

УДК 621.434 - 629.113

Міхно М.В., к.т.н.

АДІ ДВНЗ «ДонНТУ», м. Горлівка

МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ З УРАХУВАННЯМ ЕКОЛОГІЧНИХ ЧИННИКІВ ТА НАЯВНОСТІ МЕРЕЖІ АВТОДОРИГ

В статті розглянуто один з варіантів рішення оптимізаційної задачі моделювання виробничої системи з урахування екологічних чинників. До складу виробничої системи належать стаціонарні промислові об'єкти та мережа автодоріг, яка розташована в досліджуваній області.

Постановка проблеми

Сучасні темпи розвитку економіки вимагають будівництва все більш могутніх індустриальних об'єктів і комплексів. Поряд з будівництвом могутніх індустриальних об'єктів спостерігається збільшення невеликих виробничих систем, наприклад, систем заправки та обслуговування автомобілів. У зв'язку з розподілом трудових ресурсів такі об'єкти звичайно споруджуються в густонаселених районах або поблизу них. Ця обставина накладає особливі обмеження на розміщення об'єктів, що викидають в атмосферу аерозолі, які шкідливі для здоров'я людей і руйнують екологічні системи, що історично склалися в даному регіоні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Математичне моделювання розсіювання забруднюючої речовини в регіоні з урахуванням геокліматичних чинників, на основі використання конструктивного апарату теорії R-функцій розвиваються в науковій школі академіка В.Л. Рвачева [1].

Оптимізаційна задача розміщення підприємств, як джерела викидів в атмосферу забруднюючих речовин, близька до класу задач компонування синтезу технічних систем з розподіленими параметрами, великий внесок в рішення яких вніс чл.-кор. НАН України Ю.Г. Стоян, проф. В.П. Путятін [2] та ін.

Методологічні питання економіко-математичного моделювання, які включають системний розгляд економічних і екологічних проблем, досліджуються в роботах науковців: І.М. Ляшенко [3], Шевченко Л.П., Резникової С.Ю. [4] та інших.

Роботи цих і багатьох інших авторів створили методологічні і теоретичні передумови подальшого розвитку теорії математичного моделювання параметрів промислових об'єктів з урахуванням екологічного середовища їх функціонування.

На жаль, комплексна задача оптимізації параметрів виробничих систем з джерелами шкідливих викидів в атмосферу, носії яких зв'язані різного роду мережею автодоріг, сьогодні не вирішена в повному об'ємі. Аналіз процесів розсіювання шкідливих викидів необхідно здійснювати на основі рішення відповідної крайової задачі, що вимагає значних тимчасових витрат. При цьому виникають питання узгодження точності рішення крайових і оптимізаційних задач.

На сьогодні практично відсутні приклади завершених розробок програмних систем оптимізації параметрів джерел забруднення навколишнього середовища з урахуванням екологічних норм, що відповідають сучасному рівню розвитку техніки програмування, володіють методами обробки початкової інформації і представлення результатів розрахунків.

Тому розробка загальної математичної моделі і оптимізаційних методів рішення даного класу задач є актуальною науковою задачею.

Мета статті

Розробити математичну постановку оптимізаційної задачі моделювання виробничої системи з урахуванням екологічних чинників та наявності мережі автодоріг.

Основна частина

Розглянемо задачу моделювання виробничої системи з урахуванням екологічних чинників. Припустимо, що планується будівництво нового промислового об'єкту, який викидатиме в атмосферу задану кількість шкідливих викидів. Повністю відмовитися від виведення промислових відходів в природне середовище неможливо. Тому нове підприємство поблизу населених пунктів, зон відпочинку і інших екологічно значущих зон необхідно розмістити так, щоб сумарне річне їх забруднення шкідливими викидами не перевищувало допустимих санітарних норм, а загальне екологічне навантаження на весь регіон або досліджувану площу було мінімальним.

