

УДК 681.3

Синтез автомата Мура с идентификацией состояний

Баркалов А.А., Мальчева Р.В., Солдатов К.А.
University of Zelena Gora (Poland),
Донецкий национальный технический университет
raisa@cs.dgtu.donetsk.ua

Abstract

Barkalov A.A., Malcheva R.V., Soldatov K.A. Synthesis of Moore finite state machine with an identification of states. An optimization of Moore FSM based on identification of its states inside the classes of pseudoequivalent states is proposed. The method is oriented on CPLD technology. An example of the proposed method application is given.

Введение

Модель микропрограммного автомата (МПА) Мура [1] часто используется при реализации устройств управления цифровых систем [2, 3]. Развитие микроэлектроники привело к появлению разнообразных программируемых логических устройств [4, 5], одними из представителей которых являются CPLD (complex programmable logic devices) [6, 7]. Основой CPLD являются макроячейки PAL (programmable array logic), соединенные с помощью программируемых матриц межсоединений. Одной из важных проблем, возникающих при синтезе МПА на CPLD, является минимизация числа макроячеек в его логической схеме. Одним из путей решения этой проблемы является оптимальное кодирование состояний [8]. Однако этот подход не всегда гарантирует уменьшение числа термов в системе функций возбуждения МПА Мура до соответствующего показателя эквивалентного автомата Мили.

В настоящей работе предлагается метод, основанный на кодировании классов псевдоэквивалентных состояний [8], а не самих состояний. При этом необходимо введение дополнительных переменных для идентификации состояния внутри класса. Такой подход позволяет уменьшить аппаратные затраты в случае, когда оптимальное кодирование состояний не дает желаемого эффекта.

Целью исследования является оптимизация схемы МПА Мура, основанная на идентификации состояния внутри класса псевдоэквивалентных состояний. Задачей исследования является разработка метода синтеза МПА Мура, позволяющего уменьшить число макроячеек PAL в его логической схеме. При этом алгоритм управления представлен в виде граф-схемы алгоритма (ГСА) [1].

Общие положения и основная идея предлагаемого метода

Пусть автомат Мура задан прямой структурной таблицей (ПСТ) со столбцами [1]: a_m , $K(a_m)$, a_s , $K(a_s)$, X_h , Φ_h , h . Здесь a_m – исходное

состояние МПА; $K(a_m)$ – код состояния $a_m \in A$ разрядности $R = \lceil \log_2 M \rceil$, для кодирования состояний используются внутренние переменные из множества $T = \{T_1, \dots, T_R\}$; a_s , $K(a_s)$ – состояние перехода и его код; X_h – входной сигнал, определяющий переход $\langle a_m, a_s \rangle$, и равный конъюнкции некоторых элементов (или их отрицаний) множества логических условий $X = \{x_1, \dots, x_L\}$; Φ_h – набор функций возбуждения триггеров памяти МПА, принимающих единичное значение для переключения памяти из $K(a_m)$ в $K(a_s)$, $\Phi_h \subseteq \Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_R\}$; $h = 1, \dots, H$ – номер перехода. В столбце a_m записывается набор микроопераций Y_q , формируемых в состоянии $a_m \in A$, где $Y_q \subseteq Y = \{Y_1, \dots, Y_N\}$, $q = 1, \dots, Q$.

Эта таблица является основой для формирования систем функций

$$\Phi = \Phi(T, X), \quad (1)$$

$$Y = Y(T), \quad (2)$$

задающих логическую схему МПА. Системы (1)–(2) определяют структурную схему МПА Мура U_1 , показанную на рис.1.

