

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОННОЇ ТЕХНІКИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт з дисципліни
«ЕЛЕКТРОННІ СИСТЕМИ»
для студентів напрямку підготовки
6.050802 Електронні пристрої і системи

РОЗГЛЯНУТО
на засіданні кафедри
електронної техніки
протокол № _ від ____ .04.11 р.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні навчально-
видавничої ради
ДВНЗ «ДонНТУ»
протокол № _ від _____ 2011 р.

ДОНЕЦЬК – 2011

УДК 621.391.1

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Електронні системи» для студентів напрямку підготовки: 6.050802 «Електронні пристрої і системи») / М.Г. Хламов – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – 41с.

В методичних вказівках наведено завдання до лабораторних робіт з дисципліни «Електронні системи», а також методичні вказівки до їх виконання.

Укладач:

к.т.н., проф.

Хламов М.Г.

Рецензент

к.т.н., доц.

Фонотов А.М.

ЗМІСТ

	Стор.
Лабораторна робота 1. Моделювання кореляційних функцій детермінованих сигналів	4
Лабораторна робота 2. Дослідження амплітудно-модульованих сигналів.....	7
Лабораторна робота 3. Дослідження процесів демодуляції АМ-сигналів.....	14
Лабораторна робота 4. Дослідження процесів дискретизації інформаційних сигналів.....	23
Лабораторна робота 5. Дослідження інформаційних характеристик безперервних повідомлень	35

Лабораторна робота 1.
 Моделювання кореляційних функцій
 детермінованих сигналів.

У техніці зв'язку часто доводиться відрізнити один сигнал від іншого або, навпаки, з'ясувати ступінь схожості між ними. Кількісною мірою ступеня схожості двох сигналів, ступеню зв'язку між ними є кореляційна функція.

Хай маємо дві функції часу $x(t)$ і $y(t)$, задані на нескінченному інтервалі часу. Кількісною мірою схожості даних функцій може служити середньоквадратичне відхилення $y(t)$ від $x(t)$:

$$\overline{[x(t) - y(t)]^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - y(t)]^2 \cdot dt. \quad (1.1)$$

Чим менша величина виразу (1.1), тим сильніше зв'язок функцій $x(t)$ і $y(t)$. Очевидно, що зв'язок (кореляційна) функцій $x(t)$ і $y(t)$ залежить від взаємного зсуву функцій на тимчасовій осі. Тому в (1.1) вводять змінну затримки τ :

$$\overline{[x(t) - y(t + \tau)]^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - y(t + \tau)]^2 \cdot dt, \quad (1.2)$$

де τ - зсув $y(t)$ щодо $x(t)$. Перетворюваний (1.2):

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - y(t + \tau)]^2 dt &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt + \\ + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y^2(t + \tau) dt &- 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt = \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 - 2b_{XY}(\tau),$$

$$b_{XY}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt,$$

де \tilde{x}^2, \tilde{y}^2 – середні потужності сигналів $x(t)$ і $y(t)$ і нічого не говорять про зв'язок між ними. Цей зв'язок характеризується в $b_{xy}(\tau)$, яка називається тимчасовою кореляційною функцією.

Окрім взаємної кореляційної функції, розрізняють ще і тимчасову автокореляційну функцію:

$$b_{XX}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt. \quad (1.4)$$

Ця функція характеризує зв'язок між $x(t)$ і зміщеної τ цією ж функцією. Тимчасова автокореляційна функція характеризує швидкість зміни функції $x(t)$.

Реальні сигнали мають кінцеву тривалість, тому формули (1.3) і (1.4) замінюють наближеними залежностями:

$$\begin{aligned} b_{XY}(\tau) &\approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt, \\ b_{XX}(\tau) &\approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt. \end{aligned} \quad (1.5)$$

При побудові кореляційної функції на ЕОМ сигнали замінюються масивами чисел кінцевої довжини, а залежності (1.5) - реалізуються програмними засобами. Результати розрахунків (кореляційні функції) виходять в дискретній формі.

Порядок виконання роботи

- 1) Записати формулу для визначення кореляційної функції по масивах чисел в дискретній формі.
- 2) Скласти алгоритм і програму для визначення кореляційної функції на ЕОМ.
- 3) Одержати масив чисел у викладача і виконати рішення задачі на ЕОМ.

Зміст звіту

- 1) Мета роботи.
- 2) Кореляційна функція; властивості процесів, що описуються кореляційною функцією; властивості кореляційної функції.
- 3) Початкові дані лабораторної роботи.
- 4) Результати розрахунків кореляційної функції. Лістинг програми включається в звіт по лабораторній роботі як додаток.
- 5) Аналіз отриманих результатів.
- 6) Висновки по роботі.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Які властивості процесів описуються кореляційною функцією?
2. Які властивості процесів описуються періодом кореляції?
3. Як визначається період кореляції процесу?
4. Чому кореляційна функція, побудована по реалізації процесу кінцевої довжини, при великих кореляціях відрізняється від теоретичних законів?
5. Як кореляційна функція випадкового стаціонарного процесу пов'язана з іншими статистичними характеристиками процесу?

Література

Кузьмін І.В., Кедрус В.А. Основи теорії інформації і кодування. -К.: ВШ, 1986.-с.56-60.

Лабораторна робота 2

Дослідження амплітудно-модульованих сигналів

Часто як інформаційний сигнал $x(t)$ використовують низькочастотний сигнал. При перетворенні сигналів такого типу виникають наступні труднощі:

-изменение масштабу $x(t)$ необхідно проводити за допомогою підсилювачів постійного струму, які мають істотний недолік - дрейф нуля. Підсумовуючись з сигналом $x(t)$, напруга дрейфу спотворює його, тобто приводить до часткових втрат інформації переносимої цим сигналом;

-передача безпосередньо низькочастотного сигналу $x(t)$ по каналах зв'язку або у край нерационально, або взагалі неможливо.

Такі труднощі не виникають, якщо вибрати певний фізичний сигнал, який зручно перетворювати і передавати по каналах зв'язку, і змінювати один з його параметрів пропорційно інформаційному сигналу $x(t)$. Як сигнали - носіїв звичайно використовують гармонійні сигнали високої частоти або полигармонические (наприклад, послідовність прямокутних імпульсів). Параметри процесу - носія, які можна зраджувати пропорційно інформаційному сигналу, називаються інформаційними параметрами.

Зміна параметра процесу - носія пропорційно інформаційному сигналу називається модуляцією.

Якщо як процес носія використовують моно гармонійний сигнал вигляду:

$$u(t) = U_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.1)$$

то інформаційними параметрами є: амплітуда U_0 частота ω_0 початкова фаза φ_0 . Відповідно до інформаційних параметрів можуть бути здійснені амплітудна, частотна і фазова модуляції.

При амплітудній модуляції (АМ) у сигналу – носія (2.1) пропорційно інформаційному сигналу $x(t)$ змінюється амплітуда. АМ – сигнал описується формулою:

$$u_x(t) = \left[U_0 + \Delta u(t) \right] \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.2)$$

де $\Delta u(t) = k \cdot x(t)$.

Якщо інформаційна функція теж моно гармонійна (див. рис.2.1) і має вигляд:

$$k \cdot x(t) = \Delta U_m \cos(\Omega \cdot t + \Phi), \quad (2.3)$$

то амплітудний - модульований сигнал (див. рис.2.3) описується таким чином:

$$u_x(t) = U_0 [1 + M \cos(\Omega \cdot t + \Phi)] \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0), \quad (2.4)$$

де $M = \Delta U_m / U_0$ -коэффициент амплитудной модуляции.

Щоб при модуляції не відбувалося втрат інформації, необхідно виконати дві умови:

$$\begin{cases} M \leq 1; \\ \omega_0 \gg \Omega .. \end{cases} \quad (2.5)$$

На практиці звичайно вимагають виконання цих умов у вигляді:

при $M=0$ функція $u_x(t)$ набуває вигляду немодульованого носія. При $M=1$ амплітуда функції $u_x(t)$ змінюється від 0 до $2U_0$.

Перетворимо аналітичний вираз сигналу $u_x(t)$:

$$\begin{aligned} u_x(t) &= U_0 \left[\cos(\omega_0 t + \varphi_0) + M \cos(\Omega \cdot t + \Phi) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \right] = \\ &= U_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) + \frac{MU_0}{2} \cos\left[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi\right] + \\ &\quad + \frac{U_0 M}{2} \cos\left[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi\right]. \end{aligned}$$