Здійсимо математичну постановку основної оптимізаційної задачі моделювання виробничої системи з урахуванням екологічних чинників [5]. Для цього скористаємося результатами, одержаними українським вченим Ю.Г. Стояном і його учнями в теорії моделювання задач компонування синтезу систем з розподіленими параметрами [6, 7].

Задачі проектування виробничої системи з використанням екологічних аспектів мають цілий ряд специфічних особливостей, зокрема, необхідно враховувати обмеження економічного характеру і впливу геокліматичних чинників, які необхідно включити в побудову математичної моделі.

Далі будемо називати область дослідження, в яку входять промислові об'єкти та мережа автодоріг, екологічною системою. В даному випадку екологічну систему можна представити як замкнуту область $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^3$, що містить M об'єктів (будівель, цехів) T_m , $m = 1, 2, \dots, M$, володіючих заданою просторовою формою і метричними характеристиками. Кожний об'єкт T_m є джерело забруднення середовища з носієм S_m (трубою), який викидає в атмосферу на висоті H_m з інтенсивністю I_m однакові по складу шкідливі викиди, $m = 1, 2, \dots, M$, причому на величину I_m впливають характеристики системи очищення F_m , $m = 1, 2, \dots, M$.

Припустимо, що вектор $\Omega_1 = (I_1, H_1, F_1, I_2, H_2, F_2, \dots, I_M, H_M, F_M)$. У розглянутій задачі об'єкти T_m (носії S_m) мають фіксовану орієнтацію (рис. 1).

Екологічно значущі зони моделюються як нерухомі області заборони K_j ($j = 1, 2, \dots, J$) із заданою просторовою формою.

Розміщення джерел забруднення допускається в деякій підобласті $Z = (\mathcal{R} \setminus \bigcup_{j=1}^p K_j)$.

Якщо область Z пов'язана з нерухомою системою координат XYZ , а кожний об'єкт T_m і носій S_m – з рухомою (власною) системою координат $X_m Y_m Z_m$, $m = 1, 2, \dots, M$. Тоді розміщення джерел забруднення у області Z описується вектором $\Omega_2 = (x_1, y_1, 0, x_2, y_2, 0, \dots, x_M, y_M, 0)$ координат точок O_m (полюсів T_m і S_m).

Нехай також у області $Z_{pr} = P_{r,XY} Z$ пролягає L автошляхів $L = \{l_i\}$, де $i = 1, 2, \dots, L$, з заданими просторовими формами, метричними характеристиками і параметрами розміщення $(c_i, d_i, 0)$, $i = 1, 2, \dots, L$. Вважається, що лінія осі кожної дороги є ламана з ланками, рівнобіжними осям системи координат площини XY , а ширина дороги дорівнює h_i , $i = 1, 2, \dots, L$.

Множина L може бути розбита на G класів еквівалентності за функціональним призначенням:

