

# СИНТЕЗ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЗИЦИОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ С КВАДРАТИЧНОЙ ГИПЕРПЛОСКОСТЬЮ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

Волянский Р.С., Садовой А.В.

Днепродзержинский государственный технический университет

Тищенко Н.Т.

Научно-инновационное предприятие «Дія»

sadovoy@dstu.dp.ua

**Введение.** В настоящее время теория систем оптимального управления наиболее полно разработана для линейных или линеаризованных объектов управления, для которых оптимальные управления определяются в классах непрерывных

$$u_y = -\text{sat} \left( \sum_{i=1}^n v_{in} \eta_i \right) \quad (1)$$

или разрывных

$$u_y = -\text{sign} \left( \sum_{i=1}^n v_{in} \eta_i \right) \quad (2)$$

функций, представляющих собой линейные комбинации от переменных состояния возмущенного движения. Весовые коэффициенты  $v_{in}$  аддитивных форм (1) и (2) являются коэффициентами функций Ляпунова

$$V = \sum_{i=1}^n v_{ij} \eta_i \eta_j, \quad (3)$$

которые определяются через параметры объекта управления [1].

Такой подход позволяет гарантировать асимптотическую устойчивость замкнутой системы управления и обеспечить рассеяние накопленной на траекториях возмущенного движения избыточной энергии в соответствии с экспоненциальными законами. Однако, для обеспечения указанного характера протекания переходных процессов системы управления оказываются значительно задемпфированными и имеют большое время реакции на внешние воздействия.

**Постановка задачи исследования.** Вследствие изложенного выше, возникает необходимость в поиске новых подходов к синтезу оптимальных систем с целью улучшения их динамических характеристик за счет введения в алгоритмы управления (1) и (2) нелинейных комбинаций координат возмущенного движения.

**Материалы исследования.** Для динамического объекта

$$\begin{aligned} p\eta_1 &= a_1\eta_2; \\ p\eta_2 &= -a_2\eta_2 + M_2u_y, \end{aligned} \quad (4)$$

функции Ляпунова, выбранной в классе биквадратных форм вида

$$V = v'_{11}\eta_1^2 + 2v'_{12}\eta_1\eta_2 + v'_{22}\eta_2^2 + v''_{11}\eta_1^4 + v''_{22}\eta_2^4 \quad (5)$$

и цели управления, заданной обобщенным функционалом качества

$$I = \int_0^{\infty} \left( (w_{12}\eta_1 + w_{22}\eta_2)^2 + cu_y^2 \right) dt, \quad (6)$$

оптимальное управление может быть найдено путем дифференцирования основного функционального уравнения Беллмана

$$(w_{12}\eta_1 + w_{22}\eta_2)^2 + cu_y^2 + \frac{\partial V}{\partial \eta_1} p\eta_1 + \frac{\partial V}{\partial \eta_2} p\eta_2 = 0. \quad (7)$$

по управляющему воздействию  $u_y$ .

Для того чтобы определить это воздействие, подставим в (7) значения частных производных функции Ляпунова (5) и производных координат возмущенного движения (4) и получим следующее уравнение Беллмана

$$\begin{aligned} (w_{12}\eta_1 + w_{22}\eta_2)^2 + cu_y^2 + (2v'_{11}\eta_1 + 2v'_{12}\eta_2 + 4v''_{11}\eta_1^3) a_1\eta_2 + \\ + (2v'_{12}\eta_1 + 2v'_{22}\eta_2 + 4v''_{22}\eta_2^3) (-a_2\eta_2 + M_2u_y) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда искомое управляющее воздействие будет

$$u_y = -\text{sat} \left[ \frac{M_2}{c} (\dot{v}_{12} \eta_1 + \dot{v}_{22} \eta_2 + 2\dot{v}_{22} \eta_2^3) \right]. \quad (9)$$

Разрывное управление может быть получено путем предельного перехода

$$\lim_{c \rightarrow 0} \text{sat} \left[ \frac{M_2}{c} (\dot{v}_{12} \eta_1 + \dot{v}_{22} \eta_2 + 2\dot{v}_{22} \eta_2^3) \right] = \text{sign} \left[ M_2 (\dot{v}_{12} \eta_1 + \dot{v}_{22} \eta_2 + 2\dot{v}_{22} \eta_2^3) \right], \quad (10)$$

т.е.

$$u_y = -\text{sign} \left[ M_2 (\dot{v}_{12} \eta_1 + \dot{v}_{22} \eta_2 + 2\dot{v}_{22} \eta_2^3) \right]. \quad (11)$$

Т.о., если в качестве функции Ляпунова принята функция вида (5), то в отличие от известных решений [1] в структуру системы управления добавляется еще один канал стабилизирующей нелинейной обратной связи, который выделен жирным на структурной схеме релейной системы управления объектом (4) с нелинейной гиперплоскостью переключения (рис.1). В случае увеличения порядка функции Ляпунова, увеличивается число слагаемых в производной  $\frac{\partial V}{\partial \eta_2}$ , а значит и увеличивается количество таких каналов.