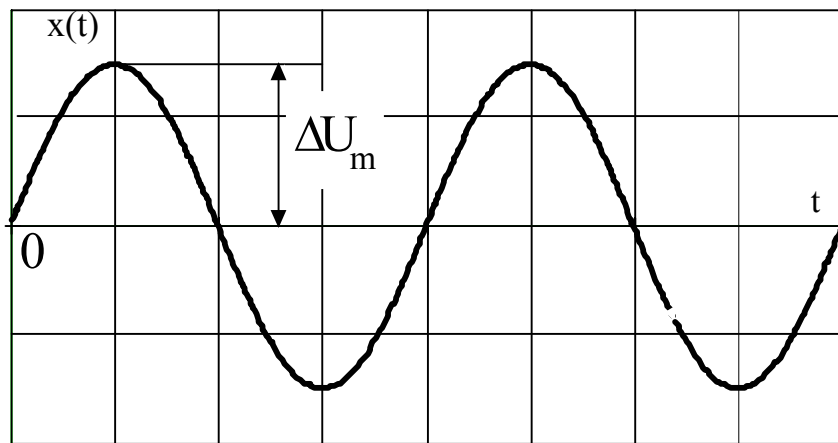


Рисунок 2.1 – Графік інформаційної функції

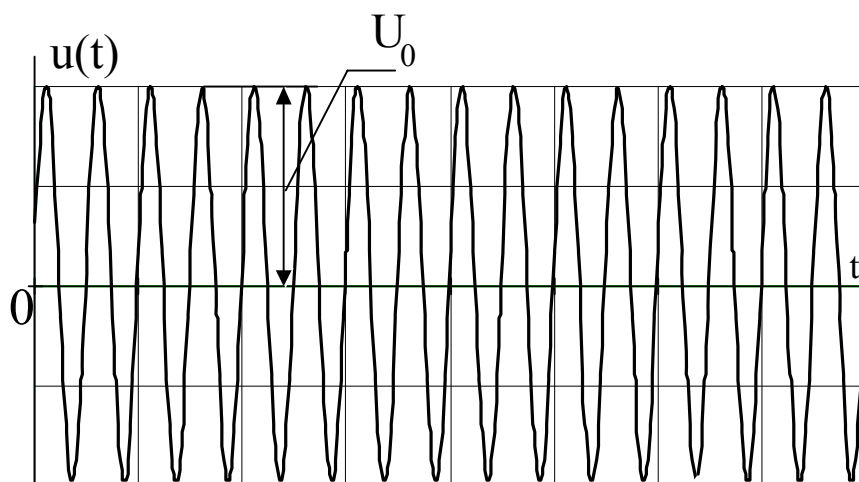


Рисунок 2.1 – Графік процесу-носія

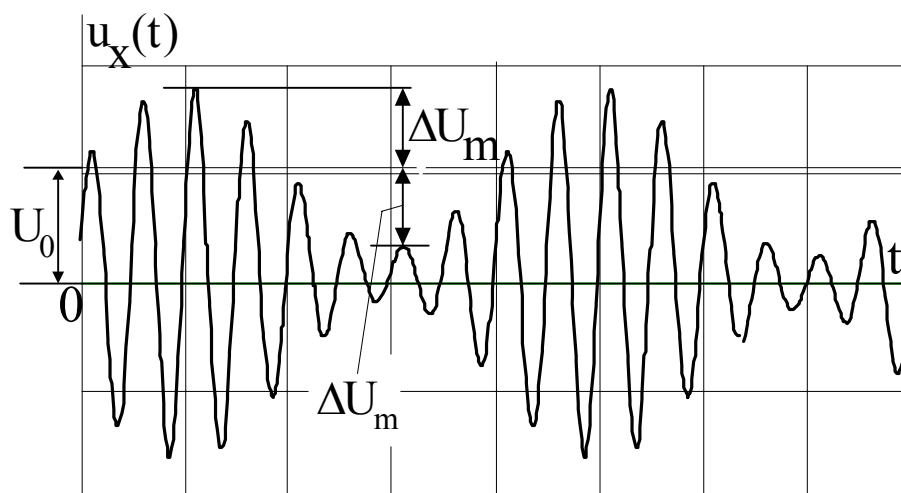


Рисунок 2.1 – Графік АМ-сигнала

Аналіз приведених формул приводить до висновку: амплітудно-модульований сигнал, при простій інформаційній функції - моногармонійному сигналі, містить три гармонійних складових з частотами

$\omega_0, \omega_0 + \Omega, \omega_0 - \Omega$. Частота ω_0 називається такою, що несе, або основний, а частоти $\omega_0 \pm \Omega$ - бічними частотами модульованого коливання. У

відповідності з приведеною, будується амплітудний спектр АМ-сигнала, вид якого приведений на рис. 2.4.

Розкладання складного АМ - сигналу у вигляді суми гармонійних складових дозволяє представити цей сигнал в частотній області амплітудним спектром, загальний вид якого приведений на мал. 2.5. Ширина спектру повного АМ - сигналу удвічі ширше за спектр інформаційної функції, тобто

$$\Delta \omega_{AM} = 2 \cdot \Omega.$$

Порівняння спектрів інформаційної функції (див. рис.2.4.a) і АМ - сигналу (див. рис. 2.4.б) приводить до висновку, що в результаті модуляції відбувається перенесення спектру інформаційної функції з області низьких частот в область високих частот.

При рішенні ряду завдань велику наочність можна одержати, використовуючи векторну діаграму АМ - сигналу, яка приведена на рис. 2.6. Кожна гармонійна складова тут зображається вектором, що обертається проти ходу годинникової стрілки. Результуючий вектор відповідає АМ - сигналу і визначається правилом підсумовування векторних величин. Положення векторів, приведені на рис. 2.6.a, показані в початковий момент часу $t=0$. Несуче коливання зображене вектором завдовжки U_0 розташованим під кутом φ_0 до горизонтальної осі і що обертається з кутовою швидкістю ω_0 . Проекція цього вектора на горизонтальну вісь у будь-який момент часу t рівна $U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, тобто рівна миттєвому значенню несучого коливання. Права бічна складова зображена вектором завдовжки $\frac{MU_0}{2}$ під кутом $\varphi_0 + \Phi$, що обертається з кутовою швидкістю $\omega_0 + \Omega$. Його проекція на горизонтальну вісь у момент t :

$$\frac{MU_0}{2} \cos\left[(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi\right].$$

Ліва бічна складова зображена вектором завдовжки $\frac{MU_0}{2}$ под углом $\varphi_0 + \Phi$, вращающимся с угловой скоростью $\omega_0 + \Omega$.

Якщо інформаційна функція - полигармонический сигнал, що описується формулою:

$$x(t) = \sum_{k=1}^N X_{mk} \cos(k\Omega \cdot t + \Phi_k), \quad (2.6)$$

то АМ - сигнал

$$u_x(t) = U_0 \left[1 + \sum_{k=1}^N M_k \cos(k\Omega \cdot t + \Phi_k) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.7)$$

де M_k – часткові або парціальні коефіцієнти амплітудної модуляції, що представляють відношення амплітуд гармонік інформаційного сигналу до амплітуди тієї, що несе.

АМ – сигнал теж полигармонический і уявлення його сумою гармонік приводить до висновку: у спектрі цього сигналу присутній що несе з частотою ω_0 і $2N$ бічних гармонік з частотами $\omega_{0k} \pm \Omega$ (див. рис.2.5). Відстань між парою сусідніх гармонік Ω , ширина спектру $\Delta\omega_{AM} = 2N\Omega$.

Структурна схема електронного пристрою амплітудної модуляції приведена на рис. 2.7. Процес - носій відтворюється генератором синусоїдальних коливань ГНЧ (генератор несучої частоти). Модулятор М виконаний по схемі виборчого підсилювача з паралельним виборчим контуром в колекторному ланцюзі. Модуляція здійснюється теж по колекторному ланцюгу підключенням сюди генератора інформаційного сигналу, як який використовується низькочастотний генератор звукових частот ЗГ. СУ, що погоджує підсилювач, використовується для узгодження з лінією зв'язку.

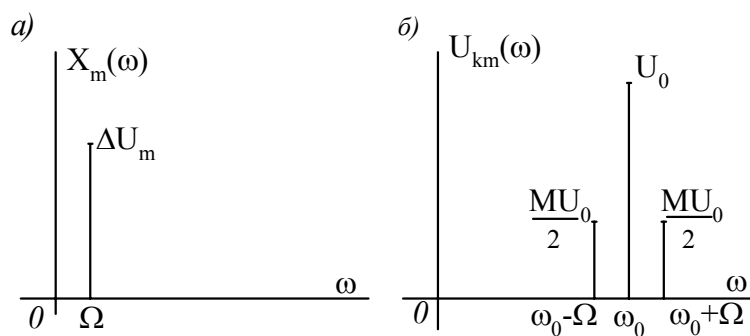


Рисунок 2.4 – Амплитудні спектри а) інформаційної функції, б) амплітудно-модульованного сигналу

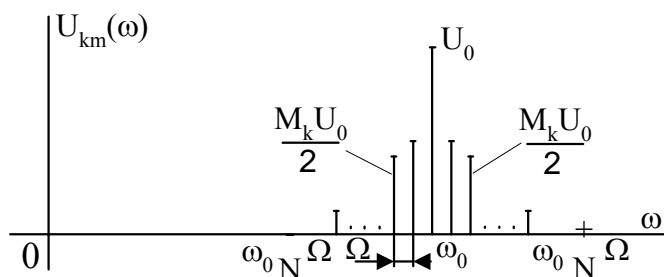


Рисунок 2.5 – Амплитудний спектр АМ-сигналу при Полігармонічній інформаційній функції