$$L = \bigcup_{g=1}^G L_g = \bigcup_{g=1}^G \{l_{i_g}\}_g.$$

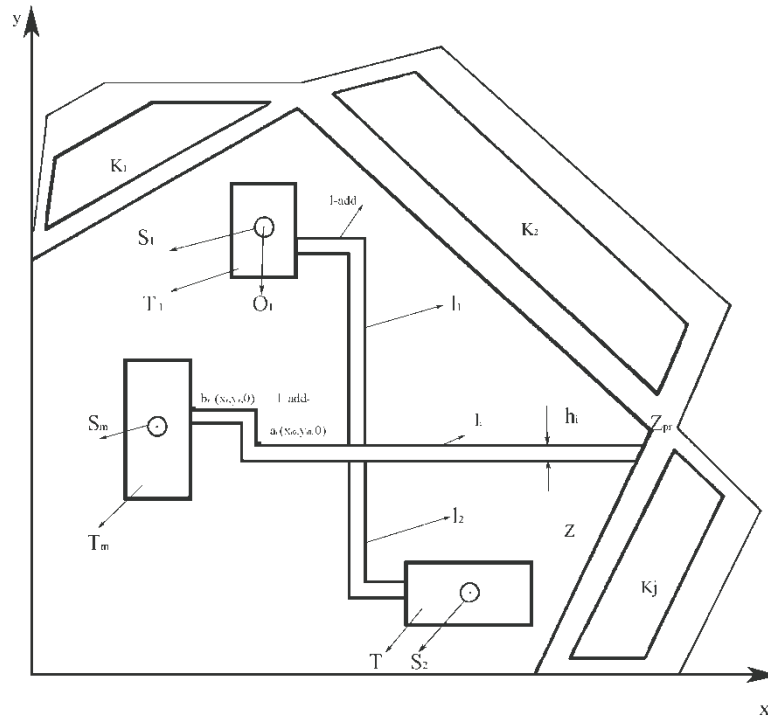


Рис. 1. Розміщення джерел викидів шкідливих речовин у досліджуваній екологічній системі

Кожна автодорога l_i , є компакт, що складається з n ланок (перегонів), який задається з точністю до деякого кінцевого набору просторових форм і може бути описаний деяким канонічним рівнянням.

Допускається будівництво додаткової мережі автодоріг до будівель l_add_r , $r = 1, 2, \dots, R$ ($R = M \times G$) від дороги, яка розташована поряд l_i , де $i = 1, 2, \dots, L$.

Припустимо “початок” дороги l_add_r – точка $a_r(x_{r0}, y_{r0}, 0) \in l_i$, а “кінець” l_add_r – точка $b_r(x_{r2}, y_{r2}, 0) \in T_m$.

Пов'яжемо з точкою $a_r(x_{r0}, y_{r0}, 0)$ початок власної системи координат $X_r Y_r Z_r$ дороги l_add_r .

Кожна автодорога l_add_r складається з N_r перегонів (ланок) l_add_{rn} , де $n = 1, 2, \dots, N_r$, число яких наперед невідоме. Припустимо, що вектор $(x_m, y_m, 0)$ визначає початок кожного перегону l_add_{rn} у власній системі координат $X_r Y_r Z_r$, де $r = 1, 2, \dots, R$; $n = 1, 2, \dots, N_r$. Позначимо Ω_3 вектор $(x_{10}, y_{10}, 0, x_{11}, y_{11}, 0, \dots, x_{1N_1}, y_{1N_1}, 0, x_{20}, y_{20}, 0, \dots, x_{RN_R}, y_{RN_R}, 0)$. Сумарна довжина $\eta_r(\Omega_2, \Omega_3)$ перегонів l_add_r , задана в евклідовій системі та підлягає оптимізації.

Необхідно мінімізувати величину сумарного річного забруднення зон K_j ($j = 1, 2, \dots, J$) шкідливими викидами при мінімально можливих витратах на будівництво джерел забруднення, включаючи вартість системи очищення, при рішенні сумісної задачі розміщення носіїв джерел і мінімізації довжини додаткових автодоріг, причому загальне забруднення досліджуваної екологічної системи не повинне перевищувати гранично допустимих концентрацій Λ (ГДК).

Дана задача по постановці є багатокритерійною, з векторною функцією цілі

$$\Psi = (\Psi_1(w), \Psi_2(w), \Psi_3(w)),$$

заданої на області допустимих рішень W , $w = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) \in W$. Область $W \subset R^{3+4M+2RN_R}$ виділена обмеженнями на розміщення носіїв промислових джерел і автодоріг і обмеженнями на величину поля концентрацій, які розглянуті нижче.

Математична модель основної оптимізаційної задачі приймає наступний вигляд.

Знайти:

$$w^* = \underset{w \in W}{\operatorname{arg\,extr}} (\Psi_1(w), \Psi_2(w), \Psi_3(w)). \quad (1)$$

Формалізація обмежень, що накладаються на область W , буде розглянута нижче. Як впливає з постановки задачі математична модель (1) можна розглядати в сталому режимі.

Наведемо особливості математичної моделі основної оптимізаційної задачі.

