

СИНТЕЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ПОЗИЦИОННОЙ РЕЛЕЙНОЙ СУЭП С АПЕРИОДИЧЕСКИМ ВХОЖДЕНИЕМ В СКОЛЬЗЯЩИЙ РЕЖИМ

Дерец А.Л.

Днепродзержинский государственный технический университет

Введение. К современным позиционным электроприводам, как правило, предъявляется требование оптимальности по быстродействию. Вместе с тем, обязательным для позиционных СУЭП является неколебательный характер переходного процесса, поскольку перерегулирование в позиционных электроприводах приводит к раскрытию люфтов в кинематических цепях механизма, что вызывает его ускоренный износ и повышенные затраты энергии. Кроме того, перерегулирование по положению зачастую недопустимо из технологических соображений. Одновременное выполнение названных требований возможно при применении в позиционных СУЭП законов разрывного управления. Структурным свойством релейных систем является максимально возможное при заданных ограничениях координат ЭП быстродействие. Реализацию этого свойства в системах подчиненного регулирования обеспечивает метод N-и переключений [1]. Он позволяет синтезировать систему N-го порядка, в которой каждый i-й (считая от входа) контур совершает при вхождении в скользящий режим N-и согласованных переключений, воспроизводя оптимальную траекторию, прогнозируемую по заданным уровням ограничений.

Постановка задачи. Для позиционного электропривода, динамика которого описывается системой дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} p\varphi = \omega; \quad p\omega = \varepsilon = \frac{k_p \cdot c}{J} \cdot (i - i_c) \\ p\varepsilon = a = \frac{k_p \cdot c}{J} \cdot \frac{u - R \cdot i - c \cdot \omega}{L} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

метод N-и переключений приводит к построению каскадно-подчиненной системы регуляторов, реализующей алгоритмы управления:

$$\left. \begin{aligned} u_{pn} = \omega^* = \omega_{\max} \cdot \text{sign}(\varphi^* - \varphi - K_{\varphi\omega} \cdot \omega - K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{pc} = \varepsilon^* = \varepsilon_{\max} \cdot \text{sign}(\omega^* - \omega - K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon) \\ u_{py} = u^* = u_{\max} \cdot \text{sign}(\varepsilon^* - \varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\varphi, \omega, \varepsilon, a$ - соответственно угловые положение, скорость, ускорение и рывок исполнительного вала, u - напряжение преобразователя; символом * отмечены заданные значения соответствующих переменных, как входное, так и формируемые регуляторами для подчиненных им контуров; $k_p, R, L, J, c = k\Phi$ - параметры электропривода; индексами «max» отмечены уровни ограничения координат состояния.

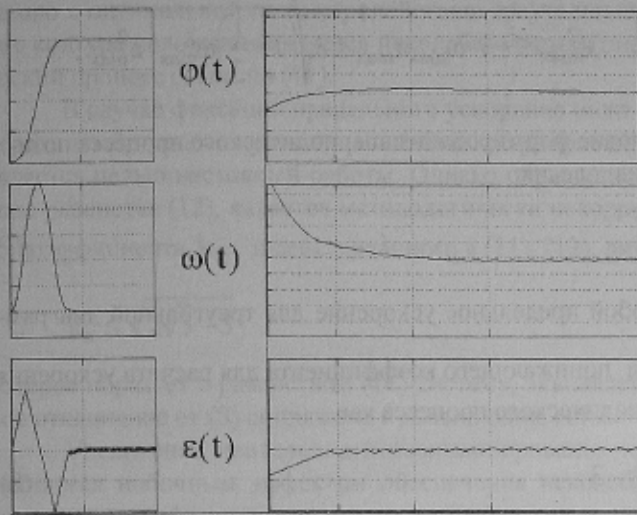
Данный метод синтеза был модифицирован в серии работ [2-6]. В [2] были получены аналитические выражения для коэффициентов обратных связей оптимальной по быстродействию системы подчиненного регулирования положения:

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot \varepsilon_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{\max}}{4 \cdot a_{\max}} + \frac{\varepsilon_{\max}^2}{12 \cdot a_{\max}^2} \quad (3)$$

В [3-6] были найдены выражения для зависимостей уровней ограничения $\omega_{\max}, \varepsilon_{\max}, a_{\max}$ от величины перемещения φ^* для траекторий разных форм, которые обеспечивают при подстановке в (3) предельно-апериодическое позиционирование в режимах больших, малых и средних перемещений.

Установление однозначных зависимостей (3) уровней ограничений и параметров системы управления позволило выполнить аналитическую оценку устойчивости контура положения, синтезированного из условия оптимальности по быстродействию [5]. При настройке на режим малых перемещений (рисунок 1,а) характеристическое уравнение

$$K_{\varphi\varepsilon} \cdot p^2 + K_{\varphi\omega} \cdot p + 1 = 0, \quad (4)$$



а) весь процесс б) скользящий режим (развернуто)
Рисунок 1 – Малое перемещение с треугольной диаграммой ускорения

метода N-и переключений, которое позволит придать аperiодический характер скользящему режиму оптимальной по быстродействию позиционной СУЭП.