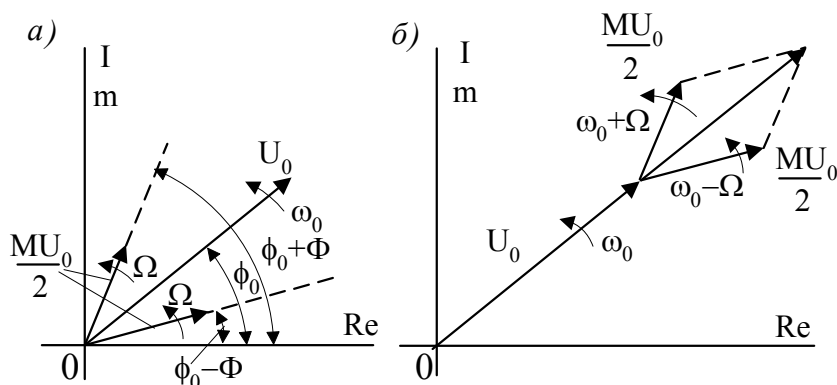


Рисунок 2.6 – Векторні діаграми а) складових АМ-сигналу та б) АМ-сигналу

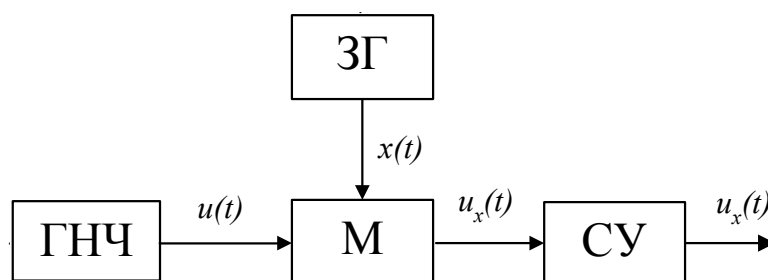


Рисунок 2.7 – Структурна схема лабораторного макету

Порядок виконання роботи

- 1) При відключеному ЗГ встановити частоту ГНЧ - ω_0 .
- 2) Визначити амплітуду процесу - носія U_0 , зняти осцилограму процесу - носія.
- 3) Підключити до макету ЗГ і зняти осцилограму інформаційної функції.
- 4) Використовуючи умови (2.5), визначити граничні значення параметрів інформаційної функції $\max[U_0.] \max[\Omega]$.
- 5) Зняти осцилограми інформаційної функції і АМ - сигналу для різних значень параметрів інформаційної функції: $U_0 = \{0.5 \max[U_0.], \max[U_0.], 1.2 \max[U_0.]\}$, $\Omega = \{0.25 \max[\Omega], \max[\Omega], 2.5 \max[\Omega]\}$.
- 6) Використовуючи зображення $ux(t)$ на екрані осцилографа, побудувати залежності

$$M=f_1(\Omega) \text{ при } \Delta U_m = \text{const}; \quad 0 < \Omega < 2.5 \max[\Omega],$$

$$M=f_2(\Delta U_m) \text{ при } \Omega = \text{const}; \quad 0 < M < 1.$$

Зміст звіту

- 1) Мета роботи.
- 2) Схема лабораторного макету.
- 3) Осцилограма і значення параметрів процесу - носія.
- 4) Розрахунок діапазонів зміни параметрів інформаційної функції.
- 5) Осцилограми інформаційної функції, процесу - носія, модульованого сигналу для $M = \{0.5; 1.0; 1.2\}$ і графіків їх амплітудних спектрів.
- 6) Графіки функцій $M=f_1(\Omega)$, $M=f_2(\Delta U_m)$.
- 7) Аналіз отриманих результатів.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Опишіть основні риси перетворення сигналів при амплітудній модуляції?
2. Вкажіть на функціональне призначення процесора– носія і інформаційної функції при амплітудній модуляції.
3. У чому полягають умови без спотвореної організації амплітудної модуляції?
4. Намалюйте амплітудний спектр АМ-СИГНАЛА. Покажіть які зміни в ньому відбуваються при зміні коефіцієнта амплітудної модуляції?
5. Вкажіть в спектрі АМ-СИГНАЛА складові спектру: що несе, бічні. Які з цих складових переносять інформацію?

Література

1. Темников Ф.Е., Афонін В.А., Дмитрієв В.І. Теоретичні основи інформаційної техніки. - М.: Енергія, 1979.-с. 236-238.
2. Заєдний А.М., Кушнір В.Ф., Ферсман Б.А. Теорія нелінійних електричних ланцюгів. -М.: Зв'язок, 1868. - 113-122.

Лабораторна робота 3

Дослідження процесів демодуляції АМ-сигналів

Над прийнятим з лінії зв'язку модульованим сигналом в цілях отримання інформації виробляється операція демодуляції. Характер перетворень модульованого сигналу демодулятором визначається видом модуляції сигналу. У лабораторній роботі розглядаються різні види демодуляції амплітудно-модульованих сигналів.

В цілях детального вивчення процесів демодуляції вони розбиті на дві фази (див. рис.3.1):

1) перетворення високочастотного амплітудно-модульованого сигналу $u_x(t)$ перетворювачем Π в сигнал $u_x^*(t)$, в спектрі якого містяться становлячі, відповідні спектру інформаційної функції;

2) сигналу $u_x^*(t)$, де k_{DM} - коефіцієнт пропорційності між

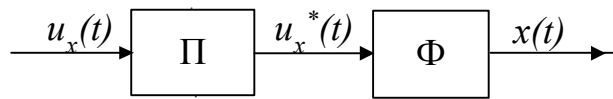


Рисунок 3.1 – Структурна схема демодулятора АМ-сигналов

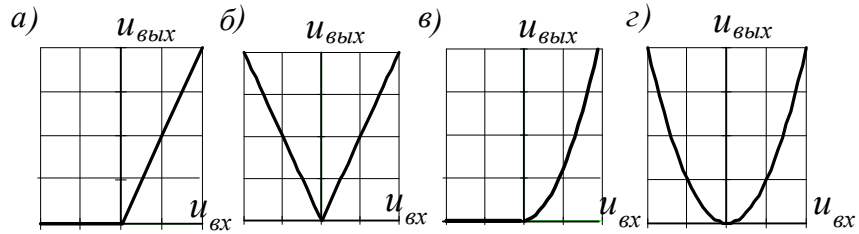


Рисунок 3.2 – Характеристики перетворювачів

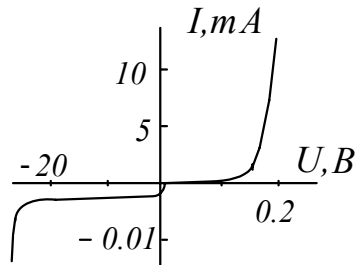


Рисунок 3.3 – Вольт-амперна характеристика малопотужного напівпровідникового діода

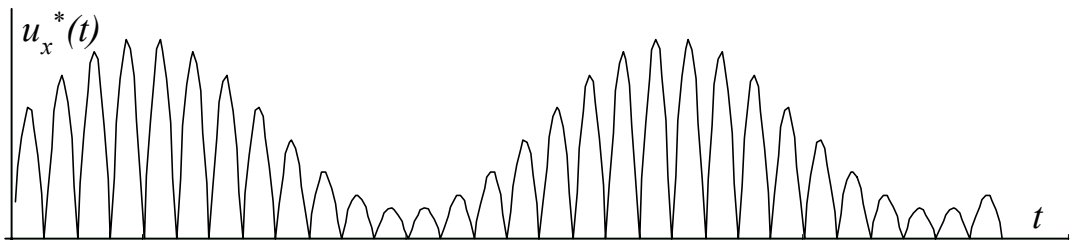


Рисунок 3.4 – Вихідний сигнал перетворювача (рис. 3.2 б)

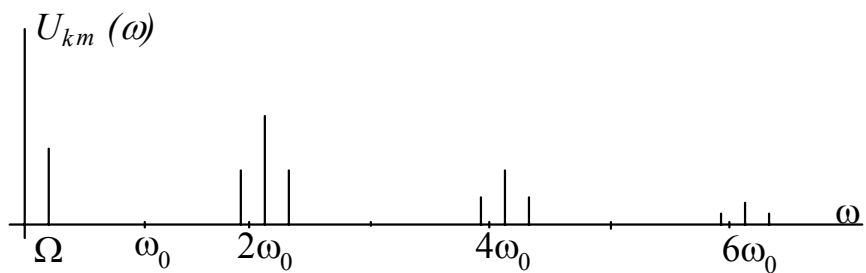


Рисунок 3.5 – Амплітудний спектр перетвореного сигналу (рис. 3.4)

вихідним інформаційним сигналом, що поступив з демодулятора, і інформаційним сигналом $x(t)$.

Як основну перетворюючу ланку перетворювач Π містить один або декілька безінерційних нелінійних елементів. Як нелінійні елементи можуть використовуватися напівпровідникові діоди або інші напівпровідникові прилади. На рис. 3.2 показані типові залежності $u_{в\text{ых}}(u_{в\text{х}})$ перетворювачів, побудованих на напівпровідникових нелінійних елементах. Перетворювачі, що володіють двома першими характеристиками, дозволяють здійснити лінійне детектування, двома останніми – квадратичне. Конструктивно лінійні і квадратичні перетворювачі можуть бути виконані по одній і тій же схемі. Відрізняються такі перетворювачі рівнями вхідних сигналів. Найбільше поширення набули діодні детектори. Як впливає з вольт-амперної характеристики малопотужного германієвого діода (см.рис. 3.3), при рівні вхідного сигналу $u_{в\text{х}} < 0.5 \text{ В}$ він може використовуватися як квадратичний перетворювач. Як показано в [1, с. 41-45], при рівні вхідного сигналу $u_{в\text{х}} > 1 \text{ В}$ такий перетворювач з деяким наближенням можна вважати лінійним. Наближення до лінійного перетворювача тим ближче, чим більше $u_{в\text{х}}$. Високоякісні лінійні перетворювачі з малими порогоми спрацьовування ($u_{в\text{х}} < 0.5 \text{ мВ}$), побудовані на інтегральних мікросхемах розглянуті в роботі [2, с. 183-188].

Перетворювачі з характеристиками, показаними на рис. 3.2, виконують перетворення вигляду:

$$u_{в\text{ых}}(t) = \begin{cases} k \cdot u_{в\text{х}}(t), & u_{в\text{х}} > 0; \\ 0, & u_{в\text{х}} \leq 0; \end{cases} \quad (3.1)$$

$$u_{в\text{ых}}(t) = k_n \cdot |u_{в\text{х}}(t)|; \quad (3.2)$$

$$u_{в\text{ых}}(t) = \begin{cases} k \cdot u_{в\text{х}}^2(t), & u_{в\text{х}} > 0; \\ 0, & u_{в\text{х}} \leq 0; \end{cases} \quad (3.3)$$

$$u_{в\text{ых}}(t) = k_n \cdot u_{в\text{х}}^2(t), \quad (3.4)$$

де k_n - коефіцієнт перетворення перетворювача.