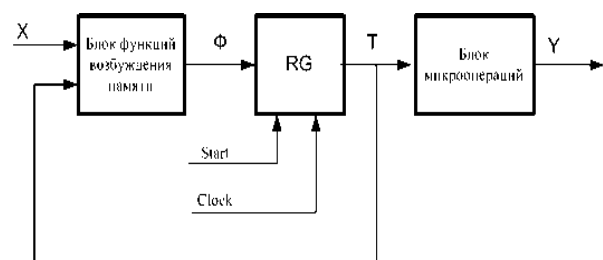


Рисунок 1 - Структурная схема автомата Мура U_1

В этой структуре блок функций возбуждения памяти (БФП) реализует систему (1), регистр RG служит для хранения кодов состояний, а блок микроопераций (БМО) реализует систему (2). Для минимизации числа макроячеек PAL в БФП может использоваться метод оптимального кодирования состояний [8], позволяющий уменьшить число термов в системе (1) до N_0 . Здесь N_0 – число переходов эквивалентного автомата Мили. Оптимизация

БМО может быть выполнена за счет уточненного кодирования состояний [10]. При этом число макроячеек может быть уменьшено до N , что соответствует ситуации, когда каждая функция $y_n \in Y$ реализуется на одной макроячейке. Для оптимального и уточненного кодирования состояний может быть использован, например, известный алгоритм ESPRESSO [3]. Однако оба метода не могут быть применены одновременно. Поэтому кодирование состояний позволяет оптимизировать либо БФП, либо БМО. В настоящей статье предлагается метод, позволяющий оптимизировать число PAL в схемах обоих блоков МПА Мура.

Одной из особенностей МПА Мура является наличие псевдоэквивалентных состояний [8], то есть состояний с одинаковыми переходами под воздействием одинаковых входных сигналов. Такие состояния соответствуют операторным вершинам [1] алгоритма управления, выходы которых связаны со входом одной и той же вершины алгоритма.

Пусть $\Pi_A = \{B_1, \dots, B_k\}$ - разбиение множества A на классы псевдоэквивалентных состояний. Закодируем классы $B_i \in \Pi_A$ двоичными кодами $K(B_i)$ разрядности

$$R_B = \lceil \log_2 I \rceil. \quad (3)$$

Пусть класс $B_i \in \Pi_A$ включает M_i состояний и пусть $M_0 = \max\{M_1, \dots, M_I\}$. Закодируем состояния $a_m \in B_i$ двоичными кодами $C(a_m)$ разрядности

$$R_A = \lceil \log_2 M_0 \rceil \quad (4)$$

Используем для такого кодирования элементы множества $Z = \{z_r \mid r = R_A\}$. Очевидно, что коды различных состояний для различных классов совпадают. Будем рассматривать коды $C(a_m)$ как идентификаторы состояний $a_m \in B_i$. В этом случае код $K(a_m)$ состояния $a_m \in B_i$ можно представить в виде конкатенации

$$K(a_m) = K(B_i) * K(Y_q), \quad (5)$$

где $*$ - знак операции конкатенации.

Такое представление позволяет перейти к модели МПА Мура U_2 (рис.2).

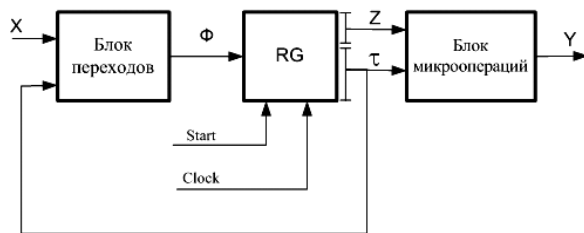


Рисунок 2 - Структурная схема автомата Мура U_2

В МПА U_2 блок переходов (БП) реализует систему функций возбуждения памяти

$$\Phi = \Phi(\tau, X), \quad (6)$$

где для случая D-триггеров $|\Phi| = R_B + R_A$. Блок микроопераций реализует микрооперации

$$Y = Y(Z). \quad (7)$$

Предлагаемый метод позволяет уменьшить число термов для функций возбуждения памяти до H_0 . Недостатком автомата U_2 может быть увеличение числа функций Φ по сравнению с МПА U_1 при выполнении условия

$$R_A + R_B > \lceil \log_2 M \rceil. \quad (8)$$

В этом случае выбор между моделями U_1 и U_2 производится на основе синтеза обеих схем. Если (8) превращается в равенство, то модель U_2 гарантировано имеет меньшее количество макроячеек PAL в логической схеме.

