторный потенциал.

Анализ результатов моделирования поля показывает, что отдельные участки магнитной системы резко насыщены, максимальная индукция в зубце статора в зоне перекрытия полюсов составляет более 1.9 Тл, минимальная 0.5 Тл, в результате чего магнитная проницаемость по сечению магнитной системы изменяется в широких пределах.

Однако, согласно [5, 6, 7], применение векторного магнитного потенциала оправдано только для расчета магнитных полей с  $\mu = \text{const}$ .

Для расчета вихревых полей при  $\mu \neq \text{const}$  Демирчяном [6] предложен оригинальный метод приведения вихревого магнитного поля к квазипотенциальному, позволяющий преодолеть все трудности метода векторного магнитного потенциала.

В [2] показано, что приведение вихревого магнитного поля к квазипотенциальному, позволяет в ряде случаев повысить точность моделирования вихревого магнитного поля.

Рассчитаем поле этим методом, подробно освещенным в [5].

**Цель работы.** Моделировать магнитное поле вентильного реактивного двигателя путем приведения вихревого магнитного поля к квазипотенциальному в момент максимальной индукции в активных полюсах двигателя, которому соответствует перекрытие полюсов приблизительно равное 1/6 бps.

**Результаты исследований.** Известно [5,7], что магнитные поля линейных электрических токов и двойных магнитных слоев эквивалентны. С точки зрения расчета магнитного поля это означает, что имеется возможность один тип источников заменить другим.

Способ эквивалентной замены электрических токов магнитными зарядами позволяет рассчитать поле с помощью скалярного магнитного потенциала только в зоне, расположенной вне электрических токов, и не дает возможности рассчитать поле в областях, занятых токами, т. е. там, где  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$ .

Если одновременно существуют источники и вихри поля, то, исходя из суперпозиции полей, можно считать, что вектор  $\mathbf{H}$  имеет две составляющие  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2$ , из которых первая создана источниками, а вторая – вихрями.

Представим истинное значение напряженности вихревого поля  $\mathbf{H}$  состоящим двух составляющих: потенциальной  $\mathbf{H}_p$ , создаваемой магнитными зарядами и дополнительной, имеющей напряженность  $\mathbf{H}_o$ :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_o. \quad (1)$$

Рассмотрим потенциальную составляющую  $\mathbf{H}_p$ .

Так как поле  $\mathbf{H}_p$  вызвано магнитными зарядами, эквивалентными исходным токам, то оно является потенциальным и связано со скалярным магнитным потенциалом соотношением

$$\mathbf{H}_p = - \text{grad } \varphi_p. \quad (2)$$

Для потенциального поля  $\mathbf{H}_p$ :

$$\text{rot } \mathbf{H}_p = 0. \quad (3)$$

Плотности источников потенциального поля  $\mathbf{H}_p$  можно найти согласно [8] из условия (1):

$$\mathbf{div} \mathbf{B} = \mathbf{div} (\mu \mathbf{H}) = \mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_p + \mu \mathbf{H}_0) = 0,$$

или

$$\mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_p) = -\mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_0) = \rho, \quad (4)$$

где  $\rho$  – объемная плотность магнитных зарядов.

Из (2) и (4) следует

$$\mathbf{div} \mu \mathbf{grad} \varphi_p = -\rho. \quad (5)$$

Уравнения (2), (4), (5) описывают потенциальное поле расчетной величины  $\mathbf{H}_p$ , знание которой необходимо для нахождения напряженности искомого вихревого поля  $\mathbf{H}$ .

Скалярный потенциал  $\mathbf{H}_p$ , в отличие от обычного скалярного магнитного потенциала, используется во всем пространстве, включая и объемы с токами. Назовем его *обобщенным скалярным магнитным потенциалом*, а магнитное поле, описываемое потенциалом, назовем *квазипотенциальным магнитным полем*.

Рассмотрим дополнительную составляющую поля  $\mathbf{H}_0$ .