Одержані математичні моделі перетворювачів (3.1) -(3.4) дозволяють встановити спектри перетворених сигналів, наприклад, АМ – сигнал при моно гармонійній інформаційній функції описується математичним виразом:

$$u_x(t) = U_0[1 + M \cos \Omega \cdot t] \sin \omega_0 t \quad (3.5)$$

Проходячи через перетворювач з характеристикою, показаною на рис.3.2.б і описуваною формулою (3.2), він набуває вигляд (рис. 3.4) і описується таким чином:

$$u_x^*(t) = U_0[1 + M \cos \Omega \cdot t] |\sin \omega_0 t|.$$

Розкладаючи в ряд Фурье функцію – модуль синуса, в остаточному вигляді одержимо:

$$u_x^*(t) = \frac{k_n \pi \cdot U_0}{2} \left[1 + M \cos \Omega \cdot t - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega_0 t}{4n^2 - 1} - \right. \\ \left. - M \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n\omega_0 + \Omega)t + \cos(2n\omega_0 - \Omega)t}{4n^2 - 1} \right]. \quad (3.6)$$

Відповідно до останньої формули будується амплітудний спектр перетвореного сигналу (див. рис. 3.5).

Цей же результат може бути одержаний на підставі наступного. Виконуючи аналіз сигналу (див. рис. 3.4), неважко встановити, що він є АІМ – сигнал, у якого процесом-носієм є послідовність імпульсів показана на рис.3.6. Використовуючи положення про спектри з імпульсними видами модуляції, спектр АІМ – сигналу(перетвореного див. рис. 3.4), виходить таким чином:

1) Будується спектр імпульсного процесу-носія (див. рис. 3.7) відповідно до розкладання в ряд Фурье цього сигналу (формули рядів для деяких сигналів приведені в табл. 4.1 лабораторної роботи 4):

2)

$$u(t) = U_0 \left[\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega_0 t}{4n^2 - 1} \right]. \quad (3.7)$$

2) З кожної сторони від основної лінії спектру процесу-носія (включаючи постійну складову) показують спектр інформаційної функції: амплітуди бічних визначаються формулою:

$$U_{mn} = \frac{C_n M}{2} = \frac{C_n k k_{\Pi} k_M X_m}{2U_0}, \quad (3.8)$$

де C_n – амплітуда гармоніка процесу-носія з номером n ;

k, k_M, k_{Π} – статичні коефіцієнти передачі первинного вимірювального перетворювача, модулятора і перетворювача; X_m - найбільше значення інформаційної функції.

В результаті побудов одержуємо той же спектр (див. рис. 3.5). У разі використання перетворювачів з іншими характеристиками, наприклад, приведеної на рис. 3.2.a, змінюється вид процесу-носія і його спектру. Вибравши відповідний опис з табл. 4.1, в тій же послідовності будується спектр перетвореного сигналу.

Важливою особливістю перетвореного сигналу $u_x^*(t)$ незалежно від виду характеристики перетворювача є наявність в спектрі складових з частотою інформаційної функції.

Виділення інформаційної складової $x(t)$ з перетвореного сигналу $u_x^*(t)$ здійснюється за допомогою низькочастотного фільтру, що має характеристику загасання $a(\omega)$, показану на рис. 3.8.

Постійна передачі фільтру як чотиріполюсника описується формулою:

$$g(j\omega) = a(\omega) + jb(\omega) = \lg \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}, \quad (3.9)$$

де \dot{U}_1 – вхідна напруга фільтру;

\dot{U}_2 – вихідна напруга фільтру;

$a(\omega)$ – коефіцієнт загасання фільтру;

$b(\omega)$ – коефіцієнт фази фільтру.

Коефіцієнт загасання a прийнято визначати таким чином:

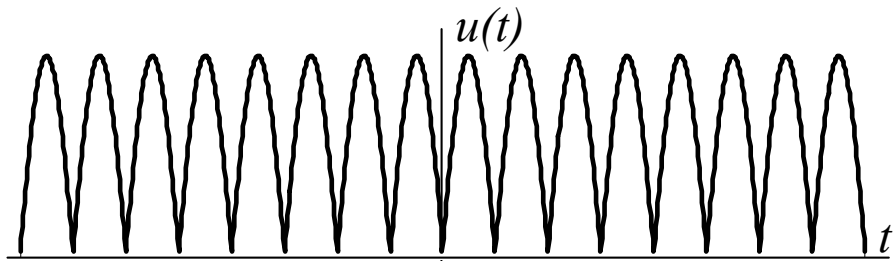


Рисунок 3.6 – Імпульсний процес-носій

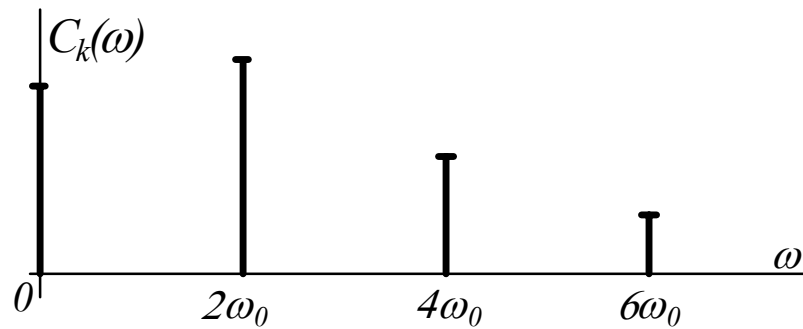


Рисунок 3.7 – Амплітудний спектр імпульсного процес-носія

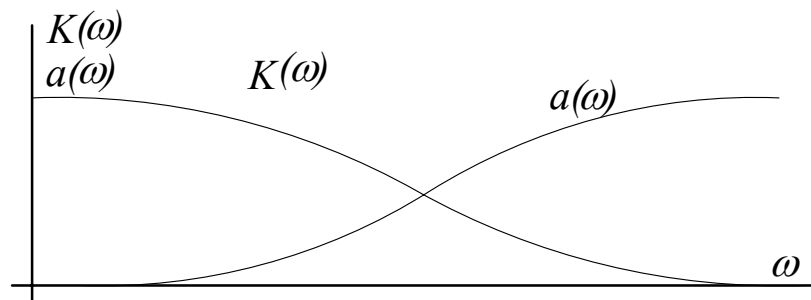


Рисунок 3.8 – Характеристики загасання і амплітудно-частотна низькочастотного фільтру

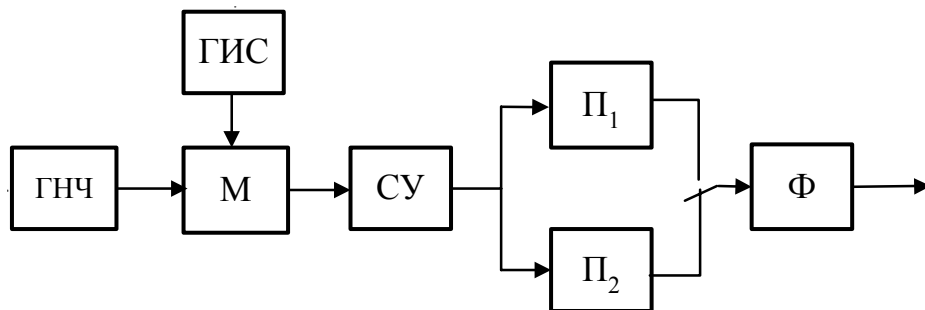


Рисунок 3.9 – Структурна схема лабораторної установки

$$a = 10 \lg \frac{P_1}{P_2} = 20 \lg \frac{U_1}{U_2} = 20 \lg \frac{I_1}{I_2} [\text{дБ}]. \quad (3.10)$$

У інших курсах вводилося поняття коефіцієнта передачі чотириполюсника:

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}. \quad (3.11)$$

Порівнюючи записи (3.9) - (3.11), встановлюється, що

$$\begin{cases} g(j\omega) = -\lg K(j\omega); \\ K(j\omega) = \Theta^{-g(j\omega)}. \end{cases} \quad (3.12)$$

З погляду виділення інформаційних складових з перетвореного сигналу $u_x^*(t)$ однією з найважливіших характеристик фільтру є гранична частота пропускання фільтру (частота зрізу) – ω_c . Для того, щоб фільтр без спотворень передавав інформаційну функцію, необхідно виконати умову:

$$\Omega < \omega_c.$$

З другого боку, для того, щоб подавити високочастотні складові спектру перетвореного сигналу $u_x^*(t)$, слід виконати ще одну умову:

$$\omega_3 < \omega_{BЧmin},$$

де $\omega_{BЧmin}$ - мінімальна частота високочастотні складові спектру перетвореного сигналу $u_x^*(t)$.

У ідеальному випадку, коли коефіцієнт передачі фільтру є строго прямокутною функцією частоти, вихідної сигнал фільтру при виконанні приведених вище умов містить неспотворену інформаційну функцію $x(t)$. Вихідний сигнал фільтру приймає вигляд:

$$u_{\text{вих}}(t) = x(t) + u_n(t), \quad (3.13)$$

де $u_n(t)$ - напруга перешкоди.

Напруга перешкоди тим більше, чим менше крутизна характеристики $a(\omega)$ на ділянці $\omega > \omega_c$, чим нижче $\omega_{BЧmin}$ і більше амплітуда цих складових.

Порядок виконання роботи

Лабораторна робота виконується на макеті, що має структуру, показану на рис. 3.9, де умовно позначені:

$ГНЧ$ – генератор несучої частоти;

$М$ – модулятор;

$СУ$ – підсилювач, що погоджує;

$П_1$ – перетворювач, що має характеристику, зображену на рис. 3.2.а;

$П_2$ – перетворювач, що має характеристику, зображену на рис. 3.2.б;

Φ – низькочастотний фільтр.