На схеме приняты следующие обозначения

$$K_1 = \frac{M_2}{a_2}; \quad T_1 = \frac{1}{a_2}; \quad K_2 = a_1. \quad (12)$$

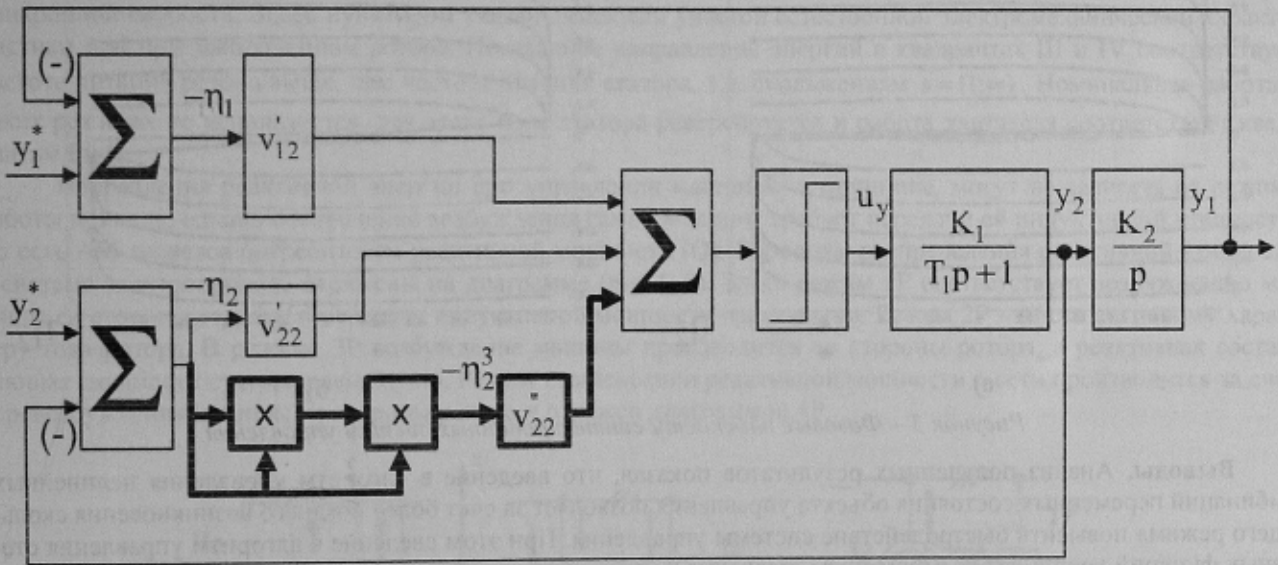


Рисунок 1 – Структурная схема системы управления с нелинейной гиперплоскостью переключения

Очевидно, что система уравнений (4) описывает динамику позиционного электропривода с безынерционным каналом формирования электромагнитного момента

$$p\varphi = K_{\pi} \omega,$$

$$p\omega = -\frac{1}{T_M} \omega + \frac{K_d}{T_M} u_y, \quad (13)$$

тогда, приняв  $K_{\pi} = 1$ ,  $T_M = 0.1c$  и двукратный запас по управлению  $u_{y\max} = 2$ , исследуем динамику синтезированной системы управления.

Графики переходных процессов в системе управления объектом (4), реализующей алгоритм (11), показаны на рис.2 (кривые 1), для сравнения там же показаны переходные процессы в системе управления, реализующей алгоритм (2) (кривые 2).

Как следует из анализа полученных результатов, за счет наличия в алгоритме управления нелинейных составляющих удается обеспечить более позднее вхождение системы управления в скользящий режим и тем самым повысить ее быстродействие.

Покажем теперь, что синтезированная система управления является асимптотически устойчивой при любых изменениях ее координат. Соответствующая фазовая плоскость показана на рис.3а, для сравнения на рис.3б показана фазовая плоскость для системы управления с алгоритмом (2).

Т.к. фазовые плоскости не содержат предельных циклов, то синтезированные системы управления асимптотически устойчивы.