Согласно (1)

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{rot} \mathbf{H}_p + \mathbf{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}. \quad (6)$$

Так как согласно (2) поле  $\mathbf{H}_p$  является потенциальным, то  $\mathbf{rot} \mathbf{H}_p = 0$ .

Тогда для сохранения равенства  $\mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$  необходимо, чтобы

$$\mathbf{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (7)$$

Плотности источников дополнительного поля  $\mathbf{H}_0$  можно найти согласно (4):

$$\mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_0) = -\mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_p) = \mathbf{div} \mu \mathbf{grad} \varphi_p = -\rho. \quad (8)$$

Для двумерной задачи:

$$\mathbf{div} \mathbf{H}_0 = \nabla \mathbf{H}_0 = \frac{\partial \mathbf{H}_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{H}_{0y}}{\partial y} = -\rho. \quad (9)$$

При этом нужно учесть поверхностные источники и определяющую их поверхностную дивергенцию, равную разности нормальных составляющих вектора индукции по обе стороны поверхности:

$$\mathbf{Div} (\mu \mathbf{H}_0) = -\sigma. \quad (10)$$

Таким образом, введение вспомогательных расчетных величин  $\mathbf{H}_0$ ,  $\rho$  и  $\sigma$ , определяемых из уравнений

$$\mathbf{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}; \quad \rho = -\mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_0); \quad \sigma = -\mathbf{Div} (\mu \mathbf{H}_0),$$

позволяет перейти от системы уравнений

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}; \quad \mathbf{div} \mathbf{B} = \mathbf{div} (\mu \mathbf{H}) = 0,$$

описывающей вихревое магнитное поле, к системе

$$\mathbf{rot} \mathbf{H}_p = 0; \quad \mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_p) = \rho, \quad \mathbf{div} (\mu \mathbf{grad} \varphi_p) = -\rho,$$

или  $\mathbf{div} (\mu \mathbf{grad} \varphi_p) = \mathbf{div} \mathbf{H}_0 = -\rho$  [5].

Последовательность решения задачи нахождения поля  $\mathbf{H}$  такова:

- 1) определяют поле  $\mathbf{H}_0$ , подчиняющееся условию  $\mathbf{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}$ ;
- 2) рассчитывают значение  $\rho = -\mathbf{div} (\mu \mathbf{H}_0)$ ;
- 3) решают уравнение  $\mathbf{div} (\mu \mathbf{grad} \varphi_p) = -\rho$  для скалярного магнитного потенциала;
- 4) вычисляют  $\mathbf{H}_p = -\mathbf{grad} \varphi_p$  и определяют искомое поле  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_0$ .

Таким образом, электрические токи плотностью  $\mathbf{J}$  заменяют магнитными зарядами плотностями  $\rho$ , а уравнения для векторов поля заменяют уравнением для скалярного потенциала  $\varphi_p$ .

Рассмотрим расчет плоскопараллельного магнитного поля зубцовой зоны двигателя как поля соленоида, изображенного на рис. 1 и приведенного к квазипотенциальному при  $\mu = \text{const}$ .

Выделим в рассматриваемом магнитном поле две области: 1-я область внутри соленоида, 2-я – вне соленоида.

Вычисление искомого поля  $\mathbf{H}$  связано со сложением полей  $\mathbf{H}_0$  и  $\mathbf{H}_p$  в области 1, где  $\mathbf{H}_0 \neq 0$ . В области 2 имеем  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_p$ , так как в ней  $\mathbf{H}_0 = 0$ .

Определим  $\mathbf{H}_0$  из уравнения  $\mathbf{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}$ .

Так как плоскопараллельное магнитное поле образовано электрическим током, вектор плотности которого содержит лишь одну составляющую, то из условия  $\mathbf{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J}$  следует, что  $\mathbf{H}_0$  может также иметь единственную составляющую, в нашем случае  $\mathbf{J}_z$ .