1) Одержати і зміряти параметри АМ - сигналу ($M \cong 0,5 \dots 0,7$) при моногармонійній інформаційній функції. Зняти осцилограми інформаційної функції, процесу-носія і АМ – сигналу.

2) Зняти осцилограми перетворених сигналів і по них встановити характеристики перетворювачів.

3) Зняти осцилограми вихідних сигналів фільтру при різних перетворювачах.

4) Зняти амплітудно-частотну характеристику фільтру.

Зміст звіту

- 1) Мета роботи.
- 2) Структурна схема лабораторної установки.
- 3) Осцилограми і спектри інформаційної функції, процесу-носія, АМ – сигналу.
- 4) Характеристики перетворювачів.
- 5) Осцилограми і спектри перетворених сигналів.

- 6) Амплітудно-частотна характеристика фільтру з вказівкою частоти зрізу і смуги пропускання.
- 7) Пояснення наявності і рівня перешкод на виході фільтру.
- 8) Висновки по роботі.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Чому методами фільтрації неможливо виділити інформацію з АМ-сигналу?
2. Чому для демодуляції АМ-сигналів використовуються нелінійні перетворювачі?
3. Призначення низькочастотного фільтру в схемі демодулятора АМ-сигналів?
4. За яких умов напівпровідниковий нелінійний перетворювач – діод використовується як квадратичний або шматково-лінійний?
5. Якими характеристиками повинен володіти фільтр низьких частот, включений до складу демодулятора АМ-сигналів?

Література

1. Четвериков В.И. Преобразование и передача информации в АСУ.– М.: Высшая школа, 1974. – 320 с.
2. Шило В.Л. Линейные интегральные микросхемы. –М.: Советское радио, 1979. – 363 с.
3. Темников Ф.Е. и др. Теоретические основы информационной техники. – М.: Энергия, 1979. – 512 с.
4. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.

Лабораторна робота 4

Дослідження процесів дискретизації інформаційних сигналів

Задача перетворення безперервних функцій часу в дискретні зустрічається досить часто: при організації багатоканальних систем передачі інформації з тимчасовим розділенням каналів, при введенні аналогової інформації в ЕОМ і обміні інформацією між аналоговими і цифровими блоками електронних систем і т.п.

Залежно від обмежень, що накладаються на інформаційний сигнал і його спектральні характеристики, перетворення безперервного сигналу $x(t)$ в дискретно-безперервний $\{x(k\Delta t)\}$ може бути здійснено на підставі частотного критерію дискретизації, кореляційного, критерію найбільшого відхилення і ін.

Частотний критерій вибору кроку дискретизації заснований на теоремі Котельникова, яка формулюється таким чином:

Безперервна функція часу $x(t)$, задовольняюча умовам Діріхле і не містить частот вище ω_m , повністю визначається сукупністю миттєвих значень $\{x(k\Delta t)\}$, в крапках, віддалених один від одного на інтервалах $\Delta t = \pi / \omega_m$, де $k = 1, 2, 3, \dots$

Відповідно до теореми Котельникова функцію $x(t)$, що задовольняє умовам теореми, можна представити рядом Котельникова у вигляді:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta \cdot t) \frac{\sin \omega_m(t - k\Delta \cdot t)}{\omega_m(t - k\Delta \cdot t)} \quad (4.1)$$

Кожен доданок у формулі (4.1) є множенням функції часу $x(t)$, узятій в дискретні моменти часу $(k\Delta t)$, на безперервну функцію часу, звану функцією відліків. У моменти часу $t_k = k\Delta t$ всі доданки, окрім одного, звертаються в нуль. У середині проміжку Δt відновлювана функція визначається всіма доданками. Функція $x(t)$ з обмеженим спектром повністю задається рахунковим безліччю миттєвих значень, визначених через рівні проміжки часу Δt - крок дискретизації.

Теорема Котельникова застосовна до безперервних функцій $x(t)$, не

обмежених в часі. Тільки в цьому випадку функція $x(t)$ може мати обмежений спектр частот. Реальні фізичні процеси мають початок і кінець, а функції, їх що описують, обмежені в часі і, отже, мають необмежені спектри. Введенням поняття реальної ширини спектру як інтервалу частот, в якому зосереджена переважаюча частина енергії функції $x(t)$, зберігає загальне значення теореми Котельникова про представлення функції на інтервалі $[0, T]$ рахунковим числом значень:

$$n = \frac{\omega_m \cdot T}{\pi} .$$

Але значення всіх n відліків на інтервалі $[0, T]$ не дозволяє повністю визначити функцію $x(t)$ на ньому, оскільки визначальні функції крапок, що лежать поза інтервалом $[0, T]$, теж впливають на функцію, що відбудовується. Обмеження числа членів суми веде до появи погрішності відновлення функції, вироблюваного за допомогою фільтру Котельникова:

$$\varepsilon(t) = x(t) - \sum_{k=-n}^n x(k\Delta \cdot t) \frac{\sin \omega_m(t - k\Delta \cdot t)}{\omega_m(t - k\Delta \cdot t)} . \quad (4.2)$$

В точках $t_k = k\Delta t$ погрішність відновлення мінімальна і рівна нулю. У середині інтервалу Δt погрішність відмінна від нуля, причому при наближенні до меж інтервалу $[0, T]$ вона зростає (див. рис. 4.1).

Визначимо величину середньоквадратичної погрішності відновлення дискретизованого сигналу фільтром Котельникова, використовуючи подібність процесів дискретизації і амплітудно-імпульсної модуляції (АИМ). Дискретизований сигнал (див. рис. 4.2) розглядається як АИМ-сигнал, для якого процес-носій - послідовність прямокутних імпульсів одиничної амплітуди з періодом проходження, рівним кроку дискретизації, і нескінченно малою тривалістю (див. рис. 4.3). Амплітудний спектр такого процесу-носія має вигляд, показаний на рис. 4.4. У свою чергу, спектр АИМ-сигналу (дискретизованого) прийме вигляд, показаний на рис. 4.5. Якщо інформаційний сигнал задовольняє вимогам теореми Котельникова, то спектри бічних смуг виявляються непересічними і відновлення інформацій-

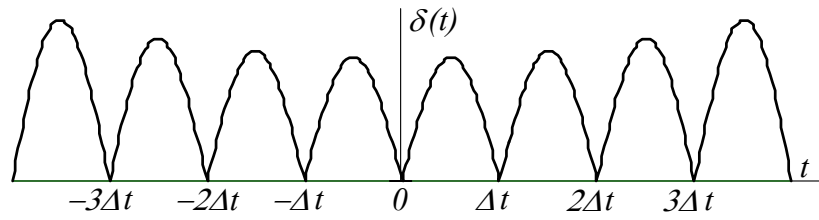


Рисунок 4.1 – Графік погрішності відновлення сигналу

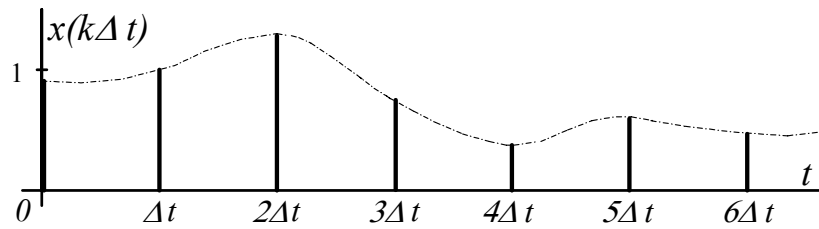


Рисунок 4.2 – Дискретизований сигнал

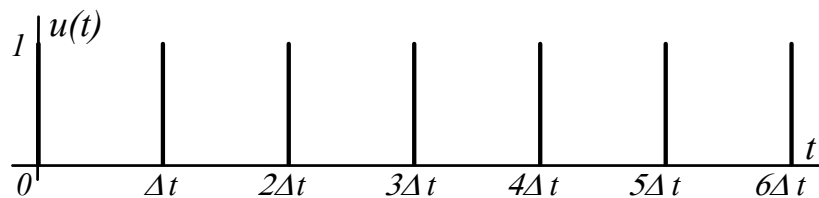


Рисунок 4.3 – Процес-носії АІМ-сигнала (дискретизованного)

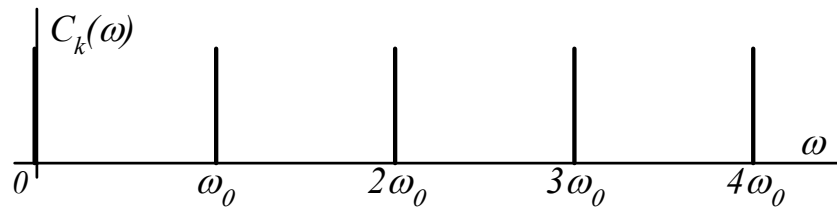


Рисунок 4.4 – Амплітудний спектр іделізованного імпульсного процесу-носія

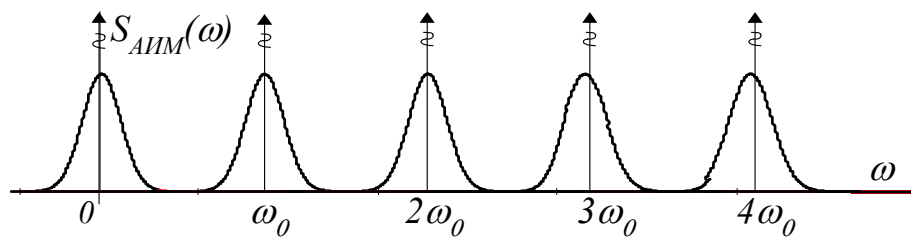


Рисунок 4.5 – Спектр дискретизованного сигналу

ної функції зводиться до процесу низькочастотної фільтрації з допомогою фільтру, що має ідеальну прямокутну амплітудно-частотну характеристику (см. рис. 4.6.a).