1. Область допустимих рішень задачі W , в якій визначається екстремум векторної функції цілі $\Psi (\Psi_1(w), \Psi_2(w), \Psi_3(w))$, належить простору параметрів, розмірність якого обмежена величиною $N = 2 (2M + 2 + R + N_k)$.

2. Число обмежень, що описують область W допустимих рішень задачі (1), не менше, ніж квадратично залежить від числа розміщуваних джерел, кількості основних та додаткових автодоріг.

3. Функція розподілу поля концентрацій є рішенням в загальному випадку нелінійної, нестационарної крайової задачі в трьохмірній області.

4. Враховуючи те, що процес забруднення описується рівнянням в частинних змінних, даний клас систем відноситься до систем з розподіленими параметрами [8], а оптимізаційна задача (1) — до задач синтезу розподілених систем [6].

5. Задача (1) є багатокритерійною задачею — задачею з невизначеністю цілей.

6. Часткові функції мети $\Psi_i(w)$ і функції обмежень області W задачі (1) в загальному випадку нелінійні.

7. Область допустимих рішень W в загальному випадку незв'язна, причому кожна компонента зв'язності багатозв'язна.

8. Для формалізації обмежень на розподіл поля концентрації забруднюючої домішки необхідно представити рішення крайової задачі математичної фізики як функцію від шуканих параметрів.

9. Внаслідок того, що зміна інтенсивності і місцеположення будь-якого з джерел впливає на значення поля забруднення у всій області розміщення, цей клас систем відноситься до систем багатозв'язкового управління.

10. Пошук інтенсивностей джерел (правої частини основного рівняння крайової задачі) дозволяє віднести даний клас задач до зворотних задач математичної фізики [9].

11. У тому випадку, коли обмеження на полі забруднення задачі (1) виконуються для будь-якого місцеположення розміщуваних об'єктів, дана задача зводиться до задач оптимізаційного геометричного проектування [6].

12. Через особливості 5 і 6 задача (1) відноситься до багатоекстремальних задач нелінійного програмування. Число локальних екстремумів залежить від характеру поля розподілу забруднення, числа розміщуваних об'єктів і областей заборони, а також від виду функцій обмежень області допустимих рішень W , залежних від просторових форм носіїв, областей заборони і області Z .

Для більш простого та зручного рішення основної оптимізаційної задачі розкладемо її на підзадачі.

Аналіз особливостей математичної моделі основної оптимізаційної задачі (1) дозволив зробити висновок, що безліч незалежних змінних задачі (1) мають різну фізичну природу. З одного боку, це вектор параметрів Ω_1 , який характеризує джерела викидів S_m , з другого боку — параметри розміщення (Ω_2, Ω_3) носіїв джерел $S_m, m = 1, 2, \dots, M$ і ланок (перегонів) додаткових автодоріг. Цей факт дає можливість виділити в основній оптимізаційній задачі дві задачі меншої розмірності і розбити її рішення на два етапи.

Особливості, що дозволяють здійснити розбиття основної оптимізаційної задачі на окремі задачі, наступні.

По-перше, зменшення рівня впливу забруднюючих домішок (аерозолів) на навколишню поверхню можна добитися збільшенням висот H_m , $m = 1, 2, \dots, M$, на яких відбуваються викиди, а також поліпшенням ефективності системи очищення. На цьому етапі основну роль виконує економічний чинник, а саме, співвідношення вартості труби і ефективності очисної споруди.

Ефективність системи очищення кожного джерела викидів можна характеризувати деяким безрозмірним параметром F_m , $m = 1, 2, \dots, M$ (коефіцієнтом очищення), який визначає ступінь очищення при фіксованому викиді.

Від висоти труби і ефективності системи очищення залежить площа забруднення на навколишній поверхні землі. Чим вища вартість споруди (пропорційна висоті труби), тим менша площа землі отримує неприпустимий рівень забруднення (перевищення ГДК даної домішки в приземному шарі).

В зв'язку з цим як економічний показник можна вибрати суму вартостей забруднюючої землі і носія джерела викидів (труби) разом з очисними спорудами. Таким чином, облік економічного чинника вимагає ухвалення компромісного рішення — отримання максимального економічного ефекту при мінімумі витрат на будову і при мінімумі вартості забрудненої землі.