Метод синтеза МПА Мура с идентификацией состояний

В данной работе предлагается метод синтеза МПА Мура U_2 по ГСА Γ , включающий следующие этапы:

1. Отметка ГСА Γ и формирование множества состояний A .
2. Разбиение множества A на классы псевдоэквивалентных состояний.
3. Кодирование классов $B_i \in \Pi_A$.
4. Кодирование состояний $a_m \in B_i$ кодами $C(a_m)$.
5. Формирование преобразованной прямой структурной таблицы МПА.
6. Формирование системы булевых функций Φ .
7. Формирование таблицы блока микроопераций.
8. Формирование системы булевских функций Y .
9. Синтез логической схемы автомата в заданном элементном базисе.

Первый этап выполняется по известной методике [1], когда каждая операторная вершина отмечается отдельным состоянием.

Второй этап выполняется тривиальным образом, используя определение псевдоэквивалентных состояний [8]. Напомним, что состояния $a_m, a_s \in A$, называются псевдоэквивалентными, если отмеченные ими операторные вершины ГСА связаны со входом одной и той же вершины.

Кодирование классов $B_i \in \Pi_A$ не влияет на длину ПСТ, так как она гарантировано равна H_0 . Поэтому кодирование классов $B_i \in \Pi_A$ и состояний $a_m \in B_i$ необходимо выполнить так, чтобы минимизировать число термов в функциях системы (7).

Один из возможных подходов к кодированию заключается в следующем. Пусть

микрооперація $y_n \in Y$ формується в
состояннях $a_m \in B_i$ і $a_s \in B_j$. Якщо
 $C(a_m) = C(a_s)$, а класи B_i і B_j закодовані
сусідніми кодами, то диз'юнктивна нормальна
форма (ДНФ) функції y_n для цих состоянь
содержит тільки один терм. Естествоно, для
мінімізації системи (7) може бути
использован известный алгоритм ESPRESSO [3].

Преобразованная ПСТ содержит столбцы
 $B_i, K(B_i), a_s, K(a_s), X_h, \Phi_h, h$. Назначение этих
столбцов очевидно. Таблица блока
микроопераций включает столбцы:
 $a_m, K(a_m), Y_m, m$, где m – номер строки
таблицы, $Y_m \subseteq Y$ – набор микроопераций,
записанных в вершине, отмеченной состоянием
 $a_m \in A$.

Этапы 6, 8 и 9 достаточно рассмотрены в
литературе и не представляют принципиальных
трудностей.

**Пример применения предложенного
метода**

Рассмотрим пример синтеза МПА Мура
 $U_2(\Gamma_1)$, заданного ГСА Γ_1 (рис.3). В общем случае
символ $U_i(\Gamma_j)$ обозначает, что ГСА Γ_j
интерпретируется моделью автомата U_i . Как
следует из ГСА Γ_1 множество A включает $M=8$
элементов, которые включены в $I=4$ класса
разбиения Π_A .

Это разбиение включает классы $B_1 = \{a_1\}$,
 $B_2 = \{a_2, a_3, a_4\}$, $B_3 = \{a_5, a_6\}$, $B_4 = \{a_7, a_8\}$.