Процес відновлення інформаційної функції ідеальним фільтром пояснюється на рис. 4.7. Для забезпечення абсолютної точності відновлення дискретизованного сигналу слід строго витримати співвідношення:

$$\begin{cases} \omega_0 = \frac{2\pi}{\Delta \cdot t} = 2\omega_m, \\ \omega_c = \omega_m. \end{cases} \quad (4.3)$$

При порушенні останньої умови, як впливає з рис. 4.7, зростає погрішність відновлення: при $\omega_c < \omega_m$ в смугу пропускання фільтру не влучають складові спектру інформаційної функції, лежачі в діапазоні $[\omega_3, \omega_m]$; при $\omega_3 > \omega_m$ в смугу пропускання фільтру потрапляють складові спектру нижньої бічної при ω_0 , лежачі в діапазоні частот $[\omega_m, \omega_c]$.

У реальних пристроях одержати імпульсний процес-носій з нескінченно малою тривалістю імпульсів неможливо. Вважатимемо, що реальний процес-носій достатньо близький до ідеального, якщо тривалість його імпульсів τ хоча б на порядок менше періоду їх проходження:

$$T = \Delta t, \quad (Q = T / \tau = \Delta t / \tau > 10).$$

Спектр АИМ-сигналу для ідеальної інформаційної функції (ідеальна інформаційна функція задовольняє умовам теореми Котельникова) і реального процесу-носія приведений на рис. 4.8. Період проходження імпульсів процесу-носія $T = \Delta t$ вибраний відповідно до теореми Котельникова $\Delta t = \pi / \omega_m$ тому спектри бічних не перетинаються. Це дозволяє, як і у попередньому випадку, відновити інформаційну функцію з абсолютною точністю.

Реальні інформаційні функції мають необмежені спектри. Спектр АИМ-сигналу для випадку такої інформаційної функції приведений на рис. 4.9 і 4.10 (на рис. 4.10 виділений фрагмент спектру). З рис. 4.10 виходить, що сигнал, відновлений навіть ідеальним фільтром, відрізняється від початкового інформаційного, оскільки:

- 1) у смугу пропускання фільтру потрапили тільки гармонійні складові

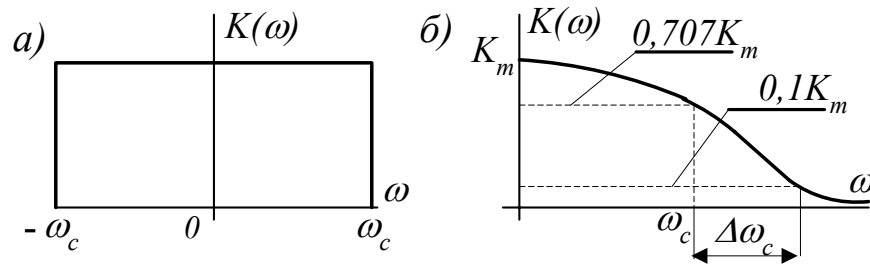


Рисунок 4.6 – АЧХ ідеального (а) і реального (б) фільтров

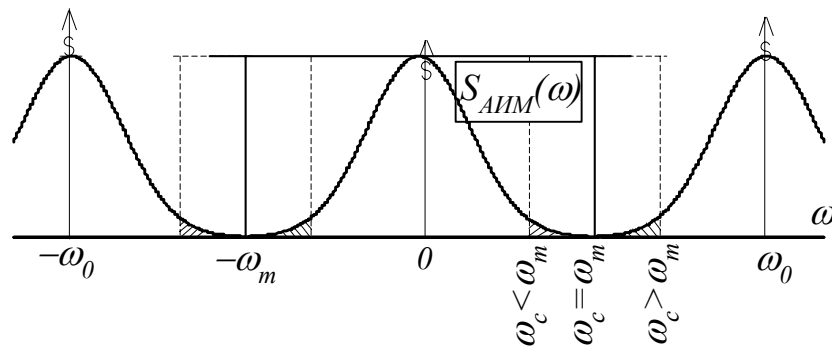


Рисунок 4.7 – Відновлення інформаційної функції ідеальним фільтром

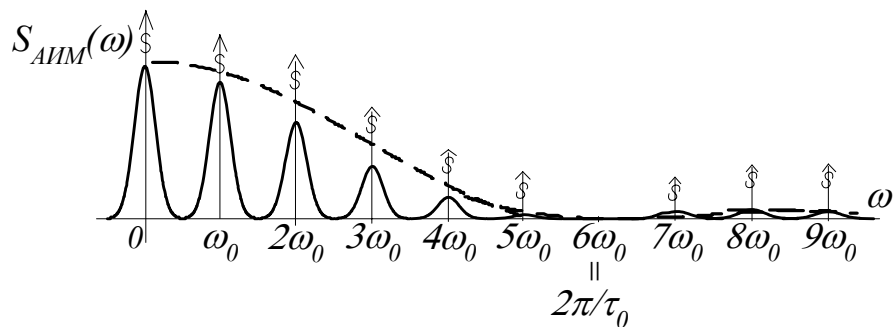


Рисунок 4.8 – Спектр дискретизованого (АІМ) сигналу при «ідеальній» інформаційній функції і реальному імпульсному носії

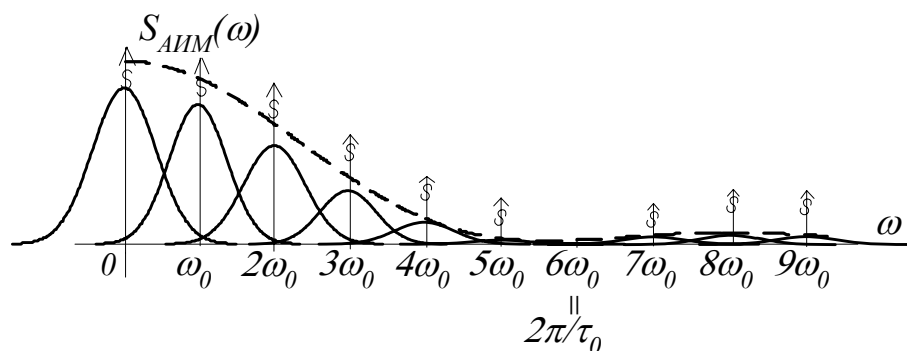


Рисунок 4.9 – Спектр дискретизованого (АІМ) сигналу при реальних інформаційній функції і імпульсному носії

сигналу в діапазоні частот $[-\omega_3, \omega_3]$, тоді як інформаційна функція має нескінченний спектр; обмеження частотного діапазону приводить до появи середньоквадратичної погрішності $\tilde{\varepsilon}_0^2$:

$$\tilde{\varepsilon}_0^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_c}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega, \quad (4.5)$$

де $S_{xx}(\omega)$ – спектральна густина потужності інформаційної функції;

2) у смугу пропускання фільтру потрапила частина гармонійних складових верхньої бічної при $(-\omega_0)$ і нижньої бічної при ω_0 ; поява цих складових збільшує середньоквадратичну погрішність на величину:

$$\tilde{\varepsilon}_1^2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} S_{бок, \omega_0}(\omega) d\omega, \quad (4.6)$$

де $S_{бок, \omega}$ - спектральна густина потужності нижньої бічної при ω_0 в діапазоні $[-\omega_3, \omega_3]$;

3) аналогічним чином встановлюється становляча погрішності, обумовлена попаданням частини верхньої бічної при $(-k\omega_0)$ і частини нижньої бічної при $(k\omega_0)$ в смугу пропускання фільтру.

Сумарна середньоквадратична погрішність відновлення дбськретизованного сигналу:

$$\tilde{\varepsilon}^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{\varepsilon}_k^2. \quad (4.7)$$

Аналіз формул (4.5) і (4.6), а також рис. 4.10 – 4.11 приводить до висновку, що

$$\tilde{\varepsilon}_0^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{\varepsilon}_k^2; \quad \tilde{\varepsilon}^2 = 2 \cdot \tilde{\varepsilon}_0^2. \quad (4.8)$$

Останнє співвідношення дозволяє встановити відносну середньоквадратичну погрішність $\tilde{\delta}^2$ відновлення дискретизованного сигналу ідеальним фільтром в наступному вигляді:

$$\tilde{\delta}^2 = 2\tilde{\delta}_0^2 = 2 \frac{\int_{\omega_c}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega} = 2 \left[1 - \frac{\int_0^{\omega_c} S_{xx}(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega} \right]. \quad (4.9)$$

Приведена методика визначення середньоквадратичної погрішності справедлива для інформаційної функції випадкового стаціонарного вигляду. У лабораторній роботі як інформаційні використовуються детерміновані періодичні сигнали з нескінченними спектрами. Повна потужність таких сигналів встановлюється двояко:

$$\tilde{P}_x = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \frac{C_0^2}{4} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_k^2}{2}, \quad (4.10)$$

де C_0, C_k - коефіцієнти Фур'є.