Определив  $\mathbf{H}_0$  из:

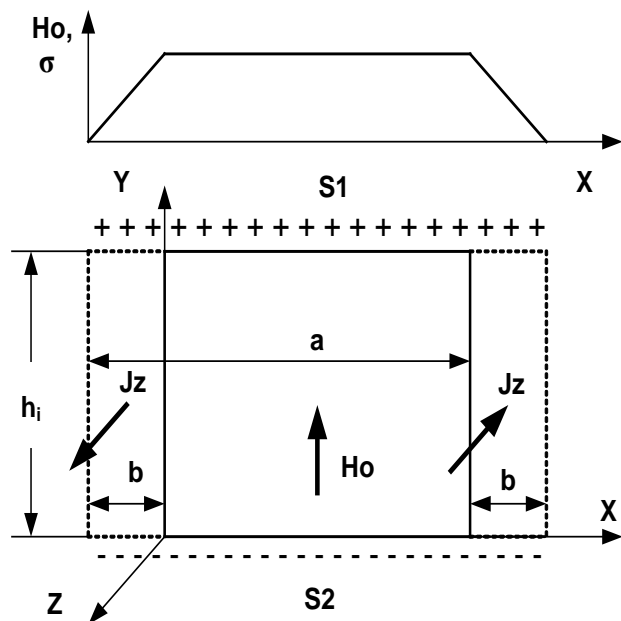


Рисунок 1 – Распределение дополнительной напряженности поля  $H_0$  и поверхностной плотности магнитных зарядов  $\sigma$  по ширине полюса статора с обмоткой в области 1 (внутри прямоугольника ограниченного пунктирной линией, вне этого прямоугольника область 2).

$h_i$  – высота обмотки статора,

$h_i * b$  – сечение обмотки.

$J_z$  – плотность тока в обмотке.

$S_1, S_2$  – поверхности сосредоточения магнитных зарядов  $+\sigma$  –  $\sigma$ .

$$\text{rot}H = k \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = J_z, \quad (11)$$

получим:

$$H_0 = \int_0^b k J_z i dx = j \int_0^b J_z * dx = H_0 y = \frac{I w l}{h_i} \quad (12)$$

Внутри области 1  $H_0 = H_0 y = I w l / h_i$  не зависит от  $y$ , т.е.  $\partial H_0 y / \partial y = 0$  и в соответствии с (9) внутри нее нет магнитных зарядов.

Объемная плотность  $\rho$  равна нулю всюду, за исключением двух поверхностей  $S_1$  и  $S_2$ , ограничивающих область 1.

На поверхностях  $S_1$  и  $S_2$  можно определить поверхностную дивергенцию  $\text{Div} H_0$  и соответственно поверхностную плотность зарядов  $\sigma$ .

Поверхностные источники характеризуются поверхностной плотностью  $H_0$ , представляющей собой поверхностную дивергенцию вектора  $\sigma_A$ , равную скачку его нормальной составляющей.

Для поверхности  $S_1$

$$\sigma = -\mu_a \text{Div} H_0 = \mu_a * H_0 y > 0 \quad (13)$$

для  $S_2$

$$\sigma = -\mu_a \text{Div} H_0 = -\mu_a * H_0 y < 0 \quad (14)$$

Расчетная модель рассмотренных проводников содержит два простых слоя магнитных зарядов, занимающих ограниченную область пространства. На рис. 1 показано распределение  $\sigma$  в функции координаты  $x$ , аналогичное изменению  $H_0$  в области 1, и, в частности, на поверхностях  $S_1$  и  $S_2$ .

Электрические токи проводников оказались замененными магнитными зарядами, распределенными в данном случае на поверхностях.

Эти формулы позволяют рассчитать плоскопараллельное магнитное поле путем сведения его квазипотенциальному полю скалярных источников.