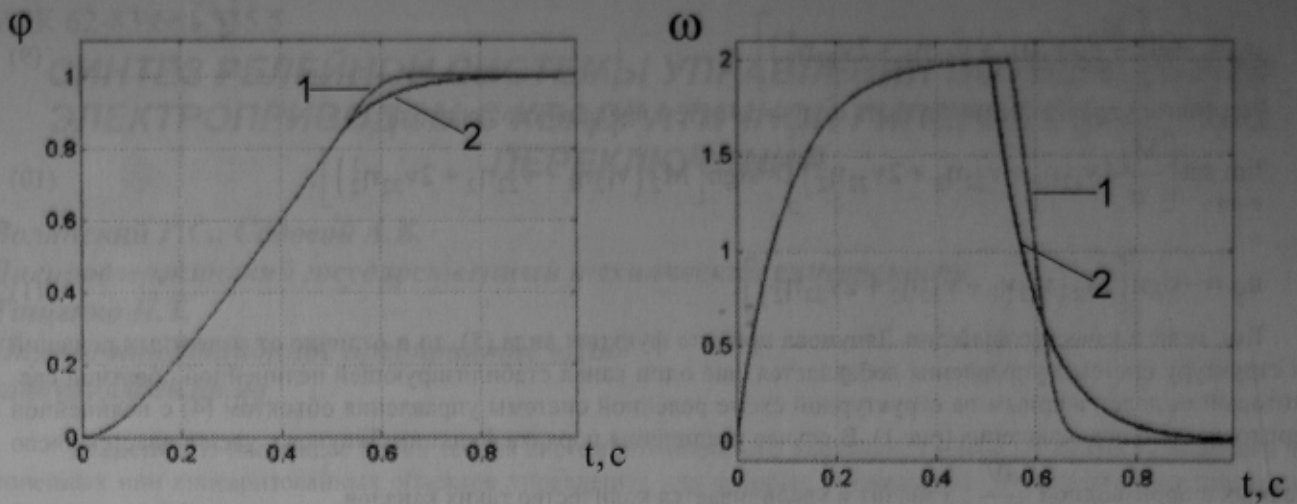


Рисунок 2 – Переходные процессы в синтезированных системах управления

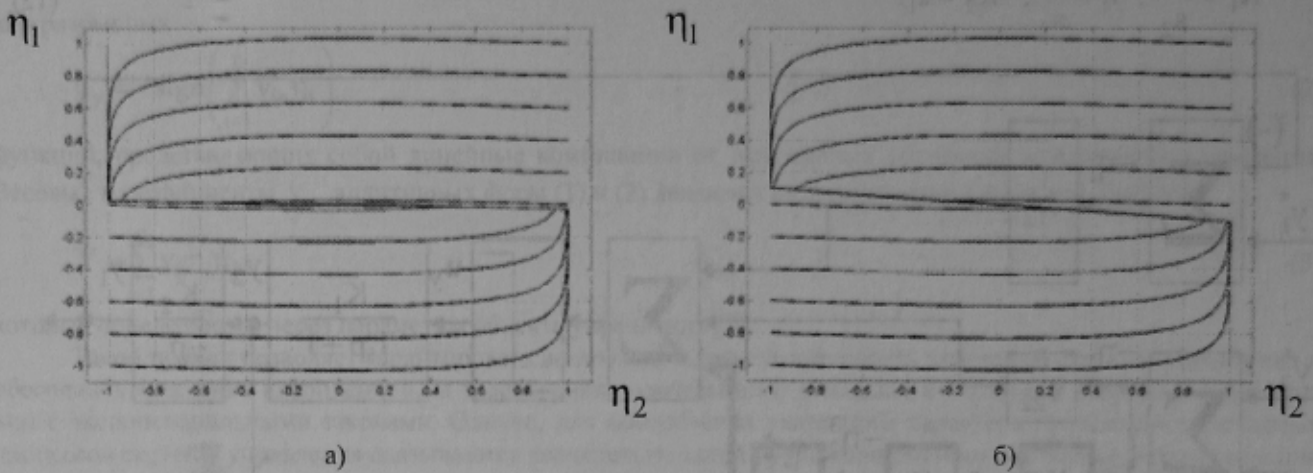


Рисунок 3 – Фазовые плоскости синтезированных систем управления

**Выводы.** Анализ полученных результатов показал, что введение в алгоритм управления нелинейных комбинаций переменных состояния объекта управления позволяет за счет более позднего возникновения скользящего режима повысить быстродействие системы управления. При этом введение в алгоритм управления степенных функций координат возмущенного движения не приводит к возникновению в системе автоколебаний и срыву скользящего режима. В тоже время техническая реализация таких систем не намного сложнее известных разрывных систем оптимального управления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. - К.: ИСИМО, 1996. – 298с.
2. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. – М.: Наука, 1981. – 256с.