Перший метод (визначення середньої потужності в тимчасовій області) реалізується простіше оскільки не вимагає знаходження нескінченної суми. Оскільки в смугу пропускання ідеального фільтру потрапляють лише m перших гармонік сигналу, то потужність сигналу обмеженого в частотній області смугою пропускання фільтру $\omega_s = m\Omega$, рівна:

$$\tilde{P}_x(m\Omega) = \frac{C_0^2}{4} + \sum_{k=1}^m \frac{C_k^2}{2}. \quad (4.12)$$

Відносна середньоквадратична погрішність відновлення дискретизованного періодичного сигналу виявиться:

$$\tilde{\delta}^2 = 2\tilde{\delta}_0^2 = 2 \left(1 - \frac{\tilde{P}_x(m\Omega)}{\tilde{P}_x} \right). \quad (4.13)$$

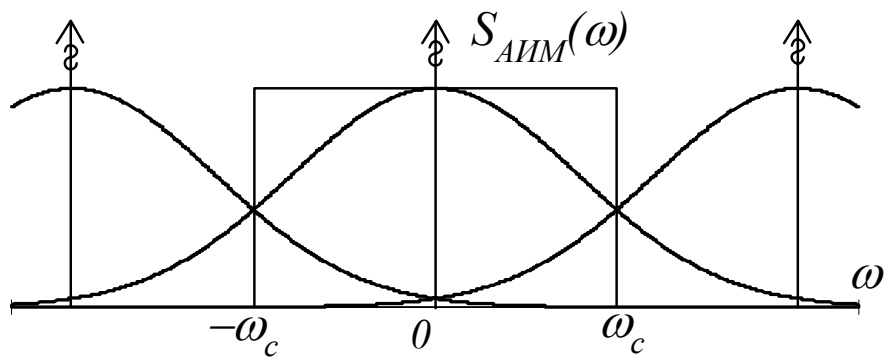


Рисунок 4.10 – Фрагмент спектру АІМ-сигналу

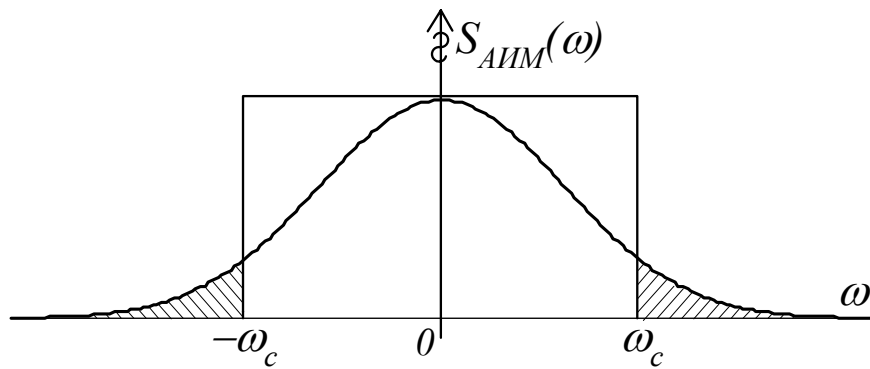


Рисунок 4.11 – Спектр реальній інформаційній функції та її обмеження ідеальним фільтром

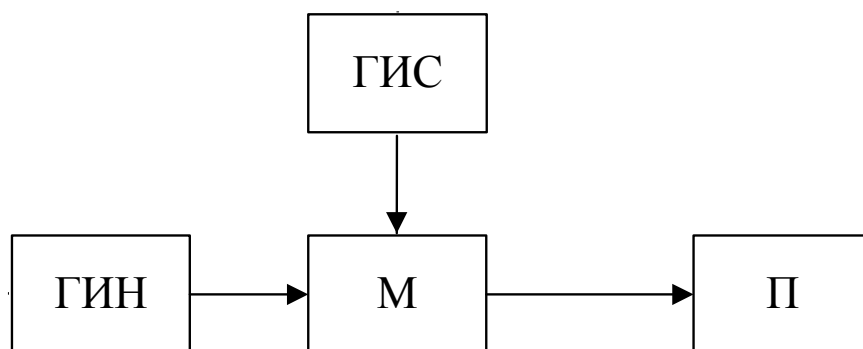


Рисунок 4.12 – Структурна схема лабораторної установки

Опис лабораторної установки

Структурна схема лабораторної установки приведена на рис. 4.12. До складу установки входять наступні основні блоки:

- генератор імпульсного процесу-носія $ГН$, формуючий послідовність прямокутних імпульсів з шпаруватістю $Q > 10$ і періодом проходження $T = \Delta t$;
- амплітудно-імпульсний модулятор $М$, перетворюючий безперервні інформаційні сигнали в дискретні;
- генератор інформаційних сигналів $ГІС$, формуючий інформаційні сигнали різної форми (див. табл. 4.1);
- приймач $П$, активний, що є, RC – фільтр. Коефіцієнт передачі фільтру в смузі пропускання рівний 1.

Порядок виконання лабораторної роботи

1) Досліджувати процес-носії: зміряти період проходження імпульсів, тривалість імпульсів, амплітуду і шпаруватість; зняти осцилограму сигналу.

2) Включити генератор інформаційних сигналів, визначити параметри вихідного сигналу, зняти осцилограму сигналу.

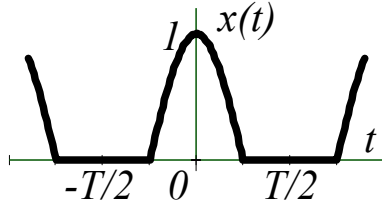
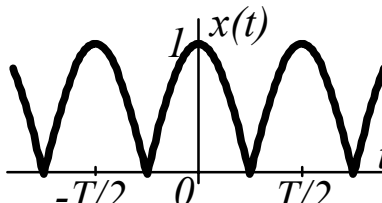
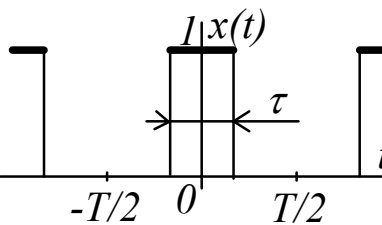
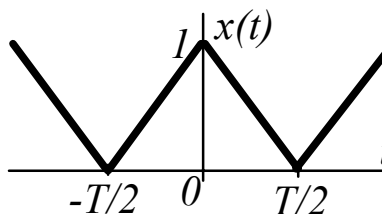
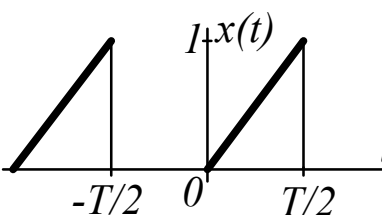
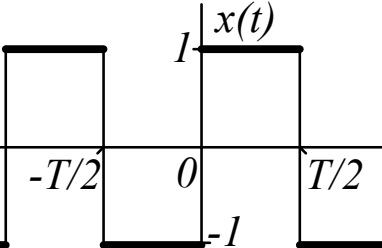
3) Досліджувати вихідний сигнал амплітудно-імпульсного модулятора. Встановити крок дискретизації (період проходження імпульсів). Зняти осцилограму дискретизованного сигналу.

4) Досліджувати вихідний сигнал приймача. Встановити відмінності інформаційного сигналу і вихідного сигналу приймача. Зняти осцилограму вихідного сигналу приймача.

5) По приведеній методиці розрахувати погрішність перетворення.

6) Досліджувати, як міняється погрішність відновлення дискретизованного сигналу при розузгодженні смуги пропускання приймача і кроку дискретизації, для чого збільшити/зменшити смугу пропускання приймача.

Таблиця 4.1– Інформаційні сигнали

N	Графічний опис	Аналітичний опис
1		$x(t) = \frac{1}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega_0 t}{4n^2 - 1} + \frac{1}{2} \sin \omega_0 t$
2		$x(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\omega_0 t}{4n^2 - 1}$
3		$x(t) = \frac{\tau}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_0 t}{n} \cos n\omega_0 t$
4		$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\omega_0 t}{(2n-1)^2}$
5		$x(t) = \frac{1}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)\omega_0 t}{(2n-1)^2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n\omega_0 t}{n}$
6		$x(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\omega_0 t}{2n-1}$

Таблиця 4.2- Значення функції $\lambda(n)$ для інформаційних сигналів

n	Інформаційні сигнали					
	1	2	3 (Q=2)	4	5	6
0	0.40528	0.81057	0.50000	0.75000	0.37500	0.00000
1	0.90528	0.81057	0.90528	0.99638	0.80215	0.81058
2	0.99535	0.99069	0.90528	0.99638	0.87814	0.81058
3	0.99535	0.99069	0.95031	0.99942	0.91344	0.90063
4	0.99895	0.99790	0.95031	0.99942	0.93243	0.90063
5	0.99895	0.99790	0.96652	0.99981	0.94479	0.93305
6	0.99962	0.99922	0.96652	0.99981	0.95323	0.93305
7	0.99962	0.99922	0.97479	0.99992	0.95949	0.94959
8	0.99982	0.99963	0.97479	0.99992	0.96424	0.94959
9	0.99982	0.99963	0.97980	0.99995	0.96801	0.95960
10	0.99990	0.99979	0.97980	0.99995	0.97105	0.95960
11	0.99990	0.99979	0.98315	0.99997	0.97357	0.96960
12	0.99993	0.99987	0.98315	0.99997	0.97568	0.96960
13	0.99993	0.99987	0.98554	0.99998	0.97748	0.97109
14	0.99995	0.99992	0.98554	0.99998	0.97903	0.97109
15	0.99995	0.99992	0.98735	0.99998	0.98039	0.97470
16	0.99997	0.99994	0.98735	0.99998	0.98157	0.97470
17	0.99997	0.99994	0.98875	0.99999	0.98263	0.97750
18	0.99998	0.99996	0.98875	0.99999	0.98356	0.97750
19	0.99998	0.99996	0.98987	0.99999	0.98441	0.97975
20	0.99998	0.99997	0.98987	0.99999	0.98517	0.97975
21	0.99998	0.99997	0.99079	0.99999	0.98586	0.98159
22	0.99999	0.99998	0.99079	0.99999	0.98649	0.98159
23	0.99999	0.99998	0.99156	0.99999	0.98706	0.98312
24	0.99999	0.99998	0.99156	0.99999	0.98759	0.98312

Зміст звіту

- 1) Мета роботи.
- 2) Структурна схема установки.
- 3) Осцилограми, значення параметрів і амплітудні спектри процесу-носія, інформаційної функції, дискретизованого і відновленого сигналів.
- 4) Осцилограми і спектри, що пояснюють вплив на точність відновлення інформаційної функції розузгодження між смугою пропускання приймача і кроком дискретизації.
- 5) Розрахунок величини середньоквадратичної погрішності відновлення інформаційної функції.
- 6) Висновки за роботаю.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Сформулюйте теорему Котельникова. Вкажіть на умови її застосування.
2. Якими ідеальними властивостями володіє фільтр Котельникова?
3. Як описується відповідно до теореми Котельникова функція відліку?
4. Як на мові математики описується відновлення сигналів фільтром Котельникова?
5. Чому до реальних сигналів теорема Котельникова не застосовна?