Відзначимо, що характеристики джерел викидів визначають величину і розподіл забруднення у області розміщення.

Крім того, рівень концентрації забруднюючих речовин залежить від впливу таких кліматичних чинників, як швидкість вітру і його переважні напрямки, які необхідно враховувати при розробці моделі.

Якщо допустити, що роза вітрів, яка характеризує швидкість вітру і його переважні напрямки, та вартість землі є величинами незмінними в межах області Z , можна вважати, що площа забрудненої одним джерелом викидів землі не залежить від параметрів його розміщення, а визначається тільки характеристиками джерела.

Отже, зниження рівня впливу забруднюючих речовин на навколишню поверхню, в цьому випадку, вимагає рішення оптимізаційної задачі досягнення максимального економічного ефекту з урахуванням метеорологічних чинників для кожного джерела окремо.

Результатом рішення задачі на цьому етапі є величина характеристик розміщуваних джерел викидів F_m і H_m , $m = 1, 2, \dots, M$, при яких витрати на будівлю труби і очисних споруд, а також площа (вартість) забруднених земель мінімальні. Інтенсивність викиду I_m , де $m = 1, 2, \dots, M$, виступає тут як управляючий параметр задачі.

Позначимо Θ_m , $m = 1, 2, \dots, M$, зону забруднення, на межі якої досягається граничне значення поля концентрації. Зона Θ_m , положення якої задається вектором $(x_m, y_m, 0)$, $m = 1, 2, \dots, M$, моделюється геометрично залежно від характеру викидів, швидкості вітру, висоти джерела, ступеня очищення викидів і т.д.

По-друге, величина рівня забруднення в екологічно значущих областях залежить від місцеположення джерел викидів, що приводить до необхідності рішення задачі оптимізації розміщення об'єктів у області Z_{pr} .

Результатом такого рішення на даному етапі є вектор параметрів розміщення джерел викидів, при якому величина максимального рівня забруднення на межах екологічно значущих зон буде мінімальною.

Рішення виходить з урахуванням умов розміщення областей джерел Θ_m , $m = 1, 2, \dots, M$ і обмежень, накладених на характеристики результуючого поля концентрацій забруднюючих речовин.

Таким чином, задача проектування виробничих об'єктів з урахуванням екологічних чинників розбивається на дві взаємозв'язані задачі:

Перша задача — раціональне розміщення джерел шкідливих викидів S_m з урахуванням екологічних чинників за наявності автодоріг $\{l_i\}$, $i = 1, 2, \dots, L$ з метою мінімізації максимального рівня забруднення C_u на межі екологічно значущих зон ($j = 1, 2, \dots, J$).

Друга задача — досягнення мінімальних економічних витрат, а саме задача визначення для кожного джерела S_m такої системи очищення F_m і висоти H_m з урахуванням напрямку і середньорічної швидкості вітру u для даного географічного регіону, щоб максимальна сумарна концентрація шкідливих речовин, що викидаються, в області \mathfrak{R} не перевищувала ГДК, причому витрати на будівлю джерела $C_1(H_m)$ і системи очищення $C_2(F_m)$, а також плата за площу забрудненої землі $S(I_m, H_m, F_m)$, $m = 1, 2, \dots, M$, були б мінімальними.

Для прикладу розглянемо розв'язку математичної моделі рішення першої задачі.

Слід зазначити, що визначення концентрації забруднюючої речовини розраховується на поверхні землі або в приземному двометровому шарі, дозволяє звести тривимірну по постановці задачу розміщення до двомірної задачі.

Задача раціонального розміщення джерел забруднюючих викидів S_m у області Z_{pr} зводиться до визначення такого їх місцезнаходження з урахуванням автодоріг, щоб максимальний рівень забруднення на межі екологічно значущих зон був мінімальним з можливих.