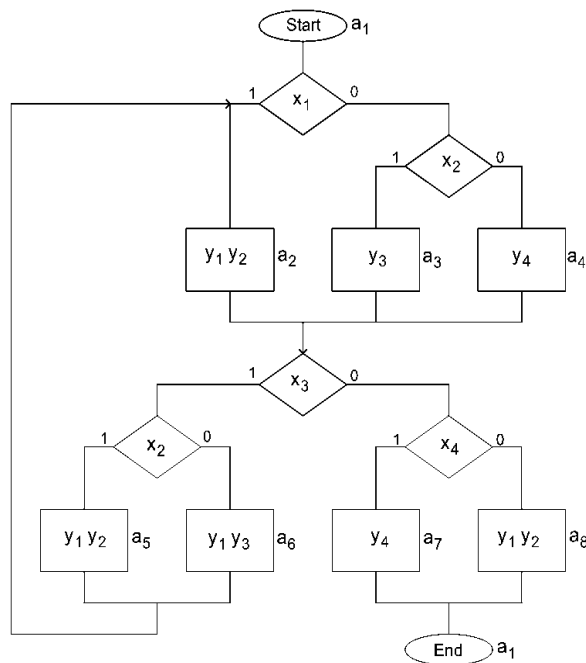


Рисунок 3 - Исходная ГСА Γ_1
Для рассматриваемого примера

$R = 3, R_A = 2, R_B = 2, \tau = \{\tau_1, \tau_2\}, Z = \{z_1, z_2\}$.

Закодируем классы $B_i \in \Pi_A$ и состояния $a_m \in B_i$
так, чтобы минимизировать число термов в ДНФ
функций $y_n \in Y$. Не будем подробно
останавливаться на проведенном нами анализе,
который позволил получить следующие коды:
 $K(B_1) = C(a_1) = 00, K(B_2) = C(a_2) = C(a_3) =$
 $C(a_4) = 01, K(B_3) = C(a_5) = C(a_6) = 10,$
 $K(B_4) = C(a_7) = C(a_8) = 11$. Теперь можно
определить коды $K(a_m)$ состояний $a_m \in A$
(рис.4).

z_1, z_2		τ_1, τ_2			
		00	01	11	10
τ_1, τ_2	00	a_1	*	*	*
	01	*	a_2	a_4	a_3
	11	*	a_5	*	a_6
	10	*	a_8	a_7	*

Рисунок 4 – Коды состояний автомата Мура
 $U_2(\Gamma_1)$

Коды из карты Карно (рис.4) фигурируют в
столбце $K(a_s)$ преобразованной ПСТ (табл.1).

Таблица 1. Преобразованная ПСТ автомата Мура
 $U_2(\Gamma_1)$

B_i	$K(B_i)$	a_s	$K(a_s)$	X_h	Φ_h	h
B_1	00	a_2	0101	x_1	D_2D_4	1
		a_3	0110	$\overline{x_1x_2}$	D_2D_3	2
		a_4	0111	$x_1\overline{x_2}$	$D_2D_3D_4$	3
B_2	01	a_5	1101	x_3x_2	$D_1D_2D_4$	4
		a_6	1110	$x_3\overline{x_2}$	$D_1D_2D_3$	5
		a_7	1011	$\overline{x_3x_4}$	$D_1D_3D_4$	6
		a_8	1001	$\overline{x_3x_4}$	D_1D_4	7
B_3	11	a_2	0101	1	D_2D_4	8
B_4	10	a_1	0000	1	-	9

Термы F_h этой таблицы определяются как

$$F_h = \bigwedge_{r=1}^{R_B} \tau_r^{1r_h} \cdot X_h, (h = 1, \dots, H_0), \quad (9)$$

где $1r_h \in \{0,1\}$ – значение r -го разряда кода $K(B_i)$
из h -й строки таблицы.

Из преобразованной ПСТ формируются
функции (6). Например, из табл.1 можно получить
 $D_2 = F_1 \vee F_2 \vee F_3 \vee F_4 \vee F_5 \vee F_8$.

После минимизации эта функция
представляется в виде $D_2 = \tau_1\tau_2 \vee \tau_1\tau_2x_3 \vee \tau_1\tau_2$.

Здесь первый терм соответствует строкам 1-3, а второй терм – строкам 4-5. Таблица блока микроопераций строится тривиальным образом (табл.2). Коды состояний $a_m \in A$ берутся из карты Карно (рис.4).