ЛІТЕРАТУРА

1. Четвериков В.Н. Преобразование и передача информации в АСУ.- М.: Высшая школа, 1974. - 320с.
2. Темников Ф.Е. и др. Теоретические основы информационной техники. - М.: Энергия, 1979. - 512 с.

Лабораторна робота 5
Дослідження інформаційних характеристик
безперервних повідомлень

Мета роботи – вивчення і інформаційних характеристик вірогідності безперервних повідомлень.

Якнайповніші випадкові повідомлення задаються ансамблями реалізацій. Всі статистичні характеристики таких повідомлень визначаються усереднюванням параметрів по безлічі реалізацій. У загальному випадку при переході від одного перетину випадкового процесу до іншого, його статистичні характеристики змінюються.

Хай одновимірний випадковий об'єкт A з часом змінюється. Повідомлення $x(t)$ описує стан об'єкту A . Кількість інформації, що міститься в повідомленні $x(t)$, визначається відомим співвідношенням:

$$I_T(x) = h_T(x). \quad (5.1)$$

Відповідно до теореми Котельникова повідомлення $x(t)$ може бути представлене сукупністю відліків $\{x(k\Delta t)\}$, одержаних в дискретні моменти часу і є випадковими величинами.

Розподіл сукупності випадкових величин описується багатовимірною густиною розподілу вірогідності:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (5.2)$$

Диференціальна ентропія повідомлення визначається як

$$h_T(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_n) \log f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n. \quad (5.3)$$

Відповідно до критерію Н.А. Железнова, якщо при дискретизації випадкових сигналів крок дискретизації встановити рівним інтервалу кореляції τ_0 , то випадкові величини x_1, x_2, \dots, x_n можна вважати незалежними, і тоді

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \dots \cdot f(x_n). \quad (5.4)$$

Оскільки ентропія сукупності випадкових незалежних величин рівна сумі ентропій цих випадкових величин, одержимо наступний вираз для ентропії повідомлення $x(t)$:

$$h_T(x) = \sum_{i=1}^n h(x_i) \quad (5.5)$$

де $h(x_i) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x_i) \cdot \log f(x_i) dx_i$ – диференціальна ентропія i – го відліку повідомлення $x(t)$; $n = T / \tau_0$ – загальна кількість відліків повідомлення тривалістю T , дискретизованного з кроком τ_0 .

Задача істотно спрощується, якщо випадкове повідомлення відноситься до класу стаціонарних. Перевірку стаціонарності випадкового повідомлення по окремій його реалізації можна виконати відповідно до наступного тесту (докладно про тест див. роботу [1, з. 148-151, 268-278]).

1) Реалізація розбивається на m рівних інтервалів. За наявності періодичних компонент в сигналі довжина інтервалів вибирається більше періоду основної гармоніки.

2) Обчислюються середньоквадратичні значення для кожного інтервалу і розташовуються в ряд:

$$\bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2, \bar{x}_3^2, \dots, \bar{x}_m^2.$$

3) Послідовність оцінок середньоквадратичних значень приймається за вибірку, складену з незалежних спостережень над випадковою величиною з середнім значенням $\bar{\psi}_x^2 \times 0$. За середнє значення може бути прийнята її оцінка:

$$\bar{\psi}_x^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i^2. \quad (5.6)$$

4) На кожному інтервалі перевіряється умова:

$$\bar{x}_i^2 \geq \bar{\psi}_x^2. \quad (5.7)$$

Якщо умова виконується, то інтервалу привласнюється символ (+), інакше - (-).

5) Символи розташовуються в ряд, відповідний вибірці, і діляться на серії, наприклад:

$$\underbrace{+}_{1} \underbrace{+}_{2} \underbrace{-}_{3} \underbrace{+}_{4} \underbrace{+}_{5} \underbrace{-}_{6} \underbrace{-}_{7} \underbrace{-}_{8} \underbrace{+}_{9} \underbrace{+}_{10} \underbrace{-}_{11} \underbrace{-}_{12}$$

6) Наголошуються кількість інтервалів m і кількість серій k (у приведеному прикладі $k=12$). Вибирається значення довірчої вірогідності α (рівня значущості гіпотези про стаціонарність, звично $\alpha \cong 0.05$) і по табл. 5.1 встановлюється довірчий інтервал числа серій.

Межі довірчого інтервалу визначаються вірогідністю:

$$\begin{cases} P_1[r_m, 1 - \alpha/2 \triangleleft r] \rightarrow r_{min}; \\ P_2[r_m, \alpha/2 \triangleright r] \rightarrow r_{max}, \end{cases}$$

де r - кількість серій.

Так в приведеному прикладі $m = 24$, $r = 12$ при $\alpha = 0.95$.

Оскільки кількість серій r потрапляє в діапазон $[8 < r < 17]$, то приймається гіпотеза про стаціонарність.

Для стаціонарного повідомлення

$$\begin{cases} f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = \dots = f(x_m) = f(x); \\ h(x_1) = h(x_2) = h(x_3) = \dots = h(x_m) = h(x). \end{cases} \quad (5.8)$$

Тоді

$$h_T(x) = n \cdot h(x), \quad (5.9)$$

де $h(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \log f(x) dx$ – ентропія відліку.

У загальному випадку функцію густини вірогідності для стаціонарних повідомлень слід визначати усереднюванням по ансамблю реалізацій. Якщо стаціонарне повідомлення задовольняє умові ергодичності, то ця характеристика може бути одержана по одній досить довгій реалізації усереднюванням за часом.

Таблиця 5.1 – Довірчий інтервал розподілу серій

<i>m</i>	<i>r_{min}</i>			<i>r_{max}</i>		
	<i>α</i>					
	<i>0.99</i>	<i>0.975</i>	<i>0.95</i>	<i>0.05</i>	<i>0.025</i>	<i>0.01</i>
1	2	3	4	5	6	7
10	2	2	3	8	9	9
12	2	3	4	10	10	11
14	3	3	4	11	12	12
16	4	4	5	12	13	13
18	4	5	6	13	14	15
20	5	6	6	15	15	16
22	6	7	7	16	16	17
24	7	7	8	17	18	18
26	7	8	9	18	19	20
28	8	9	10	19	20	21
30	9	10	11	20	21	22
32	10	11	11	22	22	23
36	11	11	13	24	25	26
40	13	13	15	26	27	28
50	16	18	19	32	33	34

Достатньою умовою ергодичності стаціонарного повідомлення є збіжність невласного інтеграла від модуля кореляційної функції:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |B_{xx}(\tau)| d\tau < \infty \quad (5.10)$$

тобто при збільшенні параметра τ модуль кореляційної функції повинен прагнути до нуля.

При виконанні ергодичеської гіпотези функція густини вірогідності визначається по одній довгій реалізації таким чином (див. рис. 5.1).

У діапазоні зміни значень параметра x виділимо малий інтервал $[x, x + \Delta x]$.

Вірогідність того, що значення $x(t)$ потрапить в інтервал від x до $(x + \Delta x)$, можна знайти, обчислюючи відношення T_x / T , де T_x – сумарна тривалість знаходження повідомлення $x(t)$ в інтервалі $[x, x + \Delta x]$ за час спостереження T (см.рис. 5.1). При необмеженому збільшенні T це відношення все точніше описує вірогідність такої події. Приведене твердження можна записати таким чином:

$$P[x < x(t) \leq x + \Delta \cdot x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T}. \quad (5.11)$$

При малих Δx одновимірна густина розподілу $f(x)$ визначається співвідношенням:

$$P[x < x(t) \leq x + \Delta x] \approx f(x) \cdot \Delta \cdot x. \quad (5.12)$$

Більш строго

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x < x(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \right]. \quad (5.13)$$

Порядок виконання роботи

- 1) Студенту видається реалізація випадкового повідомлення.
- 2) Відповідно до приведеної методики переконатися в стаціонарності повідомлення.
- 3) Використовуючи програму статистичної обробки, одержати кореляційну функцію повідомлення. Переконатися в його ергодичності.
- 4) Відповідно до приведеної методики розрахувати одновимірну функцію густини вірогідності (розрахунок виконати використовуючи

програму статистичної обробки).

5) Методами наближеного обчислення інтервалів обчислити кількість інформації тим, що містяться в повідомленні.

Зміст звіту

- 1) Мета роботи.
- 2) Повідомлення, представлене в графічній формі.
- 3) Результати перевірки повідомлення на стаціонарність і ергодичність.
- 4) Результати розрахунку функції густини вірогідності, пояснення методу розрахунку.
- 5) Результати обчислень ентропії повідомлення і кількості інформації переносиме повідомленням.
- 6) Висновки по роботі.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Чим є серія, як вона визначається?
2. У чому полягає гіпотеза про стаціонарність реалізації, як перевіряється її істинність?
3. Як встановлюється ергодичність процесу?
4. Що дає для організації обробки даних про процес знання його ергодичності?
5. На підставі яких даних про процес встановлюється його функція густини вірогідності?

Література

1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974. - 464 с.
2. Кловский Д. Д. Теория передачи сигналов. - М.: Связь, 1973. - 376с.