Таким чином, необхідно знайти вектори:

$$\begin{aligned}\Omega_2 &= (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_M, y_M), \\ \Omega_3 &= (x_{10}, y_{10}, 0, x_{11}, y_{11}, 0, \dots, x_{1N_1}, y_{1N_1}, 0, x_{20}, y_{20}, 0, \dots, x_{RN_R}, y_{RN_R}, 0)\end{aligned}$$

параметрів розміщення джерел викидів і додаткових автодоріг, при яких максимальне значення приземної концентрації викинутих забруднюючих речовин з урахуванням фонові концентрації на межі екологічно значущих зон було б мінімальним.

В цьому випадку цільові функції задачі мають вигляд:

$$\Psi_2(\Omega_2, \Omega_3) = \max_{(x,y) \in Fr \mathfrak{Z}} (C_u(\Omega_2, \Omega_3) + C_\phi),$$

$$\Psi_3(\Omega_2, \Omega_3) = \sum_{k=1}^K \eta_k(\Omega_2, \Omega_3),$$

де $Fr \mathfrak{Z}$ — межа компоненти зв'язності \mathfrak{Z} багатозв'язкової області Z_{pr} ;

C_u — функція результуючої приземної концентрації забруднюючої речовини, що викидаються всіма джерелами викидів, рівна суперпозиції

$$C_u = C_{u_1} + C_{u_2} + \dots + C_{u_m}.$$

Ця задача є оптимізаційною задачею з невизначеністю цілей, що має два цільові критерії, і зводиться до визначення мінімального значення функції цілі Ψ_2 і Ψ_3 на області допустимих рішень W_2 . Таким чином, математична модель двокритерійної задачі має наступний вигляд.

Знайти:

$$\Psi_2(\Omega_2, \Omega_3) = \max_{(x,y) \in Fr \mathfrak{Z}} (C_u(\Omega_2, \Omega_3) + C_\phi) \rightarrow \min_{(\Omega_2, \Omega_3) \in W_2}; \quad (2)$$

$$\Psi_3(\Omega_2, \Omega_3) = \sum_{k=1}^K \eta_k(\Omega_2, \Omega_3) \rightarrow \min_{(\Omega_2, \Omega_3) \in W_2}, \quad (3)$$

де система обмежень, формуюча область W_2 , включає геометричні умови розміщення джерел і їх зон забруднення в досліджуваній області, фізичні умови, які накладаються на характер поля приземних концентрацій шкідливих викидів, умови розміщення мережі автодоріг.

Обмеження, що формують область W_2 , включають в себе наступні умови:

а) взаємний не перетин об'єктів (T_i, T_j) :

$$\Phi_{ij}(x_i, y_i, x_j, y_j) \geq 0, (i, j = 1, 2, \dots, M; i \neq j); \quad (4)$$

б) розташування об'єктів T_i в області Z_{pr}

$$\Phi_{i_0}(x_i, y_i, m) \geq 0, \quad (i=1,2,\dots,M), \quad (5)$$

де m — метричні характеристики області \mathfrak{Z} ;

в) взаємний неперетин зон забруднення джерел (Θ_i, Θ_j) :

$$\Phi_{ij}^*(x_i, y_i, x_j, y_j) \geq 0, \quad (i, j = 1, 2, \dots, M; i \neq j), \quad (6)$$

причому як при побудові аналітичного опису $\Phi_{ij}^*(\dots)$ — функції, так і в процесі чисельної реалізації умов (9) враховані також фізичні умови, що накладаються на характер поля концентрацій C_u вигляду:

$$C_u(x, y, \Omega_1)|_{P_k} + C_\phi \leq \Lambda, \quad (k = 1, 2, \dots, K), \quad (7)$$

де x, y — координати поточної точки, $(x, y) \in \mathfrak{Z}$;

P_k — точки контролю поля з координатами x^k, y^k ($k=1,2,\dots,K$).