Таблица 2. Таблица блока микроопераций МПА Мура $U_2 (\Gamma_1)$

a_m	$K(a_m)$	Y_m	m
a_1	0000	-	1
a_2	0101	y_1y_2	2
a_3	0110	y_3	3
a_4	0111	y_4	4
a_5	1101	y_1y_2	5
a_6	1110	y_1y_3	6
a_7	1011	y_4	7
a_8	1001	y_1y_2	8

Из этой таблицы формируется система (7), имеющая термы

$$A_m = \bigwedge_{r=1}^{R_B} \tau_r^{1_{rh}} \cdot \bigwedge_{r=1}^{R_A} z_r^{E_{mr}}, (m = 1, \dots, M). \quad (10)$$

Здесь $1_{rh} \in \{0,1\}$ – значение r -го разряда кода $K(B_i)$, где $a_m \in B_i$, $\tau_r^0 = \overline{\tau_r}$, $\tau_r^1 = \tau_r$; $E_{mr} \in \{0,1\}$ – значение r -го разряда кода $C(a_m)$, $z_r^0 = \overline{z_r}$, $z_r^1 = z_r$.

Например, из табл.2 можно получить уравнение $y_1 = A_2 \vee A_5 \vee A_8$. С учетом кодов состояний из рис.4, эта система представляется следующим образом: $y_1 = z_1z_2$ (для минимизации использован набор 0001). Аналогичным образом можно получить остальные функции $y_n \in Y$.

Как уже отмечалось выше, построение схемы на основе систем (6) и (7) не представляет трудностей и в нашей работе не рассматривается.

Заключение

Предлагаемый метод представления кодов состояний перехода ориентирован на уменьшение числа макроячеек PAL в схеме автомата Мура. Такой подход позволяет уменьшить число термов в системе функций возбуждения памяти до величины соответствующего параметра эквивалентного автомата Мили. Исследования показали, что предлагаемый метод всегда более эффективен по сравнению с классическим методом реализации МПА Мура. При этом число макроячеек уменьшается до 42%.

Уменьшение числа макроячеек не связано с введением дополнительных блоков, уменьшающих быстродействие схемы. Более

того, уменьшение числа макроячеек часто сопровождается уменьшением числа уровней схемы МПА. При этом повышается быстродействие МПА и, следовательно, цифровой системы в целом.

Научная новизна предложенного метода заключается в использовании особенностей автомата Мура (наличие классов псевдоэквивалентных состояний) для оптимизации числа макроячеек PAL в логической схеме автомата. Практическая значимость метода заключается в уменьшении площади кристалла, занимаемой комбинационной схемой МПА, что позволяет получить схемы, которые обладают меньшей стоимостью, чем известные из литературы аналоги.

Дальнейшие направления работы связаны с исследованием возможности применения предложенного метода для случая реализации устройства управления в базисе FPGA, а также в составе «систем-на-кристалле».

Литература

1. Baranov S. Logic Synthesis for Control Automata. – Kluwer Academic Publishers, 1994. – 312 pp.
2. Соловьев В.В. Проектирование цифровых схем на основе программируемых логических интегральных схем. – М.: Горячая линия - ТЕЛЕКОМ, 2001. – 636 с.
3. DeMicheli G/ Synthesis and Optimization of Digital Circuits. – McGraw-Hill, 1994. – 636 pp.
4. Грушницкий Р.И. Проектирование систем с использованием микросхем программируемой логики / Р.И. Грушницкий, А.Х. Мурзаев, Е.П. Угрюмов. – СПб.: БХВ. - Петербург, 2002. – 608 с.
5. Maxfield C. The Design Warrior's Guide to FPGAs. – Amsterdam: Elsevier, 2004. – 541 pp.
6. altera.com
7. xilinx.com
8. Баркалов А.А. Принципы оптимизации логической схемы микропрограммного автомата Мура // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 1. – С. 65-72.

Поступила в редколлегию 02.03.2009