В области ограниченной поверхностями  $S_1$  и  $S_2$  (область 1), поле создается напряженностью  $H_0$ , вне этой области (область 2) – магнитными зарядами  $\sigma$  [5]. В области 2 скалярный магнитный потенциал определяется уравнением Лапласа  $\text{div} (\mu_a \text{grad} \phi) = 0$ , полагая, что на границе между областями 1 и 2 существует фиктивный источник магнитной индукции третьего рода  $B_0 = \mu_a H_0$  [2].

Исследование магнитного поля проведено методом приведения вихревого магнитного поля к квазипотенциальному в полюсах статора и ротора вентильного электродвигателя со следующей геометрией [1]: число полюсов статора  $N_s = 8$ ; число полюсов ротора  $N_r = 6$ ; диаметр расточки статора  $D_o = 282$  мм; длина сердечника  $l_g = 250$  мм; наружный диаметр статора  $D_a = 434$  мм, коэффициент ширины полюса статора  $K_{ps} = 1/6$ , ширина полюса ротора в расточке равна ширине полюса статора  $b_{ps} = b_p = 55.37$  мм, число витков обмотки  $w = 14$ , ток обмотки  $I = 343$  А, воздушный зазор  $\delta = 2$  мм. Электротехническая сталь сердечника 2013 по ГОСТ 21427.2-75.

Для расчета магнитного поля сделаем следующие допущения:

1. Положим ось  $z$  декартовой системы координат направленной по оси двигателя.
2. Рассмотрим участок магнитной системы двигателя, состоящий из одного полюса статора и одного полюса ротора, ограниченный средними диаметрами спинок статора и ротора и прилегающих участков магнитной системы двигателя без сердечника от рассматриваемого полюса до соседнего.
3. Представим рассматриваемый участок в виде прямоугольника, а не сектора.
4. Положим, что поле в различных жестах магнитной системы идентично, т.е. положим, поле плоскопараллельным.
5. Положим совпадающими оси симметрии полюсов ротора и статора.
6. Ввиду симметричности задачи рассмотрим поле одной половины зубцов и соответствующие им поля в воздушном зазоре между полюсами.

Для решения уравнения Лапласа используем метод сеток (конечных разностей) [3, 6].

Схема моделируемого магнитного поля приведена на рис. 2. Для моделирования поля в системе полюс статора – полюс ротора сердечник полюсов в тангенциальном и радиальном направлениях разбит на  $n_{гр} = 5$  трубок. Для статора первые четыре трубки (нумерация со стороны набегающего ротора) имеют одинаковую ширину, равную  $b_{п} / 6$ , пятая, для уменьшения количества уравнений, вдвое шире, поскольку оказывает меньшее влияние на поле в зоне перекрытия полюсов. Для ротора картина аналогичная, но нумерация трубок начинается с набегающей кромки полюса в направлении, обратном вращению.