Материалы исследования. Траектория оптимального по быстродействию переходного процесса всецело определяется соотношениями уровней ограничения ω_{\max} , ϵ_{\max} , a_{\max} и величины перемещения ϕ^* . Эти величины являются исходными данными для метода N-и переключений, а результат синтеза представляет собой коэффициенты обратных связей системы (2) как функции максимальных для данной траектории значений канонических координат. Следовательно, поставленная задача может быть решена путём коррекции отдельных уровней ограничения, выполняемой исходя из желаемого вида корней характеристического уравнения и величины заданного перемещения.

Условие неколебательного скользящего движения системы с характеристическим уравнением (4) является неравенство

$$K_{\phi\omega}^2 \geq 4 \cdot K_{\phi\epsilon},$$

которое с учетом (3) принимает вид

$$\left(\frac{\omega_{\max}}{2 \cdot \epsilon_{\max}} + \frac{\epsilon_{\max}}{2 \cdot a_{\max}} \right)^2 \geq 4 \cdot \left(\frac{\omega_{\max}}{4 \cdot a_{\max}} + \frac{\epsilon_{\max}^2}{12 \cdot a_{\max}^2} \right). \quad (5)$$

Данное неравенство выражает дополнительную взаимосвязь уровней ограничения. Как было показано в [3], необходимым условием осуществимости перемещения с треугольной диаграммой ускорения (рисунок 2) является наложение дополнительного ограничения на ускорение согласно неравенству $\epsilon_{\max} \leq \sqrt{\omega_{\max} a_{\max}}$. В данной задаче выразим ϵ_{\max} из (5), для чего выполним ряд упрощений

$$\frac{\omega_{\max}^2}{4 \cdot \epsilon_{\max}^2} + \frac{\epsilon_{\max}^2}{4 \cdot a_{\max}^2} + \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot a_{\max}} \geq \frac{\omega_{\max}}{a_{\max}} + \frac{\epsilon_{\max}^2}{3 \cdot a_{\max}^2}, \quad \frac{\omega_{\max}^2}{4 \cdot \epsilon_{\max}^2} - \frac{\epsilon_{\max}^2}{12 \cdot a_{\max}^2} - \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot a_{\max}} \geq 0,$$

получив в результате биквадратное неравенство с неизвестным ϵ_{\max} :

$$\frac{\epsilon_{\max}^4}{3 \cdot a_{\max}^2} + 2 \cdot \frac{\omega_{\max}}{a_{\max}} \cdot \epsilon_{\max}^2 - \omega_{\max}^2 \leq 0. \quad (6)$$

Решим неравенство (6)

полученное из условия переключения регулятора положения системы (2)

$$\Delta\phi + K_{\phi\omega} \cdot \omega + K_{\phi\epsilon} \cdot \epsilon = 0,$$

имеет корни вида

$$P_{1,2} = -\frac{3}{2 \cdot T_{sa}} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot T_{sa}},$$

где T_{sa} - длительность стабилизации рывка на расчетной траектории (рисунок 2). Комплексно-сопряженный характер корней свидетельствует о колебательности скользящего движения системы в окрестности точки равновесия (рисунок 1,б). Данное обстоятельство отрицательно сказывается на устойчивости привода в связи с наличием в реальной электромеханической системе нелинейностей типа «сухое трение» и/или «люфт». Задача настоящей работы состоит в усовершенствовании

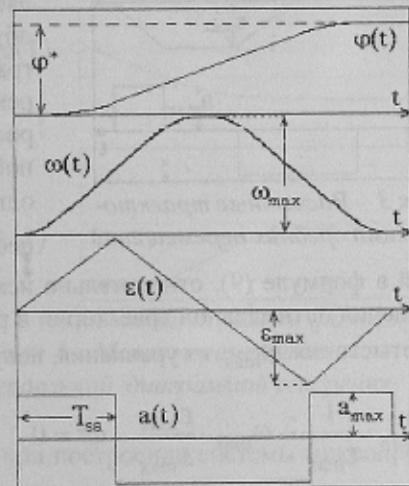


Рисунок 2 – Расчетные траектории режима малых перемещений

$$\varepsilon_{\max}^2 \leq \left(-2 \cdot \frac{\omega_{\max}}{a_{\max}} \pm \sqrt{\frac{4 \cdot \omega_{\max}^2}{a_{\max}^2} + \frac{4 \cdot \omega_{\max}^2}{3 \cdot a_{\max}^2}} \right) \cdot \frac{3 \cdot a_{\max}^2}{2}, \quad \varepsilon_{\max}^2 \leq -3 \cdot \omega_{\max} a_{\max} \pm 3 \sqrt{\left(1 + \frac{1}{3}\right) \omega_{\max}^2 \cdot a_{\max}^2}$$