Обмеження на розміщення джерел викиду шкідливих речовин з урахуванням мережі автодоріг формулюємо таким чином:

а) виключення взаємного перетину об'єктів T_m з автодорогами l_i :

$$\Phi_{mi}(x_m, y_m, a_i, b_i) \geq 0, \quad m=1,2,\dots,M, i=1,2,\dots,L; \quad (8)$$

б) розміщення перегонів (ланок) автодороги l_{add_r} , у області Z_{pr} :

$$\Phi_{r_0}(x_{tk}, y_{tk}, x_{t+1,k}, y_{t+1,k}, m) \geq 0, \quad r=1,2,\dots,R, t=1,2,\dots,N_r; \quad (9)$$

в) заборона неупорядкованого руху дорожніх транспортних засобів по автодорогах l_{add_r} :

$$\bigwedge_{n=1}^{N_r} \bigwedge_{p=n+1}^{N_r-1} \Phi_{np}(l_{add_{rn}}, l_{add_{rp}}) \geq 0, \quad r=1,2,\dots,R; \quad (10)$$

г) обмеження значення N_r для кожної траси l_{add_r} зверху величиною N_{max} , виходячи з максимально допустимої вартості побудови дороги:

$$N_r \leq N_{max} \quad r=1,2,\dots,R; \quad (11)$$

д) диз'юнкцію обмежень вигляду $(x_{r_0}, y_{r_0}) \in F_r l_{i_g}$, виходячи з того, що розміщення l_{add_r} може бути здійснено з будь-якої дороги з відповідного класу еквівалентності g :

$$\bigvee_{l_{r_0} \in L_g} [(x_{r_0}, y_{r_0}) \in F_r l_{i_g}]. \quad (12)$$

Висновки

1. Розглянута постановка задачі моделювання виробничої системи при її проектуванні або реконструкції. Виробнича система містить джерела викидів шкідливих речовин, екологічно значущі зони, забруднення яких шкідливими викидами не повинне перевищувати допустимих санітарних норм.

2. Розроблена математична модель основної оптимізаційної задачі і досліджені її особливості. Показано, що основна оптимізаційна задача проектування виробничих систем з урахуванням екологічних чинників відноситься до багатовимірних багатоекстремальних багатокритеріальних задач з нелінійними обмеженнями і функціями цілі.

3. Показано, що систему обмежень основної оптимізаційної задачі формують геометричні умови, що накладаються на місцеположення джерел викидів, а також фізичні обмеження на характер розподілу результуючого поля приземної концентрації забруднюючих речовин.

4. Розглянуте представлення основної оптимізаційної задачі у вигляді двох задач меншої розмірності.

5. Розроблена математична модель рішення однієї з задач меншої розмірності з урахуванням екологічних чинників.

Список літератури

1. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. — К.: Наук. думка, 1982. — 551 с.
2. Стоян Ю.Г., Путятин В.П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. — К.: Наук. думка, 1988. — 189 с.
3. Ляшенко И.Н., Михалевич М.В., Утеулиев Н.У. Методы эколого-экономического моделирования. — Нукус, Билим, 1994. — 236 с.
4. Шевченко Л.П., Резникова С.Ю. Способ решения задачи размещения промышленных предприятий с учетом экологии // Інформаційний бюлетень. — Харків: ХОТВ, АБУ.— 1998. — № 4. — С. 92-93.
5. Михалевич В.С., Трубин В.А., Шор Н.З. Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования: Модели, методы, алгоритмы. — М.: Наука, 1986. — 264 с.
6. Чуриков К.А. Математическая модель задачи оптимизации компоновочных решений при синтезе экологических и теплофизических систем с дискретными источниками: Автореф. дис... канд. физ.-мат. наук: 01.05.02 / Ин-т пробл. машиностр. НАН Украины. — Харьков, 2000. — 16 с.
7. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1975. — 567 с.
8. Лурье К. А. Оптимальное управление в задачах математической физики. — М.: Наука, 1975. — 480 с.
9. Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. — К.: Наукова думка, 1976. — 246 с.

Стаття надійшла до редакції 11.03.08
© Міхно М.В., 2008