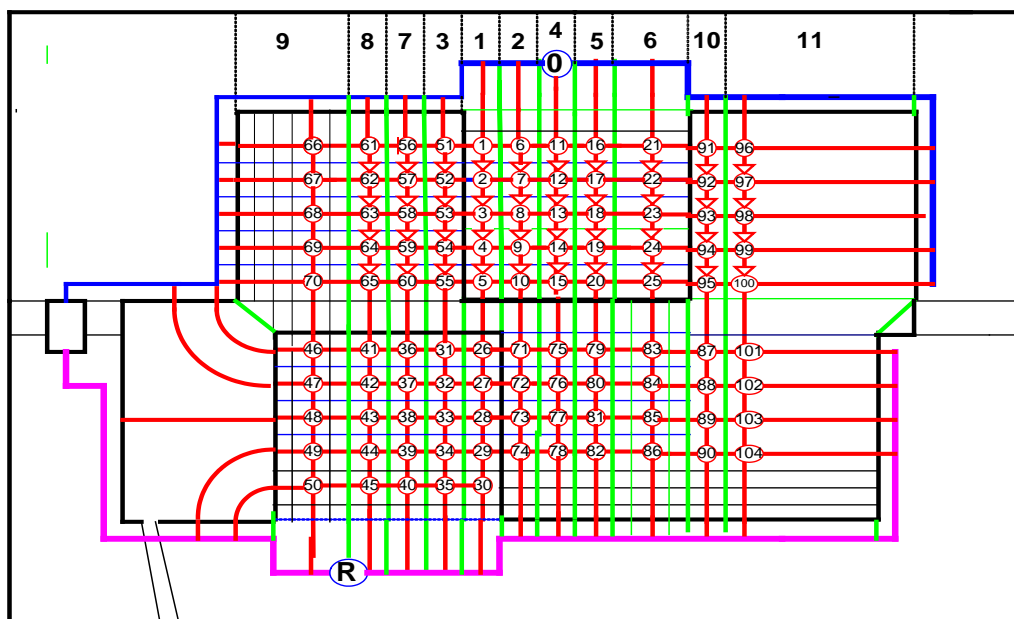


Рисунок 2 – Сеточная модель исследуемого магнитного поля

Моделируемое пространство поля по радиусу полюсов от оси спинки до поверхности в расточке также разбито на шесть участков. Всего в зубце статора и ротора имеется по 25 точек поля.

На пересечении продолжений ветвей статора и ротора заданы узлы для моделирования полей между боковой поверхностью статора и цилиндрической поверхностью ротора и между боковой поверхностью ротора и цилиндрической поверхностью статора. Всего на моделируемом участке поля 105 точек.

Спина статора и ротора моделированы одним сосредоточенным сопротивлением  $R_y$ .

На границе боковых поверхностей полюсов ротора и статора, не примыкающих к зоне перекрытия полюсов, заданы граничные условия Неймана.

Определение магнитного потенциала в заданных точках проводилось методом узловых потенциалов. Для 2-й трубки статора, согласно рис. 2:

$$\begin{aligned} -g_{1,6} \phi_1 + g_{6,6} \phi_6 - g_{7,6} \phi_7 - g_{11,6} \phi_{11} &= -I_{6,7}; \\ -g_{2,7} \phi_2 - g_{7,6} \phi_6 + g_{7,7} \phi_7 - g_{8,7} \phi_8 - g_{12,7} \phi_{12} &= I_{6,7} - I_{7,8}; \\ -g_{3,8} \phi_3 - g_{8,7} \phi_7 + g_{8,8} \phi_8 - g_{9,8} \phi_9 - g_{13,8} \phi_{13} &= I_{7,8} - I_{8,9}; \\ -g_{4,9} \phi_4 - g_{9,8} \phi_8 + g_{9,9} \phi_9 - g_{10,9} \phi_{10} - g_{14,9} \phi_{14} &= I_{8,9} - I_{9,10}; \\ -g_{5,10} \phi_5 - g_{10,9} \phi_9 + g_{10,10} \phi_{10} - g_{41,10} \phi_{41} - g_{15,10} \phi_{15} &= I_{9,10}, \end{aligned}$$

где  $g_{ij} = \mu S / l_{ij}$  – магнитные проводимости между элементами среды  $i, j$ ;  $S$  – сечение трубки тока между элементами среды  $i, j$ ;  $l_{ij}$  – расстояние между центрами элементов среды  $i, j$ ;  $\mu = B / H(B)$  – магнитная проницаемость среды в трубке тока.

Главные проводимости равны сумме побочных:

$$g_{ii} = \sum g_{ij}.$$

Токи в узлах равны:

$$I_i = H_0 h_i g_{ik} / n_{гр},$$

где  $g_{ik}$  – проводимость между  $i$ -той – точкой, для которой составлено уравнение, и соседней  $k$ -той точкой по радиусу машины.

Магнитное сопротивление железа определялось аналитически по зависимостям, приведенным в [3], [5].

Нелинейное сопротивление, зависящее от индукции, моделировалось по формуле:

$$H = KB1 B + KB9 B^9$$

где  $KB1 = 100$ ,  $KB9 = 36.789$ .

Определение магнитного потенциала в заданных точках проводилось методом узловых потенциалов.