и, исключив из рассмотрения мнимые корни, получим условие формирования аperiodического процесса позиционной системы при малых отклонениях от положения равновесия:

$$\varepsilon_{\max} \leq \sqrt{2\sqrt{3}-3} \cdot \sqrt{\omega_{\max} \cdot a_{\max}} \quad (7)$$

Поскольку величина $\varepsilon_{\max} = \sqrt{\omega_{\max} \cdot a_{\max}}$ представляет собой предельное ускорение для треугольной диаграммы согласно [3], то множитель $\sqrt{2\sqrt{3}-3} < 1$ имеет смысл понижающего коэффициента для расчета ускорения аperiodического процесса. Обозначим коэффициент аperiodического процесса как

$$k_a = \sqrt{2\sqrt{3}-3} \quad (8)$$

С учетом (8) неравенство (7) примет вид:

$$\varepsilon_{\max} \leq k_a \cdot \sqrt{\omega_{\max} \cdot a_{\max}} \quad (9)$$

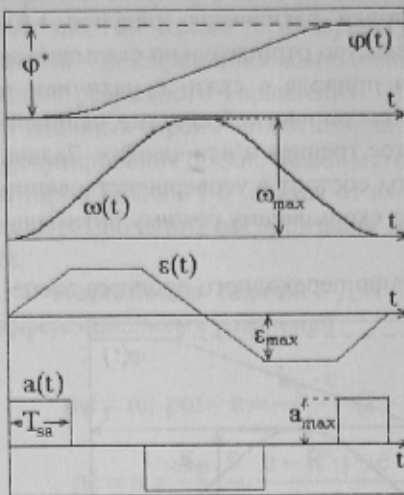


Рисунок 3 – Расчетные траектории режима средних перемещений

Однако задача формирования аperiodической траектории не исчерпывается понижением быстродействия согласно (9). Заниженное ускорение при сохранении уровней ограничений рывка и скорости является причиной увеличения длительности динамических режимов, что обуславливает отработку малых перемещений с трапецидальной диаграммой ускорения (рисунок 3), характерной для режима средних перемещений [6]. Однако, такой диаграмме при равных предельных скоростях соответствует большая величина перемещения, чем треугольной (рисунок 2). Совершенно очевидно, что для позиционирования на одну и ту же величину φ^* в более продолжительном переходном процессе необходимо понизить уровень ограничения скорости ω_{\max} , уча-

ствующий в формуле (9), относительно исходного значения, определяемого в [5]. Следовательно, по причине видоизменения оптимальной траектории в результате коррекции, выполняемой согласно (9), возникает необходимость отыскания ω_{\max} из уравнения, полученного в [6] для режима средних перемещений (рисунок 3):

$$\omega_{\max}^2 \cdot \frac{1}{\varepsilon_{\max}} + \omega_{\max} \cdot \frac{\varepsilon_{\max}}{a_{\max}} - \varphi^* = 0 \quad (10)$$

Зафиксируем уровень ограничения ускорения на максимальном значении из диапазона, определяемого условием (9), что в наибольшей степени соответствует задаче оптимизации по быстродействию:

$$\varepsilon_{\max} = k_a \cdot \sqrt{\omega_{\max} \cdot a_{\max}} \quad (11)$$

Решим совместно (10) и (11) относительно ω_{\max} :

$$\omega_{\max}^2 \cdot \frac{1}{k_a \cdot \sqrt{\omega_{\max} \cdot a_{\max}}} + \omega_{\max} \cdot \frac{k_a \cdot \sqrt{\omega_{\max} \cdot a_{\max}}}{a_{\max}} - |\varphi^*| = 0,$$

$$\omega_{\max}^{1,5} \cdot \frac{1}{k_a \cdot \sqrt{a_{\max}}} + \omega_{\max}^{1,5} \cdot \frac{k_a \cdot \sqrt{a_{\max}}}{a_{\max}} - |\varphi^*| = 0, \quad \omega_{\max}^{1,5} \cdot \frac{1}{\sqrt{a_{\max}}} \cdot \left(\frac{1}{k_a} + k_a \right) - |\varphi^*| = 0,$$

$$\omega_{\max} = 1,5 \sqrt{|\varphi^*| \cdot \sqrt{a_{\max}} \cdot \frac{k_a}{k_a^2 + 1}} \quad (12)$$

Уровни ограничения скорости и ускорения, рассчитанные по выражениям (12), (11) как функции скачка задающего воздействия при неизменном максимальном рывке позволяют настроить релейную систему подчиненного регулирования положения на отработку малого перемещения по трапецидальной диаграмме ускорения. Увеличение длительности позиционирования при такой настройке (рисунок 4,а) не превышает 8% по срав-

нению с оптимальной по быстродействию треугольной диаграммой (рисунок 1,а). При этом скользящее движение контура положения является неколебательным (рисунок 4,б) в полном соответствии с настройкой на критический процесс согласно (11).