Уравнения были решены методом Рунге-Куты.

Результаты расчета представлены на рис. 3 и 4: векторное поле индукций в полюсе статора – на рис. 3а, в полюсе ротора – на рис. 3б, в межполюсном пространстве у набегающей кромки статора – на рис. 4а, в межполюсном пространстве у набегающей кромки ротора – на рис. 4б.

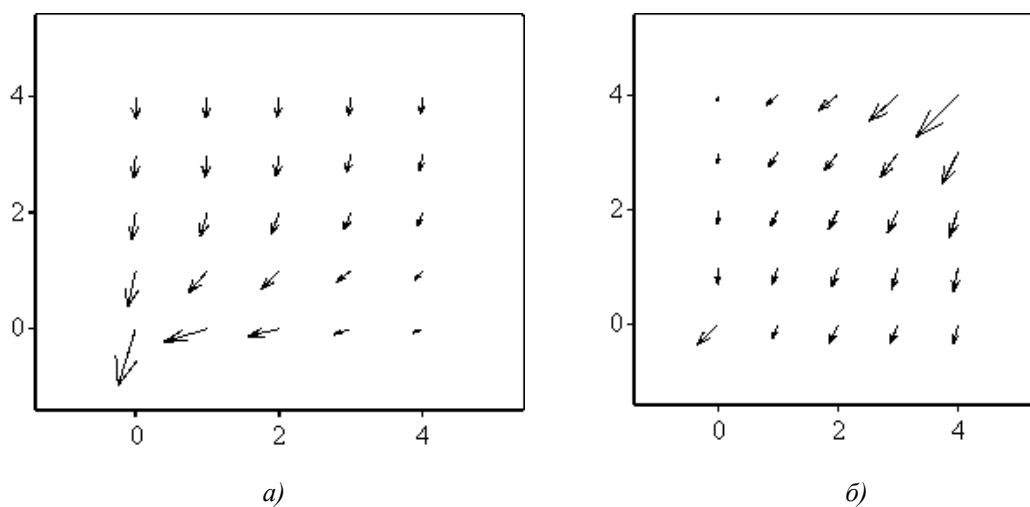


Рисунок 3 – Векторное поле индукций:

- а) в полюсе статора (максимальная индукция 2,3 Тл);  
 б) в полюсе ротора (максимальная индукция 2,3 Тл).

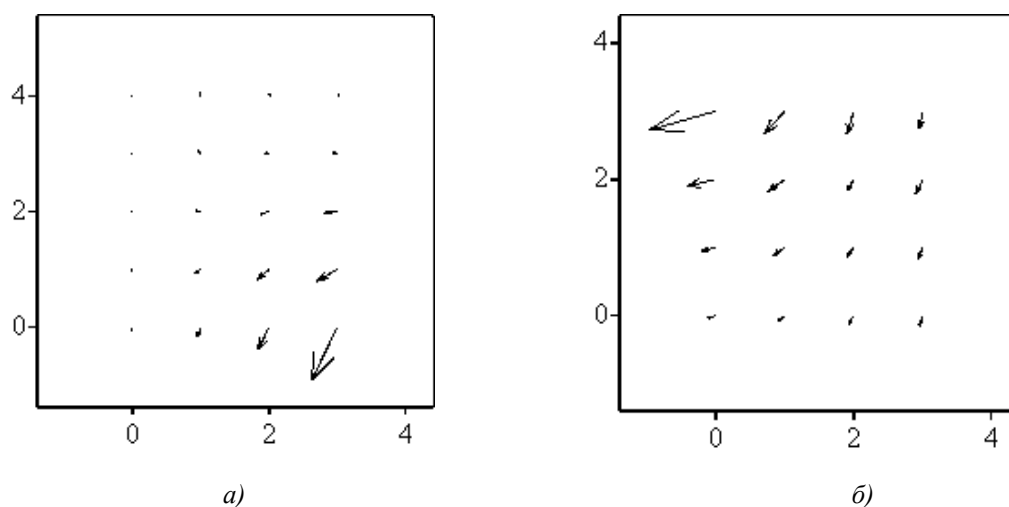


Рисунок 4 – Векторное поле индукций:

- а) в межполюсном пространстве у набегающей кромки статора (максимальная индукция 2,3 Тл);  
 б) в межполюсном пространстве у набегающей кромки ротора (максимальная индукция 0,57 Тл).

**Выводы.** При работе вентильного реактивного двигателя в момент малого перекрытия полюсов в полюсах статора и ротора возникает неравномерное распределение индукции. В результате этого в отдельных точках сердечника индукции превосходят 2,2 Тл, что естественно приведет к местному увеличению потерь и температур в сердечнике магнитной системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Захарченко П.И. Исследование магнитного поля в зубцовой зоне вентильного двигателя при малом перекрытии полюсов статора и ротора / П.И. Захарченко, С.В. Карась, Е.Б. Ковалев // Взрывозащищенное электрооборудование. Сборник научных трудов УкрВНИИВЭ. – 2009. – С. 131-137.
2. Захарченко П.И. Сопоставление различных методов расчета магнитных полей / П.И. Захарченко, Е.Б. Ковалев // Взрывозащищенное электрооборудование. Сборник научных трудов УкрВНИИВЭ. – 2010. – С. 148-159.

3. Бессонов Л.А. Электромагнитное поле / Л.А. Бессонов. – М: «Гардарики». –2003. –316 с.
4. Голландцев Ю.А. Вентильные индукторно-реактивные двигатели / Ю.А. Голландцев. – С-Пб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электроприбор», 2003. –148 с.
5. Демирчян К С. Теоретические основы электротехники / К С. Демирчян, И.Р. Нейман, Н.В. Коровкин. – С-Пб.: Питер, 2009. – Т.2. – 432 с.
6. Демирчян К С. Машинные расчеты электромагнитных полей / К.С. Демирчян, В.Л. Чечурин. – М.: Высш. шк. – 1986. – 240 с.
7. Рязанов Г.А. Электрическое моделирование с применением вихревых полей / Г.А. Рязанов. – М.: «Наука», 1969. –335 с.
8. Захарченко П.И. Расчет магнитной проводимости воздушного зазора вентильных электродвигателей / П.И. Захарченко, М.З. Дудник, С.В. Карась, Е.Б. Ковалев // Труды V международного симпозиума «Элмаш 2004». – М., 2004. – С. 86-91.

Надійшла до редколегії 07.11.2010

Рецензент: М.М. Федоров

Є.Б. КОВАЛЬОВ<sup>1</sup>, П.І. ЗАХАРЧЕНКО<sup>2</sup>,  
Л.О. ВАСИЛЬЄВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Донецький національний технічний університет

<sup>2</sup> Первомайський електромеханічний завод ім.  
К.Маркса

**Розрахунок магнітного поля в зубцовій зоні вентильного двигуна на підставі скалярних магнітних потенціалів.** Визначений розподіл магнітної індукції в полюсах статора і ротора і в міжполюсному просторі вентильного електродвигуна на основі моделювання вихрового магнітного поля скалярними магнітними потенціалами при малому перекритті полюсів. Показана висока нерівномірність індукції в полюсах і її максимальні значення.

Y. KOVALYOV<sup>1</sup>, P. ZAKHARTCHENKO<sup>2</sup>,  
L. VASILYEV<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Donetsk National Technical University

<sup>2</sup> Pervomaysk Electromechanical Factory named after  
K. Marx

**Defining the Magnetic Field in the Tooth Area of a Converter-Fed Motor on the Basis of Scalar Magnetic Potentials.** Distribution of magnetic induction in stator and rotor poles and slots of switched reluctance motor is determined on the basis of modeling with scalar magnetic potentials of vortical magnetic field at small overlapping of poles. High non-uniformity of induction in poles and its maximal values are shown.