В случае фиксации предельного ускорения ниже максимального уровня, определяемого неравенством (9), переходный процесс при малых ошибках регулирования гарантированно примет аperiodический характер, что является целью настоящей работы. Однако обращение к неравенству (9), использованному в виде (11) при выводе равенства (12), является методологически некорректным. Следует при определении значения понижающего коэффициента k_a , задействованного в (11), (12), вместо равенства (8) руководствоваться неравенством

$$k_a \leq \sqrt{2\sqrt{3}-3}, \quad (13)$$

которое образует с равенством (11) систему, эквивалентную (9). Необходимо, однако, помнить, что существенное отклонение от (8) сопряжено с дальнейшим снижением быстродействия.

Увеличение длительности позиционирования при больших отклонениях от положения равновесия, являющееся побочным эффектом обеспечения неколебательного скользящего движения, не позволяет считать систему с модифицированными настройками строго оптимальной по быстродействию. Однако, предотвращение колебательных движений при малых ошибках регулирования положительно сказывается на общей длительности позиционирования. Кроме того, длительность малых перемещений в абсолютном выражении сравнительно невелика, что делает предложенную модификацию вполне приемлемой практически.

Выводы. Предложенный в данной работе способ формирования переходной траектории и аналитического определения максимальных скорости и ускорения как функций заданного скачка перемещения основан на математическом аппарате метода N-и переключений. Модификация найденных в [5] уровней ограничения релейной системы подчиненного регулирования положения согласно (13), (12), (11) с последующим расчетом коэффициентов обратных связей по формулам (3) обеспечивает предельно-аperiodический характер процесса обработки малого перемещения. Данный алгоритм расчета может быть применен совместно с методом N-и переключений при построении системы микропроцессорного управления позиционным электроприводом.

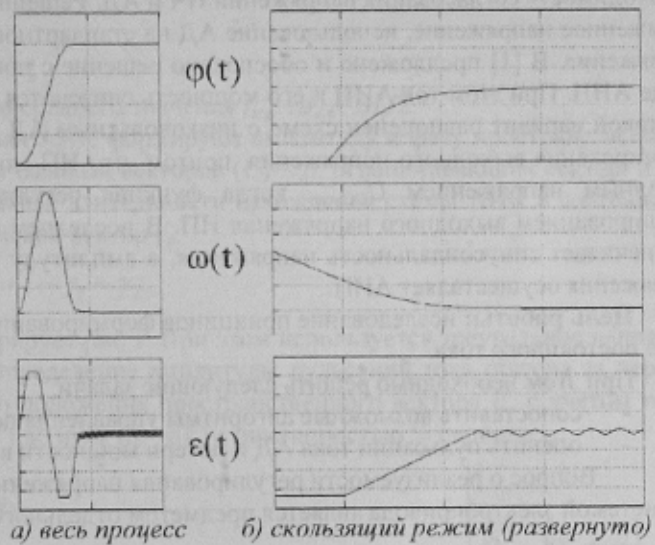


Рисунок 4 – Малое перемещение с трапецидальной диаграммой ускорения

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию релейных систем подчиненного регулирования методом N-и переключений. Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод», "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". – Харьков, 2004, №43. – с.53 - 56.
2. Садовой А.В., Дерез А.Л. Параметрический синтез позиционных релейных систем подчиненного регулирования методом N-и переключений. Вестник НТУ ХПИ. Серия «Электротехника, электроника, электропривод», "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". – Харьков, 2005, №45. – с.71 - 73.
3. Садовой А.В., Дерез А.Л. Рациональное ограничение ускорения электроприводов, синтезируемых методом N-и переключений. Вестник КППУ. Выпуск 3/2006 (38). – Кременчуг 2006. – с.21-22.
4. Садовой А.В., Дерез А.Л. Ограничение рывка в системе управляемый преобразователь-двигатель при оптимизации по быстродействию. – Межведомственный научно-технический сборник «Электромашиностроение и электрооборудование». Тематический выпуск "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика", – Киев, Техника, 2006. – с.64-65.
5. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию методом N-и переключений режимов малых перемещений позиционного электропривода. – Вестник КППУ. Выпуск 3/2007 (44). – Кременчуг 2007. – с.15-17.
6. Садовой А.В., Дерез А.Л. Оптимизация по быстродействию режимов средних перемещений позиционных релейных СУЭП методом N-и переключений. Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета (технические науки). Тематический выпуск "Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика". – Днепродзержинск: ДНТУ, 2007. – с.420-422.